



Instituto Federal de Brasília
Campus Taguatinga
Curso Licenciatura em Física

Heloise Dias Marques

**DESENVOLVIMENTO DE UM PÊNDULO DIDÁTICO CONFECCIONADO COM
IMPRESSÃO 3D E CONTROLADO VIA WI-FI UTILIZANDO PLACA NODEMCU V3**

BRASÍLIA-DF

2025

**INSTITUTO FEDERAL DE BRASÍLIA
CURSO DE LICENCIATURA EM FÍSICA**

HELOISE DIAS MARQUES

**DESENVOLVIMENTO DE UM PÊNULO DIDÁTICO CONFECCIONADO COM
IMPRESSÃO 3D E CONTROLADO VIA WI-FI UTILIZANDO PLACA NODEMCU V3**

Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) apresentado como requisito para a aprovação no Curso de Licenciatura em Física, sob orientação do Prof. Tiago de Jesus e Castro.

BRASÍLIA-DF

2025

Ficha de identificação da obra elaborada pelo bibliotecário
Marcelo José Rodrigues da Conceição (CRB1-2323)

Marques, Heloise Dias

M357d Desenvolvimento de um pêndulo didático confeccionado com impressão 3D e controlado via Wi-Fi utilizando placa NodeMCU V3 / Heloise Dias Marques. Brasília-DF, 2025.

82 f. : il.

Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Física) Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Brasília, Campus Taguatinga, 2025.

Orientador: Tiago de Jesus e Castro.

Inclui referências.

1. Física – Estudo e ensino. 2. Gravitação. 3. Linguagem de programação (Computadores). 4. Java (Linguagem de programação de computador). 5. Python (Linguagem de programação de computador). 6. Sistemas de comunicação sem fio. I. Título. II. Castro, Tiago de Jesus e. III. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Brasília.

CDU 53:004.43

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	8
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	10
2.1 FUNDAMENTAÇÃO MATEMÁTICA.....	10
2.2 ACELERAÇÃO DA GRAVIDADE	14
2.3 PLACAS DE PROTOTIPAGEM: WEMOS D1 R2, MEGA 2560 E NODEMCU V3	18
2.4 IMPRESSÃO 3D NA CONSTRUÇÃO DO PÊNDULO DIGITAL DIDÁTICO	20
2.5 PROJETO WORLD PENDULUM ALLIANCE.....	21
3. METODOLOGIA	23
3.1 CÓDIGO C++: FUNDAMENTAÇÃO DO PÊNDULO SIMPLES	24
3.2 CÓDIGO EM JAVASCRIPT: FUNDAMENTAÇÃO DO <i>GOOGLE SHEETS</i>	31
3.3 PROTÓTIPO INICIAL CONSTRUÍDO NA PLATAFORMA TINKERCAD	33
3.4 PROTÓTIPO DESENVOLVIDO EM PLA COM IMPRESSORA 3D ENDER 3	34
3.5 ESTRUTURA FINAL DO PÊNDULO SIMPLES IMPRESSO EM 3D COM FILAMENTO ABS PRETO.....	36
4. RESULTADOS E DISCUSSÕES	44
4.1 ANÁLISE DOS DADOS OBTIDOS COM O PROTÓTIPO	44
4.2 SOBRE O PROTÓTIPO DESENVOLVIDO E AS TEORIAS DA APRENDIZAGEM.....	47
4.3 COMPARAÇÃO COM PROPOSTAS SEMELHANTES DA LITERATURA	49
4.4 PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA	52
1.1 Tópicos abordados	52
1.2 Atividade de exploração no simulador	52
1.3 Discussão e formalização matemática	53
Aula 2 – Roteiro Experimental e Coleta de Dados com o Pêndulo Digital.....	53
Etapas da aula	54

Aula 3 – Análise Gráfica, Discussão Crítica e Relatório Final	54
5. CONCLUSÃO	56
REFERÊNCIA.....	58
ANEXOS.....	63
ANEXO A - CÓDIGO EM C++ DO PÊNDULO SIMPLES	63
ANEXO B – CÓDIGO EM JAVASCRIPT DO GOOGLE PLANILHAS	81
ANEXO C – PLANILHA GOOGLE DO PÊNDULO DIGITAL.....	82
ANEXO D – ARQUIVOS PARA IMPRESSÃO 3D.....	82
ANEXO E – ROTEIRO EXPERIMENTAL DO PÊNDULO SIMPLES	82
ANEXO F – DEMONSTRAÇÃO EM VÍDEO DO FUNCIONAMENTO DO PÊNDULO DIGITAL	83
ANEXO G – ESQUEMA ELETRICO DA MONTAGEM DO CIRCUITO DO PÊNDULO.....	83

RESUMO

Este estudo apresenta o desenvolvimento de um pêndulo digital simples, conectado à Internet, utilizando a placa NodeMCU V3 ESP8266 integrada a um display OLED (Diodo Emissor de Luz Orgânica) de 0,96 polegadas. O objetivo é oferecer uma ferramenta educacional inovadora para apoiar o ensino de conceitos fundamentais de Física, como período, frequência, velocidade angular e aceleração da gravidade.

A estrutura do pêndulo foi produzida por meio de impressão 3D com plástico ABS (Acrilonitrila Butadieno Estireno), material que reúne leveza, resistência e boa estabilidade térmica. Essa técnica possibilitou a criação de um suporte modular, de montagem simples, favorecendo tanto o alinhamento do sensor laser quanto a integração dos componentes eletrônicos.

O sensor laser utilizado no sistema registra cada oscilação do pêndulo, identificando o instante em que ele cruza o ponto de referência. A partir dessas informações, são obtidos dados como período, frequência e velocidade angular, que são enviados em tempo real via Wi-Fi para uma planilha Google. Nela, os dados são automaticamente organizados em gráficos e utilizados para a estimativa da aceleração da gravidade local. Os resultados obtidos mostram-se coerentes com o esperado, embora, como em qualquer experimento, haja pequenas incertezas associadas às medições.

Essa proposta pedagógica estimula uma aprendizagem mais ativa e contextualizada. Ao acompanhar o movimento oscilatório do pêndulo e analisar os resultados apresentados na planilha, os alunos são convidados a observar, questionar, interpretar e construir sua própria compreensão dos fenômenos físicos de maneira significativa.

Palavras-chave: Pêndulo digital, sensor laser, aceleração da gravidade, frequência e Wi-Fi.

ABSTRACT

This study presents the development of a simple digital pendulum connected to the Internet, using the NodeMCU V3 ESP8266 board integrated with a 0.96-inch OLED (Organic Light-Emitting Diode) display. The aim is to provide an innovative educational tool to support the teaching of fundamental Physics concepts such as period, frequency, angular velocity, and gravitational acceleration.

The pendulum structure was manufactured using 3D printing with ABS plastic (Acrylonitrile Butadiene Styrene), a material that combines lightness, strength, and good thermal stability. This technique enabled the creation of a modular support with simple assembly, facilitating both laser sensor alignment and the integration of electronic components.

The laser sensor employed in the system records each oscillation of the pendulum by detecting the moment it crosses the reference point. Based on this information, data such as period, frequency, and angular velocity are obtained and transmitted in real time via Wi-Fi to a Google spreadsheet. The data are automatically organized into graphs and used to estimate the local gravitational acceleration. The results obtained are consistent with theoretical expectations, although, as in any experiment, small uncertainties are associated with the measurements.

This pedagogical approach encourages more active and contextualized learning. By following the pendulum's oscillatory motion and analyzing the results presented in the spreadsheet, students are invited to observe, question, interpret, and build their own understanding of physical phenomena in a meaningful way.

Keywords: Digital pendulum, laser sensor, gravitational acceleration, frequency, Wi-Fi.

1. INTRODUÇÃO

O estudo do movimento oscilatório constitui um componente essencial da Física, sendo fundamental para compreender fenômenos naturais e aplicações tecnológicas. Entre os sistemas oscilatórios, o pêndulo simples destaca-se como modelo clássico, frequentemente utilizado para ilustrar conceitos como período, frequência angular, velocidade angular e aceleração da gravidade. Embora esses conceitos sejam introduzidos em aulas teóricas do Ensino Médio, a consolidação do conhecimento depende de atividades práticas que permitam aos estudantes aplicarem princípios físicos, observar comportamentos do sistema e analisar dados quantitativos, favorecendo a integração entre teoria e prática. O desenvolvimento do pêndulo simples digital configura-se como uma proposta pedagógica voltada para reforçar os conceitos abordados em aula teórica, permitindo aos estudantes explorarem relações entre variáveis do movimento oscilatório por meio da prática experimental. O objetivo deste trabalho é propor e avaliar a utilização do protótipo digital como recurso didático, promovendo a aplicação prática de conceitos físicos, a coleta e análise de dados em tempo real e o desenvolvimento de habilidades investigativas e analíticas.

O público-alvo desta proposta são estudantes da 1ª série do Ensino Médio, que recebem inicialmente uma apresentação teórica introdutória sobre cinemática, dinâmica e movimento oscilatório. Após essa fundamentação, os alunos realizam o experimento com o pêndulo digital, consolidando e aprofundando os conceitos de movimento oscilatório e movimento harmônico simples por meio da prática experimental, da observação direta e da análise quantitativa. Essa abordagem pedagógica se apoia nas teorias construtivistas e socioculturais, considerando que o conhecimento se desenvolve por meio da interação ativa com o ambiente e que a aprendizagem se potencializa quando os estudantes recebem suporte para realizar tarefas desafiadoras, conforme descrito por Piaget (1971) e Vygotsky (1984). Além disso, a proposta está alinhada à perspectiva de Ausubel (2003), segundo a qual novos conhecimentos são assimilados de maneira mais eficaz quando conectados a estruturas cognitivas pré-existentes.

A escolha do protótipo se fundamenta na necessidade de integrar teoria, prática e tecnologia em sala de aula. A estrutura do pêndulo digital foi construída em

impressão 3D com ABS, incorporando sensores digitais e conectividade via Wi-Fi, e utiliza a placa NodeMCU V3 ESP8266 com display OLED de 0,96 polegadas para exibição dos dados experimentais. A modularidade da estrutura, com trilhos ajustáveis, assegura o alinhamento correto do sensor a laser, contribuindo para a precisão das medições. A coleta automática de informações permite o envio de dados em tempo real diretamente para o Google Planilhas, facilitando a análise quantitativa e colaborativa dos resultados, além de aproximar os estudantes de procedimentos tecnológicos aplicados em contextos científicos. Considerando que o protótipo apresenta custo mais acessível em comparação ao modelo utilizado pela *World Pendulum Alliance*, apenas a aplicação em sala de aula e a percepção dos estudantes permitirão avaliar seu potencial pedagógico.

A sequência didática foi estruturada em três etapas integradas, concebidas para articular teoria, prática e análise crítica. Na primeira etapa, os estudantes revisam os conceitos teóricos relacionados ao movimento oscilatório e ao pêndulo simples, utilizando simulações virtuais que possibilitam a observação do comportamento do sistema e a antecipação dos efeitos das variáveis envolvidas. A segunda etapa consiste na realização do experimento com o pêndulo digital, durante o qual os alunos coletam dados de forma sistemática, registrando medições de período, frequência e velocidade angular, aplicando os conceitos discutidos previamente. Na terceira etapa, os estudantes concentram-se na análise dos dados obtidos, na construção de gráficos, na interpretação dos resultados e na elaboração de relatórios científicos, desenvolvendo habilidades de argumentação fundamentada, reflexão crítica e uso de ferramentas digitais. Essa organização permite consolidar o conhecimento teórico, favorecer a integração entre conceitos e prática experimental, e estimular o desenvolvimento de competências investigativas, analíticas e tecnológicas. A avaliação do impacto pedagógico do protótipo depende da aplicação em sala de aula e da percepção dos estudantes sobre a experiência.

Os resultados obtidos nas medições indicaram que a média da aceleração da gravidade local, calculada a partir do pêndulo digital, foi de $9,789 \text{ m/s}^2$, com margem de incerteza de aproximadamente $0,49 \text{ m/s}^2$, valor compatível com os dados fornecidos pela *World Pendulum Alliance* (2025) para a latitude de Brasília, que variam entre $9,78$ e $9,80 \text{ m/s}^2$. Esses resultados demonstram que, mesmo utilizando componentes de baixo custo e um protótipo de fácil construção, é possível obter registros coerentes com referências científicas, reforçando a aplicabilidade do recurso

como instrumento didático.

O pêndulo simples digital constitui, portanto, uma ferramenta didática que aproxima os estudantes da prática experimental da Física, favorece a integração entre teoria e prática, e contribui para o desenvolvimento de habilidades investigativas, analíticas e tecnológicas. A efetividade da proposta depende de sua aplicação em sala de aula e da avaliação do engajamento e da percepção dos estudantes, permitindo que o recurso seja continuamente ajustado para atender às demandas pedagógicas e fortalecer a aprendizagem.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Este capítulo apresenta os fundamentos que sustentam o desenvolvimento do Pêndulo Digital Didático, abordando o movimento oscilatório do pêndulo simples e a relação entre período, comprimento do fio e aceleração da gravidade, bem como as variações de g em função da latitude, altitude e rotação da Terra. Descrevem-se ainda as placas de prototipagem utilizadas (Wemos D1 R2, Mega 2560 e NodeMCU V3) e a aplicação da impressão 3D na fabricação das peças, evidenciando prototipagem rápida e personalizada. Por fim, discute-se o Projeto World Pendulum Alliance, que integra experimentos de pêndulos em diferentes latitudes, promovendo a articulação entre teoria, prática experimental e ensino de Física.

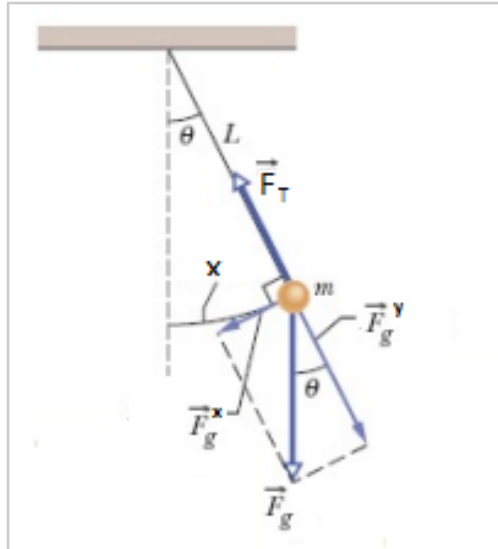
2.1 FUNDAMENTAÇÃO MATEMÁTICA

O pêndulo simples é um sistema constituído por uma massa suspensa por um fio inextensível, que realiza um movimento oscilatório harmônico simples quando deslocado de sua posição de equilíbrio, o que o torna um instrumento eficiente para medir o tempo, como ocorre nos antigos relógios de pêndulo. O período desse movimento, ou seja, o tempo necessário para que o pêndulo complete uma oscilação completa, depende exclusivamente da aceleração da gravidade local e do comprimento do fio. Essa relação direta entre essas grandezas é descrita pela equação (1), que indica que o período T é diretamente proporcional à raiz quadrada do comprimento L do fio e inversamente proporcional à raiz quadrada da aceleração da gravidade g (HALLIDAY; RESNICK; WALKER, 2016).

Para visualizar melhor as forças que atuam sobre o pêndulo, podemos

representá-las graficamente através da Figura 1.

Figura 1: Forças que atuam em um pêndulo simples.



Fonte: Halliday, Resnick e Walker, *Fundamentos de Física*, Volume 2 (modificação na nomenclatura de algumas forças realizada pela autora deste estudo).

O comprimento do fio do pêndulo é representado por L , a aceleração da gravidade por \vec{g} , a massa do pêndulo por m e o ângulo formado entre o fio e a vertical por θ . A força gravitacional \vec{F}_g atua sobre a massa, sendo decomposta em duas componentes: a componente tangencial \vec{F}_{gx} , responsável pela aceleração do pêndulo em torno de sua posição de equilíbrio, e a componente perpendicular \vec{F}_{gy} . Além disso, a força de tração \vec{F}_T sustenta a massa ao longo do fio.

De acordo com a Segunda Lei de Newton, a relação entre força resultante e aceleração pode ser expressa como:

$$\vec{F}_r = m \cdot \vec{a}. \quad (1)$$

onde \vec{F}_r corresponde à soma de todas as forças externas que atuam sobre a massa e \vec{a} é a aceleração do sistema.

A força resultante \vec{F}_r que acelera o pêndulo é determinada pela componente tangencial da força gravitacional, de modo que:

$$\vec{F}_{gx} = -m \cdot \vec{g} \cdot \sin(\theta). \quad (2)$$

onde θ o ângulo formado entre o fio do pêndulo e a direção vertical. O sinal negativo indica que a força é restauradora, agindo no sentido oposto ao deslocamento

angular do pêndulo, tentando trazer o sistema de volta à posição de equilíbrio.

A aceleração determinada pela Equação (2) corresponde à aceleração tangencial \vec{a}_x . Como a componente da força gravitacional no eixo x é a resultante do sistema, podemos escrever

$$\vec{F}_{gx} = m \cdot \vec{a}_x. \quad (3)$$

Substituindo a Equação (2) na Equação (3), obtém-se

$$-mg \sin(\theta) = m \cdot \vec{a}_x. \quad (4)$$

Dividindo ambos os lados da Equação (4) por m , obtém-se a equação para a aceleração tangencial:

$$\vec{a}_x = -g \sin(\theta). \quad (5)$$

A aceleração tangencial \vec{a}_x ao longo da trajetória do pêndulo é dada pela segunda derivada do deslocamento tangencial x em relação ao tempo:

$$\vec{a}_x = \frac{d^2x}{dt^2}. \quad (6)$$

Para pequenos ângulos, o arco x tem relação com o comprimento L do fio da seguinte forma:

$$x = L\theta. \quad (7)$$

Substituindo a Equação (7) na Equação (6), obtém-se

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{L} \sin(\theta). \quad (8)$$

Considerando pequenas oscilações ($\theta \approx \sin \theta$) a equação diferencial assume a forma linear:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} \approx -\frac{g}{L} \theta. \quad (9)$$

A solução dessa equação diferencial é uma função trigonométrica do tipo cosseno, que pode ser expressa como:

$$\theta(t) = A(\cos \omega t + \phi). \quad (10)$$

onde A é a amplitude da oscilação, ϕ a fase inicial e ω a frequência angular. A primeira derivada em relação ao tempo fornece a velocidade angular:

$$\frac{d\theta}{dt} = -A \omega \sin(\omega t + \phi). \quad (11)$$

enquanto a segunda derivada fornece a aceleração angular:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -A \omega^2 \cos(\omega t + \phi). \quad (12)$$

Substituindo a Equação (12) na Equação (9), obtemos

$$-A \omega^2 \cos(\omega t + \phi) = -\frac{g}{L} A \cos(\omega t + \phi). \quad (13)$$

Eliminando os termos comuns, resulta

$$\omega^2 = \frac{g}{L}. \quad (14)$$

portanto, a frequência angular é

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}. \quad (15)$$

O período de oscilação T é definido por

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (16)$$

ou, substituindo ω da Equação (15):

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \quad (17)$$

Isolando a aceleração da gravidade g , obtém-se

$$g = \frac{4\pi^2 L}{T^2} \quad (18)$$

A Equação (18) fornece a expressão final para o valor da aceleração da gravidade no local onde o pêndulo simples se encontra, em função do comprimento do fio L e do período de oscilação T . Esta relação fundamental permite determinar experimentalmente a aceleração da gravidade a partir da medição do período de oscilação do pêndulo.

2.2 ACELERAÇÃO DA GRAVIDADE

Em mecânica clássica, a aceleração da gravidade, comumente representada pela letra \vec{g} , é uma grandeza fundamental que quantifica a intensidade da força com que a Terra atrai os corpos próximos à sua superfície. Embora para muitos cálculos e aplicação práticas adote-se o valor aproximado de $\vec{g} \approx 9,81m/s^2$, é crucial entender que essa aceleração não é constante em toda a superfície terrestre. Na realidade, o valor de \vec{g} varia sistematicamente em função da latitude, da altitude e da rotação da Terra. Essas variações podem ser plenamente compreendidas a partir da Lei da Gravitação Universal de Newton, considerando tanto a geometria intrínseca do planeta quanto os efeitos centrífugos decorrentes de sua rotação (CALISING et al., 2024; BRAQUEHAIS; MORAIS, 2015).

De acordo com a Lei da Gravitação Universal de Newton, a força gravitacional (\vec{F}) exercida pela Terra sobre um corpo de massa m é diretamente proporcional ao quadrado da distância entre os centros de massa da Terra e do corpo, isto é,

$$\vec{F} = G \frac{Mm}{r^2}. \quad (19)$$

onde $G \approx 6,674 \times 10^{-11} m^3 \cdot Kg^{-1} \cdot s^{-2}$ representa a constante gravitacional universal, M corresponde à massa da Terra, m é a massa do corpo e r é a distância entre o centro de massa da Terra e o objeto, sendo o ponto final indicativo de que a equação está completa. A força \vec{F} é um vetor radial que aponta do corpo em direção ao centro de massa da Terra, e seu módulo é $F = |\vec{F}|$.

Dividindo-se a força pela massa do corpo, a aceleração da gravidade local é obtida como

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m} = G \frac{M}{r^2}. \quad (20)$$

ou seja, o campo gravitacional gerado pelo planeta é inversamente proporcional ao quadrado da distância ao centro de massa da Terra, possui a mesma direção radial da força gravitacional e é independente da massa do objeto, com módulo $g = |\vec{g}|$.

Entretanto, a Terra não é uma esfera perfeita, possuindo um formato de esferoide oblato, levemente achatada nos polos e alongada na região equatorial. Isso implica que a distância r entre o centro de massa da Terra e um corpo não é constante em toda a superfície terrestre (Calsing et al., 2024; Braquehais & Morais, 2015). O raio terrestre $R(\varnothing)$ varia com a latitude geográfica \varnothing e pode ser aproximado matematicamente considerando o formato oblato do planeta como

$$R(\varnothing) = \frac{R_e \sqrt{1-e^2}}{\sqrt{1-e^2 \sin^2 \varnothing}}. \quad (21)$$

onde $R_e \approx 6,378 \times 10^6 \text{ m}$ é o raio equatorial, e $e \approx 0,006694$ é a excentricidade, definida por

$$e^2 = \frac{R_e^2 - R_p^2}{R_e^2}. \quad (22)$$

sendo $R_p \approx 6,378 \times 10^6 \text{ m}$ o raio polar. Como \vec{g} é inversamente proporcional ao quadrado da distância r^2 , essa variação no raio implica que a aceleração gravitacional é maior nos polos, onde $R(\varnothing)$ é menor, e menor no equador, onde $R(\varnothing)$ é maior (Calsing et al., 2024).

Além disso, a posição do corpo em relação à superfície terrestre, medida pela altitude h , modifica o valor da gravidade, pois altera a distância entre o objeto e o centro de massa da Terra, que passa a ser $r = R(\varnothing) + h$. Dessa forma, a aceleração da gravidade considerando latitude e altitude é expressa por

$$\vec{g}(\varnothing, h) = \frac{GM}{(R(\varnothing) + h)^2}. \quad (23)$$

Para altitudes pequenas em relação ao raio terrestre ($h \ll R$), pode-se realizar uma expansão de Taylor de primeira ordem, resultando na aproximação

$$g(h) \approx g_0 \left(1 - \frac{2h}{R}\right). \quad (24)$$

Essa aproximação mostra que, para pequenas altitudes, a gravidade diminui aproximadamente de forma linear com a altura (BRAQUEHAIS; MORAIS, 2015).

Outro fator que influencia a gravidade aparente é a rotação da Terra, com velocidade angular $\omega \approx 7,292 \times 10^{-5} \text{ rad/s}$, que gera uma aceleração centrífuga \vec{a}_{cf} , parcialmente oposta à aceleração gravitacional. O módulo dessa aceleração é

$$a_{cf} = \omega^2 r \cos \phi. \quad (25)$$

enquanto a componente radial, que afeta diretamente a gravidade efetiva,

$$a_{cf,r} = \omega^2 r \cos^2 \phi. \quad (26)$$

e a componente tangencial ou latitudinal, que atua lateralmente, é

$$a_{cf,\phi} = \omega^2 r \cos \phi \sin \phi. \quad (27)$$

Essa aceleração centrífuga é nula nos polos ($\phi = 90^\circ$), e máxima no equador ($\phi = 0^\circ$). Portanto, a rotação da Terra contribui para uma redução da gravidade aparente, mais perceptível em regiões próximas ao equador.

O potencial total efetivo U , que determina a gravidade efetiva na superfície do planeta, considerando as contribuições gravitacional e centrífuga, é

$$U(r, \phi) = -\frac{GM}{r^2} - \frac{1}{2}\omega^2 r^2 \cos^2 \phi. \quad (28)$$

sendo a aceleração gravitacional efetiva o gradiente negativo desse potencial, cujas componentes radial e latitudinal são dadas por:

$$g_r = \frac{GM}{r^2} - \omega^2 r \cos^2 \phi. \quad (29)$$

$$g_\phi = \omega^2 r \cos \phi \sin \phi. \quad (30)$$

O módulo da aceleração da gravidade efetiva é

$$g = \sqrt{g_r^2 - g_\phi^2}. \quad (31)$$

Como a contribuição centrífuga radial é pequena em comparação à aceleração gravitacional, é comum utilizar a aproximação prática da gravidade efetiva em função da latitude:

$$g(\phi) \approx \frac{GM}{r^2} - \omega^2 r \cos^2 \phi. \quad (32)$$

Na prática, essas variações resultam em $g \approx 9,780 \text{ m/s}^2$ no equador e $g \approx 9,832 \text{ m/s}^2$ nos polos, representando uma diferença de aproximadamente 0,5% (Calsing et al., 2024).

$$g(\phi) = g_e \frac{1 + k \sin^2 \phi}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \phi}}. \quad (33)$$

onde $g_e = 9,780327 \text{ m/s}^2$ é a gravidade no equador, $k = 0,000193185$ é o fator empírico de correção, $g(\phi)$ é a gravidade aparente em latitude ϕ e $e^2 = 0,00669438$ é o quadrado da excentricidade da Terra (Calsing et al., 2024; Braquehais & Morais, 2015).

Dessa forma, a gravidade efetiva, considerando simultaneamente latitude, altitude e rotação da Terra, pode ser representada de maneira vetorial unificada como:

$$g_{ef}(\phi, h) = \frac{GM}{(R(\phi)+h)^2} - \omega^2(R(\phi) + h) \cos^2 \phi + \omega^2(R(\phi) + h) \cos \phi \sin \phi. \quad (34)$$

O primeiro termo da equação (34) representa a aceleração gravitacional, enquanto os demais correspondem à aceleração centrífuga devido à rotação da Terra. Essa formulação permite estimar a gravidade aparente em qualquer ponto da superfície terrestre.

A determinação da aceleração da gravidade é essencial para o estudo de mecânica clássica, sobretudo na análise de grandezas como período, frequência e velocidade angular. O valor de \vec{g} pode ser obtido experimentalmente utilizando um

pêndulo em conjunto com sistemas digitais de aquisição de dados, como Arduino, e sensores monitorados via **Phyphox**, aplicativo que converte smartphones em instrumentos científicos capazes de registrar aceleração, frequência e outras grandezas físicas em tempo real, possibilitando medições precisas e imediatas (Dias, 2023; Neves, 2022; Oliveira et al., 2024).

Com base nesses princípios, este trabalho propõe um dispositivo didático para estimar a gravidade local a partir do período de oscilação de um pêndulo, integrando teoria e prática experimental e apoiando-se em referências que discutem a utilização de Arduino e análise de dados em contextos educativos (Dias, 2023; Neves, 2022; Oliveira et al., 2024; Amarante-Segundo et al., 2022).

Essa abordagem permite ao estudante relacionar conceitos teóricos com medições experimentais, contribuindo para a compreensão das variações da gravidade de forma quantitativa (Ribeiro & Khalifa, 2023; Dias, 2023).

A metodologia empregada permite calcular g experimentalmente com base em grandezas de fácil medição em laboratório. Dessa forma, o sistema sugerido neste trabalho não só demonstra os conceitos físicos envolvidos, como também torna possível que o experimento seja realizado em diferentes localidades, permitindo a comparação entre os valores medidos e os valores teóricos, levando em conta a influência geográfica sobre a gravidade.

2.3 PLACAS DE PROTOTIPAGEM: WEMOS D1 R2, MEGA 2560 E NODEMCU V3

O Arduino é uma plataforma de prototipagem eletrônica versátil, de hardware e software abertos, que visa simplificar o desenvolvimento de projetos, tornando-os acessíveis até mesmo para iniciantes. A programação é escrita em C++ utilizando o Arduino IDE, um software que permite escrever e fazer *upload*¹ de programas para as placas Arduino, facilitando o desenvolvimento e a depuração de códigos. Com uma variedade de modelos de placas disponíveis, a plataforma atende a projetos de diferentes níveis de complexidade, desde os mais simples até os mais sofisticados (ARDUINO, 2025).

As três placas utilizadas no desenvolvimento do pêndulo simples foram: Wemos D1 R2 WiFi ESP8266, Mega 2560 com WiFi ESP8266 Integrado - Black Board

¹ Upload: Transferência do programa do computador para a placa Arduino para execução pelo microcontrolador.

e NodeMCU V3 ESP8266 com display OLED² de 0,96 polegadas.

A Wemos D1 R2 WiFi ESP8266 é um microcontrolador compacto baseado no chip ESP8266, que já traz a conectividade Wi-Fi embutida, oferecendo um formato semelhante ao Arduino Uno. Possui um processador que opera entre 80 MHz e 160 MHz, 11 pinos digitais de entrada e saída, um pino analógico e memória flash entre 4 MB e 16 MB. A placa pode ser programada pela IDE do Arduino ou utilizando MicroPython³, sendo amplamente utilizada em IoT⁴ e automação residencial (UGAH; NNONYELU, 2019).

A Mega 2560 com WiFi ESP8266 Integrado - Black Board possui o microcontrolador ATmega2560 e um módulo ESP8266, que fornece Wi-Fi nativo e maior capacidade de conexão. A Mega dispõe de 54 pinos digitais, 16 entradas analógicas, 15 saídas PWM e 4 portas seriais, além de memória flash de 256 KB, 8 KB de RAM e 4 KB de EEPROM⁵. Pode ser programada na IDE do Arduino. Além disso, conta com um DIP-switch (Interruptor de Pacote Duplo em Linha) que permite alternar modos de operação, sendo indicada para projetos que exigem múltiplas conexões simultâneas e maior complexidade (KOYANAGI, 2018).

A NodeMCU V3 ESP8266 apresenta como diferencial o display OLED integrado de 0,96 polegadas. Essa característica permite a exibição direta de informações sem necessidade de módulos adicionais. Baseada no ESP8266, a NodeMCU opera a 80 MHz ou 160 MHz, possui 11 pinos digitais, um analógico e memória flash de 4 MB. É compatível com a IDE do Arduino, além de oferecer suporte a MicroPython e Lua⁶. Trata-se de uma solução adequada para IoT e automação, especialmente quando a aplicação requer uma interface visual compacta e integrada (AKWABA; ABOY; ZUNU, 2019).

A principal diferença entre as placas reside na quantidade de pinos, capacidade de processamento e funcionalidades adicionais. A Wemos D1 R2 e a NodeMCU V3 são placas mais compactas, voltadas para IoT e conectividade Wi-Fi, sendo que a NodeMCU se destaca pelo display OLED integrado. A Mega 2560 com

² OLED: Display de diodos emissores de luz orgânicos, com alto contraste, baixo consumo e sem necessidade de iluminação de fundo.

³ MicroPython: Versão enxuta da linguagem Python para programação direta de microcontroladores.

⁴ IoT (Internet das Coisas): Conexão de dispositivos à internet para coleta de dados, monitoramento e automação.

⁵ EEPROM: Memória não volátil que armazena dados mesmo quando a placa é desligada.

⁶ Lua: Linguagem leve para sistemas embarcados, alternativa ao C++ ou MicroPython.

WiFi ESP8266 Integrado - Black Board possui maior número de pinos, maior memória e suporte à comunicação serial avançada. Dessa forma, é mais adequada para projetos que demandam múltiplas conexões simultâneas e recursos adicionais.

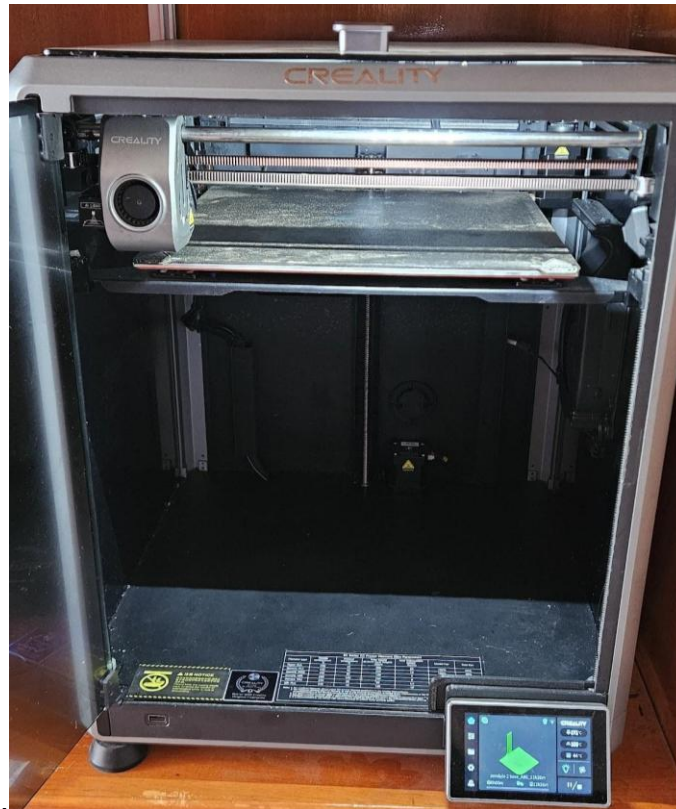
2.4 IMPRESSÃO 3D NA CONSTRUÇÃO DO PÊNDULO DIGITAL DIDÁTICO

A impressão 3D desempenhou um papel central na construção do Pêndulo Digital Didático, permitindo a fabricação de componentes personalizados de maneira ágil e com baixo custo, em comparação ao *Pendulum* desenvolvido pela World Alliance, que serviu como referência para a construção deste projeto. Tal recurso tecnológico viabilizou ajustes contínuos no design e contribuiu para o aprimoramento da funcionalidade do dispositivo ao longo do processo de desenvolvimento, resultando em um produto final mais eficiente e estruturalmente robusto.

Foram utilizadas duas impressoras 3D da Creality: a Ender 3 V1 e a K1 MAX. A Ender 3 V1 opera no sistema cartesiano, onde a mesa de impressão se move no eixo Z, e a extrusora, responsável por depositar o material derretido, se desloca nos eixos X e Y. Essa impressora foi usada na fase inicial do projeto, uma vez que, naquela ocasião, era a única disponível. Apesar de ser um modelo mais simples, permitiu a criação das primeiras peças e testes estruturais.

À medida que o projeto avançou, a impressora 3D K1 MAX foi incorporada ao processo produtivo (Figura 2). Esse equipamento adota o sistema CoreXY, no qual a extrusora se desloca nos eixos X e Y, enquanto a mesa realiza o movimento no eixo Z. Essa configuração possibilita maior velocidade e precisão na impressão, resultando em peças com acabamento superior. Ademais, a K1 MAX apresenta uma câmara fechada, elemento fundamental para a manutenção de uma temperatura estável durante a fabricação, prevenindo deformações e assegurando a qualidade ideal das peças, especialmente na utilização de materiais de maior exigência técnica, como o ABS (CREALITY, 2025).

Figura 2: Impressora 3D K1 MAX imprimindo base do pêndulo 2.



Fonte: Autoria própria.

Na construção do pêndulo foram utilizados dois tipos de filamentos. Inicialmente, foi utilizado PLA (Ácido Polilático), um plástico biodegradável e de fácil impressão, sendo o material ideal para a impressora Ender 3 V1. Porém, por este material ser menos resistente, decidiu-se utilizar o ABS na versão final do pêndulo. O ABS (Acrilonitrila Butadieno Estireno) é um plástico útil e versátil, feito de três componentes principais: acrilonitrila, butadieno e estireno. Ele é bastante resistente e suporta bem o calor, mas exige o uso de uma câmara fechada durante a impressão para evitar a deformação das peças impressas. Essa necessidade foi a razão pela qual a impressora K1 MAX foi utilizada nesta fase do projeto.

A impressão 3D trouxe diversas vantagens ao desenvolvimento do Pêndulo Digital Didático. A possibilidade de fabricar peças sob medida eliminou a dependência de adaptações improvisadas, garantindo que cada peça encaixasse de forma precisa. Essa tecnologia permitiu um maior controle sobre o projeto, redução de custos, otimização do tempo e assegurando um resultado final de alta qualidade.

2.5 PROJETO WORLD PENDULUM ALLIANCE

O *World Pendulum Alliance* (WP@ELAB) é uma iniciativa coordenada pelo Instituto Superior Técnico da Universidade de Lisboa, com financiamento do programa **Erasmus+ da Comissão Europeia – KA2 Cooperação para a Inovação e o Intercâmbio de Boas Práticas**. Seu objetivo principal é promover a melhoria do ensino superior nas áreas de ciências, matemática e tecnologias da informação e comunicação (TIC), incentivando a cooperação internacional entre instituições da União Europeia e países parceiros.

O projeto consiste na criação de uma rede global de experimentos remotos utilizando pêndulos instalados em diferentes regiões do planeta. Essa distribuição estratégica possibilita a coleta de dados sobre a aceleração da gravidade em diversas latitudes, considerando que o movimento rotacional da Terra influencia a intensidade da gravidade local. Essa variação, por sua vez, impacta diretamente o período de oscilação dos pêndulos. Desse modo, o WP@ELAB oferece aos estudantes e pesquisadores a oportunidade de analisar fenômenos físicos fundamentais, tais como aceleração gravitacional, oscilações amortecidas, equilíbrio energético, além da relação entre o comprimento do fio, a amplitude e o período de oscilação.

Além da dimensão científica, o projeto investe significativamente em recursos pedagógicos. Por meio de plataformas digitais e MOOCs (*Massive Open Online Courses*), capacita docentes para o uso de experimentos remotos, promove práticas pedagógicas inovadoras e integra as TIC ao ensino das ciências. Um de seus diferenciais é o portal online, que possibilita a realização de experimentos em tempo real, com acesso aos dados experimentais de forma colaborativa e interativa. O WP@ELAB também dedica atenção especial ao fortalecimento do ensino de ciências na América Latina, ampliando o acesso a metodologias modernas e contribuindo para uma educação científica mais inclusiva e globalizada.

No contexto deste trabalho, o WP@ELAB serviu como inspiração para o desenvolvimento do pêndulo didático confeccionado com impressão 3D e controlado via Wi-Fi, utilizando a placa NodeMCU V3. Enquanto a proposta internacional exige infraestrutura complexa e custos elevados, o protótipo desenvolvido aqui foi planejado como uma alternativa mais acessível, adaptada ao ensino médio e superior no Brasil, integrando impressão 3D, sensores ópticos e conectividade Wi-Fi via ESP8266. Dessa forma, buscou-se preservar a essência do projeto internacional, promovendo interatividade, acesso remoto e precisão científica, em uma versão de baixo custo adequada a escolas públicas e contextos educacionais que demandam soluções

viáveis e sustentáveis.

Essa abordagem permitiu não apenas a construção de um protótipo funcional e confiável, mas também a criação de um recurso pedagógico capaz de promover a aprendizagem prática e significativa de conceitos fundamentais de Física, como período, frequência angular, velocidade angular e aceleração da gravidade. A integração entre tecnologia, teoria e prática reforça o potencial educativo do dispositivo, tornando-o uma ferramenta inovadora para experimentação científica no ambiente escolar.

A Seção 3 abordará a metodologia do estudo, detalhando o desenvolvimento do pêndulo digital para ensino de Física, incluindo o projeto e teste inicial no TinkerCad, a construção dos protótipos físicos em PLA e ABS, a programação em C++ para controle do sistema e captura de dados, a integração com Google Sheets via JavaScript, bem como os procedimentos para medição de período, frequência, velocidade angular e aceleração da gravidade e a configuração de sensores, display, teclado e comunicação Wi-Fi.

3. METODOLOGIA

A metodologia adotada neste estudo consistiu na construção de um pêndulo simples digital, inspirado no projeto World Pendulum Alliance (WP@ELAB), uma iniciativa coordenada pelo Instituto Superior Técnico da Universidade de Lisboa, com financiamento do programa Erasmus+ da Comissão Europeia – KA2 Cooperação para a Inovação e o Intercâmbio de Boas Práticas. O WP@ELAB tem como objetivo promover a melhoria do ensino superior em ciências, matemática e Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC), incentivando a cooperação internacional entre instituições da União Europeia e países parceiros.

O objetivo central deste estudo foi desenvolver uma abordagem didática que permitisse aos alunos compreenderem, de forma prática e dinâmica, conceitos fundamentais da Física, tais como período, frequência, velocidade angular e aceleração da gravidade.

O desenvolvimento do protótipo ocorreu em etapas sucessivas. Inicialmente, foram elaborados os códigos em C++ e JavaScript, responsáveis pelo controle do sistema e pela integração com o Google Sheets. Em seguida, foi construído um protótipo virtual no TinkerCad, permitindo a validação preliminar do funcionamento

antes da montagem física.

A fase seguinte envolveu a produção de protótipos com impressão 3D, inicialmente em PLA e posteriormente em ABS preto, garantindo maior resistência e estabilidade estrutural. Diferentes placas controladoras foram testadas até a definição da configuração final, e sensores ópticos foram implementados para possibilitar medições consistentes, permitindo a comparação dos resultados experimentais com os valores teóricos da literatura.

Esse processo evolutivo permitiu identificar limitações de hardware e de design, orientando as melhorias necessárias até se chegar à versão final do protótipo, descrita nos subtópicos a seguir.

3.1 CÓDIGO C++: FUNDAMENTAÇÃO DO PÊNDULO SIMPLES

O código-fonte do desenvolvimento deste pêndulo didático, comentado linha por linha, encontra-se no Anexo A deste trabalho, permitindo análise detalhada de sua implementação. Este código foi desenvolvido em linguagem C++ e compreende todas as rotinas necessárias para o controle, monitoramento e registro dos dados do pêndulo confeccionado em impressão 3D e controlado via Wi-Fi pela placa NodeMCU V3, totalizando 718 linhas.

As linhas 1 a 28 são responsáveis pela importação das bibliotecas essenciais ao funcionamento do sistema, entre elas ESP8266WiFi, que possibilita a comunicação sem fio, WiFiManager, que simplifica a configuração de rede, LiquidCrystal_I2C, destinada à exibição de informações em um display LCD através da interface I2C, e EEPROM, utilizada para o armazenamento não volátil das credenciais de acesso Wi-Fi. Nesta etapa, também são definidas variáveis globais e constantes que representam os sensores utilizados, infravermelho e magnético, bem como variáveis para armazenar os dados do experimento, incluindo o comprimento do fio, o tempo de oscilação, o período, a frequência, a aceleração da gravidade e a velocidade angular do pêndulo.

Entre as linhas 30 e 42, o código realiza a configuração dos parâmetros de comunicação com um servidor externo, responsável pelo armazenamento dos dados coletados durante o experimento. São definidos o endereço do servidor e a porta segura para conexão por protocolo HTTPS. Além disso, é configurado o display LCD através do endereço I2C padrão 0x27, bem como o teclado matricial conectado pela mesma interface, que serve como principal meio de interação com o usuário.

A partir da linha 45, inicia-se a implementação da função `captarNumeropassagem()`, encarregada de captar, via teclado matricial, o número de passagens desejadas para o experimento. Conforme o usuário insere os dígitos, o valor é exibido em tempo real no display LCD. O código inclui mecanismos de controle de entrada, assegurando que os dados sejam capturados no formato adequado.

De linhas 44 a 94, detalha-se o funcionamento da entrada de dados pelo teclado. Cada tecla pressionada é interpretada para formar uma string numérica, sendo que os dígitos de 0 a 9 são acrescentados à string, o caractere `*` insere um ponto decimal, a tecla `{remove o último caractere inserido, e}` finaliza a entrada, convertendo a string resultante em um valor do tipo `float` por meio da função auxiliar `stringParaFloat()`. Durante todo o processo, o valor sendo digitado é atualizado constantemente na tela LCD, permitindo ao usuário acompanhar a inserção em tempo real.

Nas linhas 99 a 120, o sistema executa a função `pendulo (float a)`, responsável pela medição física das oscilações do pêndulo, com base no número de passagens informado previamente. O programa inicia os sensores, prepara a área de medição e apresenta instruções na tela LCD sobre o posicionamento correto do pêndulo. Um efeito visual com pontos sequenciais funciona como uma contagem regressiva, indicando o tempo restante antes do início das medições.

Entre as linhas 121 a 130, o código realiza a função `pendulum(float a)`, que mede as oscilações do pêndulo e calcula as variáveis físicas relevantes, como período, frequência, aceleração da gravidade e velocidade. Primeiramente, ativa-se o emissor infravermelho `ir_e` e limpa-se a tela LCD, exibindo a contagem da oscilação atual. Em seguida, entra-se em um laço de espera, monitorando continuamente o sensor infravermelho receptor `ir_r` até detectar a passagem do pêndulo, momento em que registra-se o tempo inicial usando a função `millis()`.

De linhas 134 a 144, o código aguarda a interrupção do feixe infravermelho sinalizando o ponto médio da oscilação e, posteriormente, espera até que o feixe seja restabelecido, indicando o fim da passagem. O tempo final é registrado, e o período de oscilação é calculado. Este valor é armazenado na variável `período[n]`, exibido no LCD e também impresso no monitor serial para controle.

A partir da linha 154, com o período medido, o código realiza cálculos físicos principais, calculando a aceleração gravitacional local utilizando a equação do pêndulo simples, determinando a frequência da oscilação com base na relação entre gravidade

e comprimento do fio e calculando a velocidade angular através da raiz quadrada da razão entre gravidade e comprimento. Estas operações acontecem entre as linhas 154 e 156.

Nos intervalos de linhas 158 a 165, os valores de frequência e aceleração gravitacional calculados são exibidos simultaneamente tanto no monitor serial quanto no LCD. O display organiza visualmente essas informações, facilitando a leitura e permitindo que o usuário acompanhe em tempo real o comportamento do sistema.

O contador de oscilações, representado por n , é incrementado na linha 167, permitindo que o procedimento se repita até que todas as passagens definidas pela variável a sejam concluídas. Ao final do ciclo de medições, o emissor infravermelho é desligado na linha 168, encerrando a execução da função `pendulum()`.

A partir da linha 170, o código chama a função `inputCredentials()`, responsável por configurar a conexão Wi-Fi do dispositivo. Na linha 172, a função inicializa a memória EEPROM, garantindo o armazenamento persistente das credenciais de rede. Em seguida, o módulo ESP8266 é configurado no modo ponto de acesso, permitindo que ele crie uma rede Wi-Fi própria à qual outros dispositivos possam se conectar diretamente. Nesta configuração, a rede local é identificada como `ConfigWiFi`, na linha 175.

Em seguida, um servidor web é iniciado na linha 178, permitindo ao usuário acessar uma interface gráfica para configuração. Entre as linhas 179 e 235, o servidor prepara e exibe uma página HTML contendo um formulário dinâmico. Esta página lista as redes Wi-Fi detectadas em um menu suspenso, a partir da linha 180, e apresenta o conteúdo utilizando HTML e CSS, entre as linhas 186 e 234. O design apresenta fundo verde com texto centralizado, além de campos de entrada para o nome da rede e a senha, tornando a interface intuitiva e de fácil utilização.

Nas linhas 206 a 234, o código implementa a interface web, permitindo ao usuário inserir as credenciais de rede Wi-Fi através de um layout organizado, padronizado pelo CSS, com fundo verde e textos centralizados, garantindo uma experiência visual clara e agradável durante o processo de configuração.

Entre as linhas 235 e 265, são definidos os estilos visuais da página, incluindo um formulário com fundo branco, bordas arredondadas e espaçamento adequado entre os campos, contribuindo para a acessibilidade. O botão de salvar apresenta um efeito de mudança de cor ao passar o cursor, adicionando interatividade à interface, conforme ilustrado na Figura 3.

Figura 3: Interface web para configuração da rede Wi-Fi (fundo verde, campos de entrada e menu suspenso).



The image shows a mobile browser interface for configuring a Wi-Fi network. The address bar at the top displays '192.168.4.1'. The main content area has a green background with the title 'Configuração WiFi' in white. Below the title is a white form with the following elements: a label 'Rede WiFi:' above a dropdown menu showing 'Braga'; a label 'Senha:' above a text input field; and a green button labeled 'Salvar'.

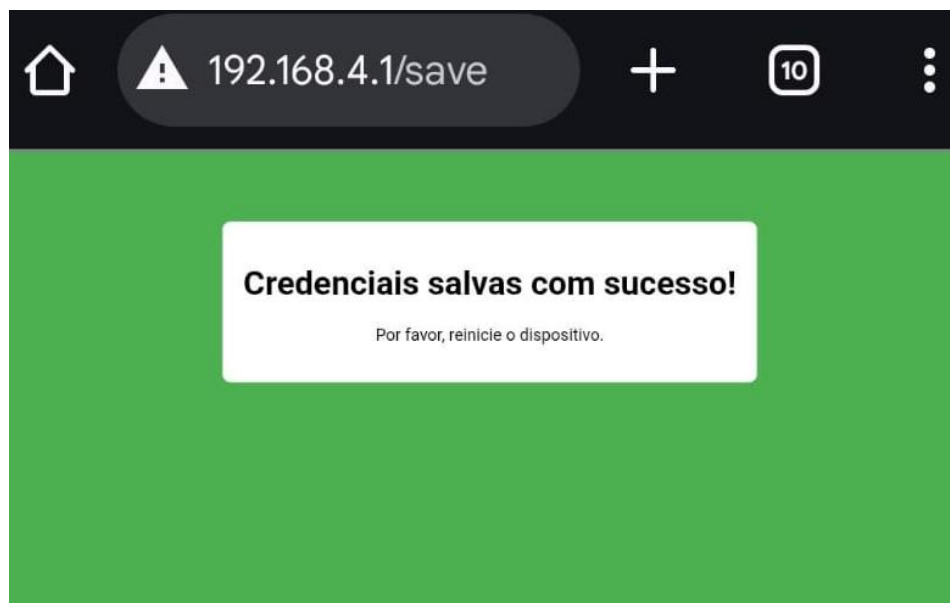
Fonte: Autoria própria.

No trecho compreendido entre as linhas 267 e 278, o formulário HTML apresenta uma lista suspensa contendo as redes Wi-Fi disponíveis, bem como um campo destinado à inserção da senha correspondente. Quando submetidos, os dados são encaminhados para a rota /save, onde são processados e armazenados em variáveis globais e na memória EEPROM. Este procedimento assegura que as credenciais permaneçam registradas mesmo após a reinicialização do dispositivo, permitindo conexões automáticas subsequentes.

Entre as linhas 279 e 323, o código realiza a gravação efetiva das credenciais na memória EEPROM. O nome da rede (SSID) e a senha são alocados em regiões distintas, o que facilita sua recuperação posterior. Concluída a gravação, o sistema retorna uma página HTML ao usuário, informando que os dados foram salvos com sucesso.

No trecho compreendido entre as linhas 325 e 369, uma nova interface é apresentada ao usuário, confirmando que as informações foram armazenadas corretamente e fornecendo orientações quanto à necessidade de reinicialização do dispositivo. A mensagem é exibida de forma centralizada em um contêiner estilizado, garantindo adequada legibilidade, como apresentado na figura 4. Em seguida, após um breve intervalo, a função `ESP.restart()` é acionada, reiniciando o microcontrolador e aplicando as novas configurações de rede.

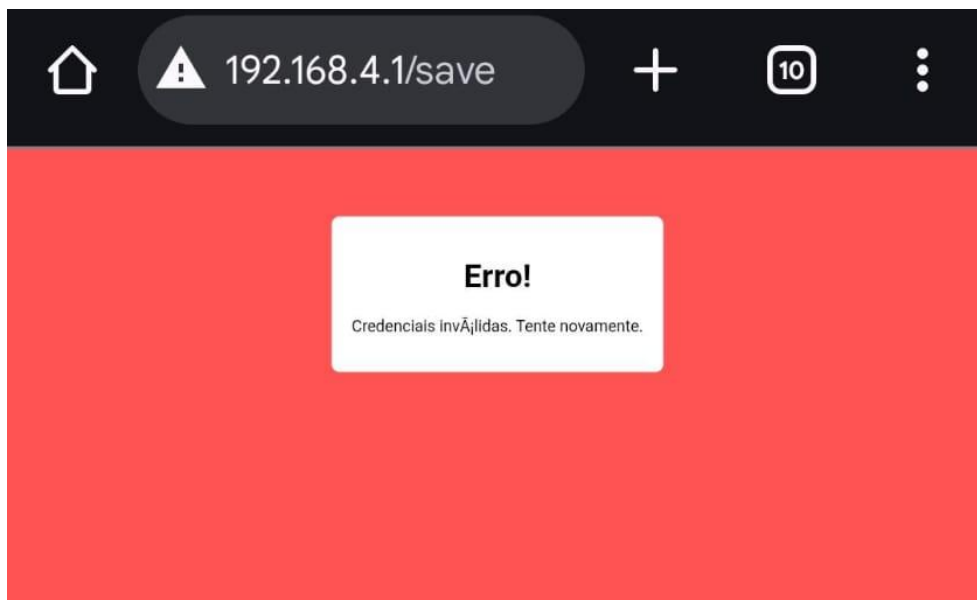
Figura 4: Página de confirmação das credenciais salvas, com orientações para reinicialização do dispositivo



Fonte: Produzido pela autora.

Entre as linhas 370 e 388, o sistema trata situações em que as credenciais fornecidas são inválidas. Nessa condição, uma página de alerta com fundo vermelho é exibida, solicitando nova tentativa, conforme evidenciado na figura 5. Caso os dados estejam corretos, o servidor é iniciado e o display LCD apresenta o nome da rede (ConfigWiFi), a senha (12345678) e o endereço de acesso via navegador (<http://192.168.4.1>).

Figura 5: Página de alerta exibida em caso de credenciais inválidas (fundo vermelho).



Fonte: Produzido pela autora.

Nas linhas 389 a 414, o servidor web permanece ativo continuamente por meio de um loop `while (true)`, permitindo o recebimento de requisições em tempo integral. A rotina `conectarWiFi()` estabelece a conexão do dispositivo à rede, utilizando as credenciais armazenadas. Durante esse processo, o LCD exibe a mensagem “Conectando WiFi...”, acrescentando pontos progressivamente a cada tentativa, até o limite de vinte tentativas.

Entre as linhas 415 e 448, o sistema verifica o êxito da conexão. Caso positivo, o endereço IP local é exibido no LCD; caso contrário, uma mensagem de erro é apresentada. Ainda nesta etapa, a função `capturarNumero()` possibilita a entrada de valores numéricos por meio do teclado matricial, exibindo-os dinamicamente no display, permitindo a inserção de parâmetros, como o comprimento do pêndulo, utilizados em cálculos subsequentes.

No trecho correspondente às linhas 449 a 464, `capturarNumero()` trata especificamente entradas numéricas com ponto decimal. A tecla `*` insere o ponto, enquanto a tecla `{` permite apagar o último dígito. Após confirmação por meio da tecla `}`, o valor é convertido para tipo `float`, possibilitando medições físicas precisas, tais como comprimento ou período do pêndulo.

De 465 a 489, a função `stringParaFloat()` converte strings numéricas em valores de ponto flutuante. O procedimento percorre cada caractere da string,

identifica o ponto decimal e calcula a parte fracionária, obtendo um número float com precisão adequada para cálculos científicos.

Entre as linhas 490 e 524, o método menu() apresenta ao usuário, via LCD, as opções iniciais do sistema: iniciar o pêndulo, configurar o sistema ou configurar a conexão Wi-Fi. A captura da escolha é realizada por meio do teclado matricial, enquanto a variável clear assegura que o menu seja desenhado apenas uma vez, evitando sobreposição de informações.

Nas linhas 525 a 546, o sistema interpreta a opção selecionada. Caso o usuário opte por iniciar o pêndulo (tecla [), é solicitada a quantidade de passagens e a rotina pendulo() é ativada. Durante a operação, o display apresenta os valores de período, frequência, aceleração da gravidade e velocidade, os quais são enviados para uma planilha no Google Sheets por meio da função enviarParaGoogleSheets(), garantindo o armazenamento remoto dos dados.

Entre as linhas 547 e 550, o sistema mantém o monitoramento das entradas do usuário. A tecla] aciona a rotina sub_menu() para configuração do comprimento, enquanto a tecla { inicia a função inputCredentials() para redefinir a configuração da rede Wi-Fi. Caso nenhuma tecla válida seja detectada, o menu permanece visível, aguardando interação.

No trecho de 551 a 561, a rotina sub_menu() apresenta um submenu no LCD, permitindo ajustes no comprimento do pêndulo. O ciclo é mantido enquanto a variável sub estiver definida como 1. O menu possibilita a modificação do comprimento e aguarda novas entradas, permitindo alterações ou retorno ao menu principal.

Entre as linhas 562 e 594, o submenu disponibiliza três opções: alterar o comprimento do pêndulo (opção 1), configurar o sensor laser (opção 2) ou encerrar o submenu (opção 3). A entrada do usuário é validada pelo sistema. Ao selecionar a opção 1, o LCD exibe instruções para definir o comprimento, apresentando também as escolhas na saída serial para fins de depuração.

De 595 a 616, após a seleção da opção 1, o sistema solicita a inserção do comprimento em milímetros, utilizando a função capturarNumero(). O valor é exibido no LCD e enviado à saída serial. Caso a opção 2 seja selecionada, a rotina calibrarLaser() realiza a calibração do sensor laser. Concluídas as operações, o

menu principal é restaurado, permitindo a continuidade ou encerramento do processo.

Entre as linhas 618 e 645, a função `calibrarLaser()` monitora continuamente o sensor, exibindo no LCD seu estado e os valores capturados pelo sensor infravermelho (`ir_r`). Os dados também são enviados ao terminal serial, permitindo acompanhamento em tempo real. A calibração pode ser interrompida mediante pressionamento da tecla D, conforme indicado no display.

De 646 a 675, a rotina `enviarParaGoogleSheets()` realiza o envio dos dados coletados, como período, frequência, aceleração da gravidade e velocidade angular, para uma planilha no Google Sheets por meio de requisição HTTP, utilizando `WiFiClientSecure` para estabelecer conexão segura. A URL é construída com os parâmetros correspondentes, e eventuais falhas de conexão são registradas, automatizando o armazenamento dos valores em nuvem para análise posterior.

Entre as linhas 676 e 692, a função `loadCredentials()` realiza a leitura das credenciais Wi-Fi previamente armazenadas na EEPROM, atribuindo-as às variáveis `username` (SSID) e `password`. Os dados são guardados em *arrays* de 32 *bytes* e convertidos para caracteres ao serem carregados. Ao final do processo, as credenciais são exibidas no monitor serial, garantindo reconexão automática à rede configurada.

No trecho de 694 a 712, a função `setup()` inicializa o hardware, configurando o LCD, os pinos de entrada e saída, bem como o teclado matricial. As credenciais Wi-Fi são carregadas e exibidas no monitor serial, permitindo a conexão automática à rede sem necessidade de configuração manual adicional.

De 713 a 718, a rotina `loop()` realiza leituras contínuas do sensor infravermelho utilizando `analogRead()` e invoca a função `menu()`, mantendo o menu ativo no display LCD e garantindo interação constante do usuário. Essa rotina assegura medições em tempo real e permite ajustes e configurações contínuas do sistema.

3.2 CÓDIGO EM JAVASCRIPT: FUNDAMENTAÇÃO DO GOOGLE SHEETS

O código completo em JavaScript do Google Sheets deste Trabalho de Conclusão de Curso, com comentários linha por linha, está disponível no Anexo B, permitindo consulta detalhada e análise aprofundada. Esta seção apresenta um

resumo das principais funcionalidades do código, seguido do detalhamento de suas três partes constituintes, com o objetivo de facilitar a compreensão de sua estrutura e operação durante o experimento com o pêndulo simples.

A primeira parte do código, código JavaScript do Google Sheets, compreendida entre as linhas 1 e 21, corresponde à função `doGet(e)`, implementada em Google Apps Script. Esta função é acionada automaticamente sempre que ocorre uma requisição HTTP do tipo GET⁷, tendo como finalidade registrar os dados experimentais coletados, incluindo período, frequência, aceleração da gravidade e velocidade angular, na planilha ativa do Google Sheets. Para assegurar a correta formatação dos dados, uma função auxiliar denominada `formatValue(value)` converte os valores numéricos em *strings*, substituindo pontos por vírgulas, de modo a atender ao padrão numérico aceito pela planilha. Após a formatação, os dados são inseridos em uma nova linha da planilha, acompanhados de um registro de data e hora (timestamp), utilizando o método `appendRow()`. Ao término da execução, a função retorna uma mensagem confirmando a inserção bem-sucedida dos dados, garantindo que todas as medições sejam registradas de forma precisa e organizada.

A segunda parte do código, compreendida entre as linhas 1 e 6, refere-se à implementação da função `limparCelulas()`, responsável por apagar o conteúdo de um intervalo específico na planilha, preservando fórmulas e formatações intactas. Para tanto, o script acessa a planilha ativa, seleciona a aba correspondente e executa o método `getRange("A2:E52").clearContent()`, eliminando apenas os dados existentes naquele intervalo. Esta funcionalidade permite reiniciar os registros de forma organizada, facilitando a inserção de novas medições sem a necessidade de manipulações manuais ou recriação do arquivo, garantindo eficiência e padronização na coleta e registro dos dados experimentais.

A terceira parte do código, compreendida entre as linhas 1 e 33, apresenta a função `exportarTabelaEGraficoParaDownload()`, que possibilita exportar a planilha e seus gráficos em formato PDF, permitindo o download para análises externas e arquivamento. O procedimento inicia com a definição da planilha e da aba atualmente ativadas, bem como do nome do arquivo PDF a ser gerado. Em seguida, é construída uma URL com parâmetros específicos para exportação, incluindo tamanho de página, orientação, elementos visuais e outras configurações detalhadas. Para garantir a

⁷ GET: método HTTP usado para solicitar dados de um servidor.

segurança do processo, o script realiza autenticação via OAuth⁸ ao solicitar o arquivo PDF. O conteúdo recebido é convertido em um objeto blob⁹, ao qual é atribuído o nome desejado e, posteriormente, codificado em base64 como um link. Por meio da interface do Google Sheets, o usuário recebe uma mensagem contendo o link para download, possibilitando o salvamento local do arquivo de maneira prática, segura e organizada.

Essas três funcionalidades operam de forma integrada, criando um sistema eficiente que automatiza o envio, a limpeza e a exportação dos dados coletados durante o experimento com o pêndulo simples. O código assegura que todas as medições sejam registradas com precisão, organizadas adequadamente na planilha e disponibilizadas para análises posteriores, contribuindo de maneira significativa para a confiabilidade e rastreabilidade dos resultados obtidos no estudo experimental.

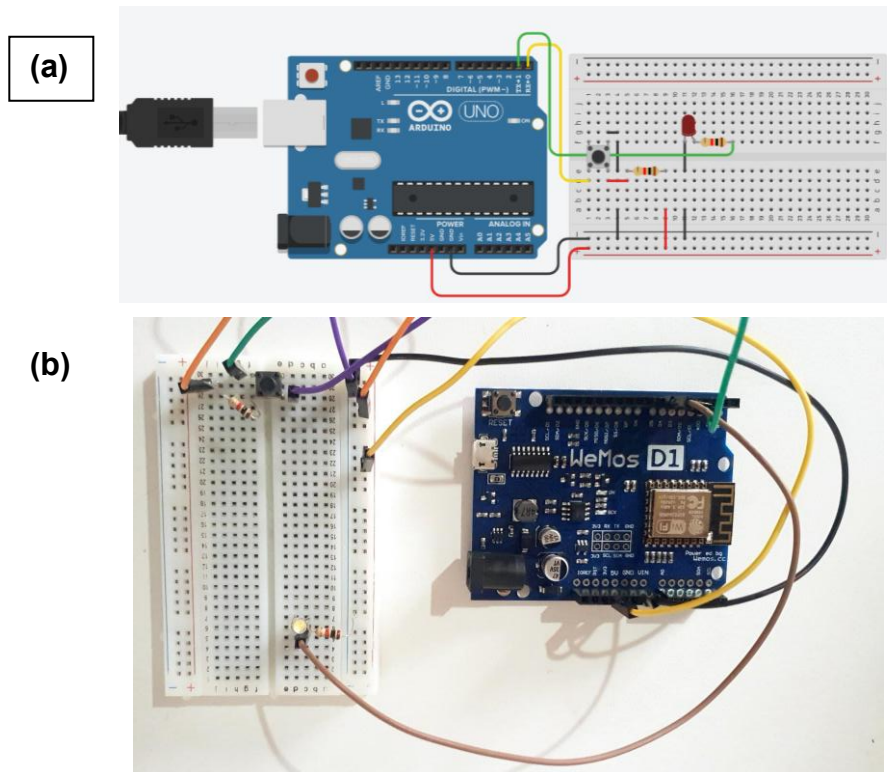
3.3 PROTÓTIPO INICIAL CONSTRUÍDO NA PLATAFORMA TINKERCAD

O protótipo inicial do pêndulo simples foi desenvolvido primeiramente na plataforma TinkerCad, o que permitiu uma validação preliminar do código antes da criação do modelo físico. No ambiente virtual, foi criado um esquema que simulava a detecção do movimento do pêndulo através de um sensor óptico infravermelho (IR) ativado por um botão. Quando o botão é pressionado, o código interpretava esse evento como a passagem do pêndulo pelo feixe do sensor, acionando um LED vermelho no circuito virtual. Quando pressionado novamente, o LED era desligado, sinalizando a conclusão de um ciclo completo de oscilação e possibilitando a medição do período do movimento.

⁸ OAuth: protocolo de autenticação que permite acesso seguro a recursos protegidos sem expor as credenciais do usuário.

⁹ Blob: objeto que representa dados binários, como arquivos ou conteúdos de mídia, possibilitando manipulação e armazenamento no script.

Figura 6: (a) Representação esquemática da montagem do protótipo do pêndulo simples desenvolvida no TinkerCad. (b) Montagem física do protótipo do pêndulo simples baseado no esquema projetado.



Fonte: Autoria própria.

Essa estratégia facilitou o desenvolvimento e a depuração do *software* de forma eficaz, eliminando a necessidade imediata de construir o sistema mecânico. Após a validação do código, a montagem física do protótipo foi executada com base no esquema elaborado no TinkerCad. Os componentes utilizados incluíram uma placa Wemos D1 R2 Wi-Fi ESP8266, um LED, dois resistores de $1k\Omega$, um botão do tipo *push*, cabos de conexão e uma placa de prototipagem.

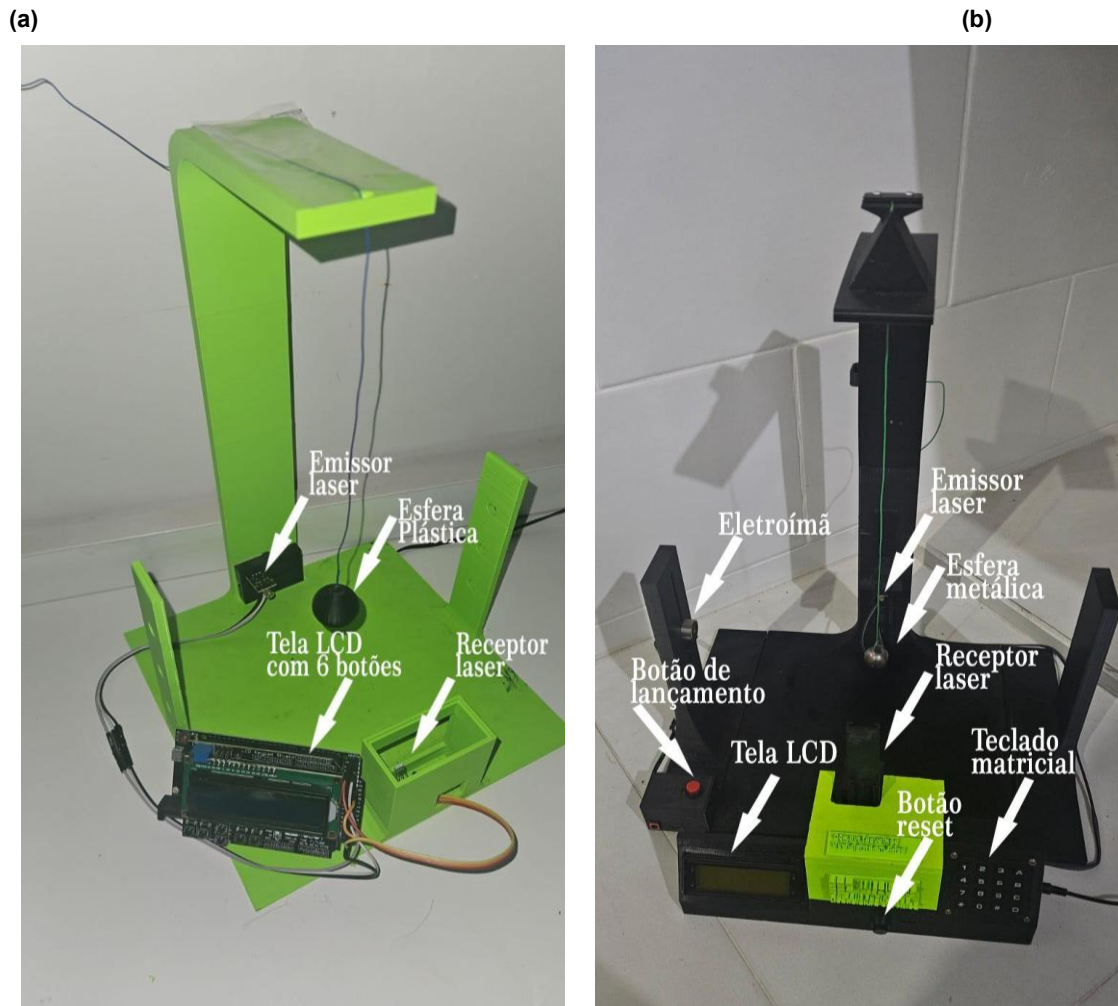
A montagem experimental apresentada na Figura 6, foi realizada conforme a lógica do modelo virtual, garantindo que a programação funcionasse corretamente antes de ser integrada à estrutura final do pêndulo.

3.4 PROTÓTIPO DESENVOLVIDO EM PLA COM IMPRESSORA 3D ENDER 3

O protótipo do pêndulo simples foi desenvolvido em PLA e impresso em uma impressora 3D Ender 3 V1, sendo constituído por duas partes principais. A primeira corresponde à base estrutural, composta pelas duas torres laterais, pelo espaço destinado ao mecanismo de disparo de eletroímãs (não implementado nesta versão), pela seção frontal, onde o sensor receptor do laser foi instalado em uma caixa para

reduzir a interferência da luz ambiente, e pela parte traseira, que abriga o início da haste do pêndulo e uma mini protoboard com o emissor laser. A segunda parte consiste na haste final, à qual está fixado o peso que atua como massa oscilante do pêndulo.

Figura 7: (a) Protótipo do pêndulo simples desenvolvido em PLA utilizando a impressora 3D Ender 3 V1. (b) Estrutura final do pêndulo simples impressa em filamento ABS preto.



Fonte: Autoria

própria.

O protótipo foi inicialmente concebido como versão final do sistema. Entretanto, durante os testes, foram identificados diversos problemas que comprometeram sua funcionalidade. O principal deles estava relacionado ao tamanho reduzido da estrutura, que dificultava a realização dos ensaios e a obtenção de medições consistentes, prejudicando a precisão dos resultados. Além disso, constatou-se que o espaço disponível era insuficiente para acomodar todos os componentes eletrônicos, afetando diretamente a eficiência e o desempenho do conjunto.

Outro fator limitante foi o hardware utilizado. A placa Wemos D1 R2 com ESP8266, inicialmente considerada promissora devido ao seu tamanho compacto e à conectividade Wi-Fi, mostrou-se inviável por não dispor de portas suficientes para a ligação de dispositivos essenciais, como o display LCD 16x2 e o teclado para configuração de rede. Essa limitação motivou a migração para o Arduino Mega 2560 com WiFi ESP8266 Integrado (*Black Board*). Contudo, a integração entre o microcontrolador e o módulo ESP embarcado apresentou falhas de comunicação, impossibilitando a transmissão de credenciais de rede e de dados do pêndulo, inviabilizando seu uso como solução definitiva.

Em relação ao sistema de detecção, a combinação do transmissor laser KY-008 com o receptor L1107 apresentou desempenho superior ao modelo anterior. O transmissor KY-008 é responsável pela emissão do feixe, enquanto o receptor L1107 realiza a detecção. Para mitigar a interferência da luminosidade ambiente e garantir maior precisão nas medições, o receptor foi instalado em uma caixa protetora.

Apesar das tentativas de aprimoramento com o Arduino Mega 2560 e WiFi ESP8266 integrado (*Black Board*), as limitações de hardware e as falhas de comunicação demonstraram a inviabilidade da versão inicial do protótipo. A impossibilidade de transmitir informações essenciais, como credenciais de rede e dados experimentais, evidenciou a necessidade de uma reestruturação da parte física e eletrônica, sobretudo devido à escassez de portas disponíveis e à complexidade do sistema.

Embora essa versão não tenha atendido plenamente aos requisitos funcionais, foi essencial para identificar falhas de design e fornecer subsídios valiosos ao desenvolvimento. O aprendizado obtido permitiu implementar melhorias significativas, resultando em uma configuração mais precisa, robusta e confiável para as etapas posteriores do projeto.

3.5 ESTRUTURA FINAL DO PÊNDULO SIMPLES IMPRESSO EM 3D COM FILAMENTO ABS PRETO

O desenvolvimento do protótipo do pêndulo simples envolveu diversos desafios e aprimoramentos, **com o objetivo de garantir a precisão das medições e o correto funcionamento do sistema**. Inicialmente, a comunicação entre o Arduino Mega 2560 com WiFi ESP8266 integrado (*Black Board*) e o módulo ESP8266 não ocorria de forma satisfatória, dificultando a troca de dados essenciais para a execução do experimento. Esse problema foi solucionado com a adoção da placa NodeMCU V3

ESP8266, acompanhada de um display OLED de 0,96 polegadas. Apesar de resolver a questão da comunicação, surgiram novos desafios, como leituras incorretas dos sensores e falhas no teclado.

Um dos principais obstáculos foi o uso do teclado matricial 4x4 e do display LCD 16x2, que não atendiam à demanda de entradas e saídas devido ao grande número de portas ocupadas pelo monitor tipo shield. Para contornar essa limitação, optou-se pela substituição do teclado e do display por um modelo I2C 20x4, que ocupa menos portas e atende adequadamente às necessidades do projeto.

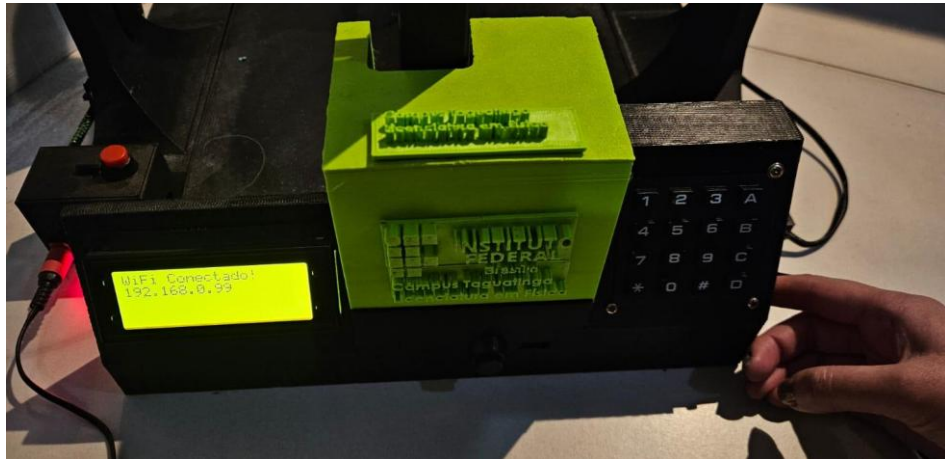
Após a atualização dos componentes eletrônicos, a estrutura física do pêndulo também passou por melhorias. O design original, compacto, limitava os movimentos do pêndulo e prejudicava o alinhamento preciso do sensor. A solução foi a impressão em 3D de uma nova estrutura em plástico ABS, realizada na impressora K1 Max, dividida em quatro partes distintas. A seção central foi projetada para acomodar a haste do pêndulo e um trilho de dois eixos, permitindo o alinhamento preciso do emissor laser e resolvendo o problema de desvio causado pelo sensor fixado em apenas um eixo. O movimento em dois eixos proporcionou maior flexibilidade e precisão no posicionamento do laser.

Na segunda seção, localizada na parte frontal da estrutura, foram agrupados os principais elementos do sistema. O teclado matricial 4x4 foi posicionado à direita, com o chip expensor PCF8574 instalado logo atrás, otimizando o espaço. No canto inferior direito, o botão de ligar/desligar foi integrado à fonte de alimentação. No centro, estavam o microcontrolador NodeMCU V3 ESP8266 com display OLED, o receptor de laser, o botão de reset e uma caixa isolante para proteger o receptor contra interferências de luz externa. O receptor foi montado em um trilho ajustável, permitindo a alteração de sua altura conforme necessário, e uma lente polarizada fumê foi instalada na caixa isolante para reduzir interferências de luz ambiente, garantindo a detecção precisa do pêndulo ao cruzar o laser. A tampa verde dessa seção ocultava os componentes eletrônicos e conferia um visual mais atrativo. À esquerda, o display LCD 20x4 I2C exibia informações cruciais durante o experimento, como status do pêndulo e dados coletados.

A terceira parte da estrutura consiste em uma torre simétrica à torre de lançamento, cuja principal função é estética, conferindo equilíbrio visual ao design do protótipo. A torre de lançamento, localizada na quarta posição, abriga um eletroímã ajustável responsável por liberar o pêndulo. Para acionar o mecanismo de

lançamento, basta pressionar um botão específico, enquanto dois LEDs indicam o status do sistema: o LED vermelho sinaliza que o dispositivo está ligado e o verde indica que o eletroímã encontra-se magnetizado. Além disso, essa torre comporta a entrada de alimentação de 12 V e o botão de liberação. A haste final do protótipo foi segmentada devido às limitações de dimensões da impressora 3D utilizada, com a esfera metálica suspensa por um fio, como observado na Figura 8.

Figura 8: Apertando o botão vermelho de ativação do sistema, que liga o pêndulo e inicia a interface no display LCD.



Fonte: Foto tirada pela autora.

O controle do protótipo é efetuado por meio de um menu exibido na tela LCD, que apresenta ao operador diversas opções de operação. Por intermédio do teclado matricial, é possível iniciar o experimento, ajustar o número de passagens, calibrar o sensor laser, regular o comprimento do pêndulo e configurar a conexão Wi-Fi. Quase todas as funções do sistema são acessíveis por esse painel, exceto o lançamento do pêndulo, que é realizado por um botão dedicado, conforme mostrado na Figura 9.

Figura 9: Tela inicial do sistema, mostrando o menu principal com as opções: A. Iniciar o pêndulo, B. Configurações e C. Configurar Wi-Fi.



Fonte: Autoria própria.

Quando ativado, o sistema exibe automaticamente o menu principal com três opções. A primeira delas, 'Iniciar Pêndulo', acionada pela tecla 'A', direciona o usuário a uma tela onde é possível definir o número de passagens, limitadas entre 1 e 50. Caso seja inserido um valor superior a 50, o sistema restringe automaticamente as leituras ao máximo permitido. A segunda opção, "Posicionar para o Lançamento", acessada pela tecla "D", inicia uma contagem regressiva de 20 segundos e, ao final, exibe a palavra "Lançar", indicando o momento exato para soltar o botão e liberar o pêndulo, como indicado na Figura 10.

Figura 10: Tela exibida após selecionar 'A' para iniciar o pêndulo, onde é possível definir o número de passagens a serem registradas (entre 1 e 50).



Fonte: Fotografia feita pela autora.

Figura 11: Posicionamento da esfera metálica com o botão de liberação pressionado até o aparecimento do comando “Lançar” no display.



Fonte: Foto fornecida pela autora.

As medições são realizadas até que o número de passagens programado seja atingido. Ao final do experimento, os dados coletados, incluindo período, aceleração da gravidade, frequência e velocidade angular, são transmitidos automaticamente para uma planilha do Google, onde são organizados em colunas e convertidos em gráficos correspondentes a cada passagem, facilitando a análise dos resultados. Esta operação é ilustrada na Figura 12.

Figura 12: Tela do experimento mostrando dados da primeira passagem enviados à planilha do Google.



Fonte: Foto tirada pela autora.

Além das funções de medição, o protótipo oferece recursos de personalização

e calibração. Ao selecionar a tecla "B", o operador acessa o menu de configurações, que apresenta três opções: 1. ajuste do comprimento do pêndulo; 2. calibração do sensor laser; e 3. retorno ao menu principal, de acordo com a Figura 13.

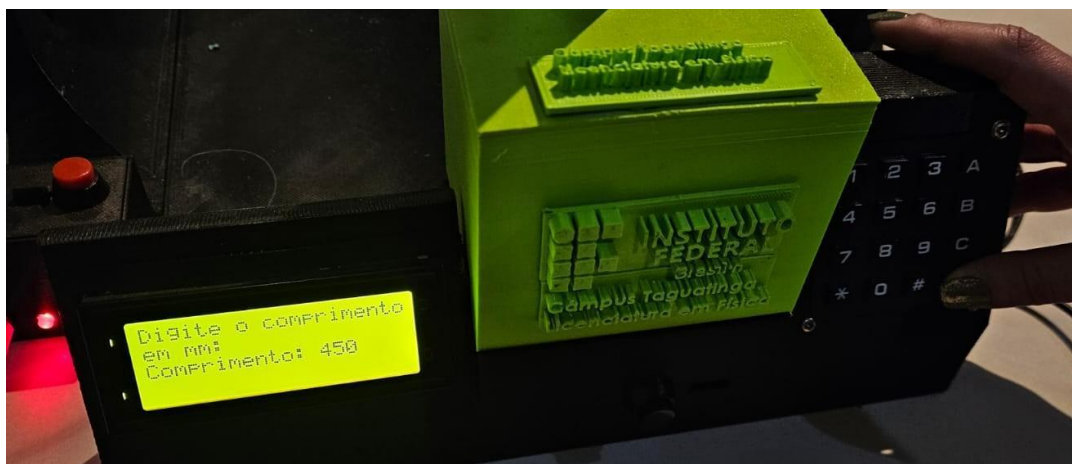
Figura 13: Submenu da opção B "Configurações", exibindo as opções disponíveis.



Fonte: Foto fornecida pela autora.

A primeira opção do submenu B, acessada pela tecla "1", permite o ajuste manual do comprimento do pêndulo, fundamental para que as medições reflitam com precisão as condições físicas do experimento, uma vez que o comprimento do fio influencia diretamente o período das oscilações. Os valores devem ser inseridos em milímetros, conforme observado na Figura 14.

Figura 14: Ajuste do comprimento do pêndulo (Opção 1 do submenu B).



Fonte: Autoria própria.

A calibração do sensor laser é realizada por meio da opção 2 do submenu B. Durante o processo, o display exibe valores binários 0 ou 1, correspondentes à ausência ou presença da esfera metálica interrompendo o feixe de luz. A calibração é

considerada correta quando ocorre a mudança de 0 para 1 no momento em que a esfera cruza o sensor, garantindo a confiabilidade das medições, como demonstrado na Figura 15.

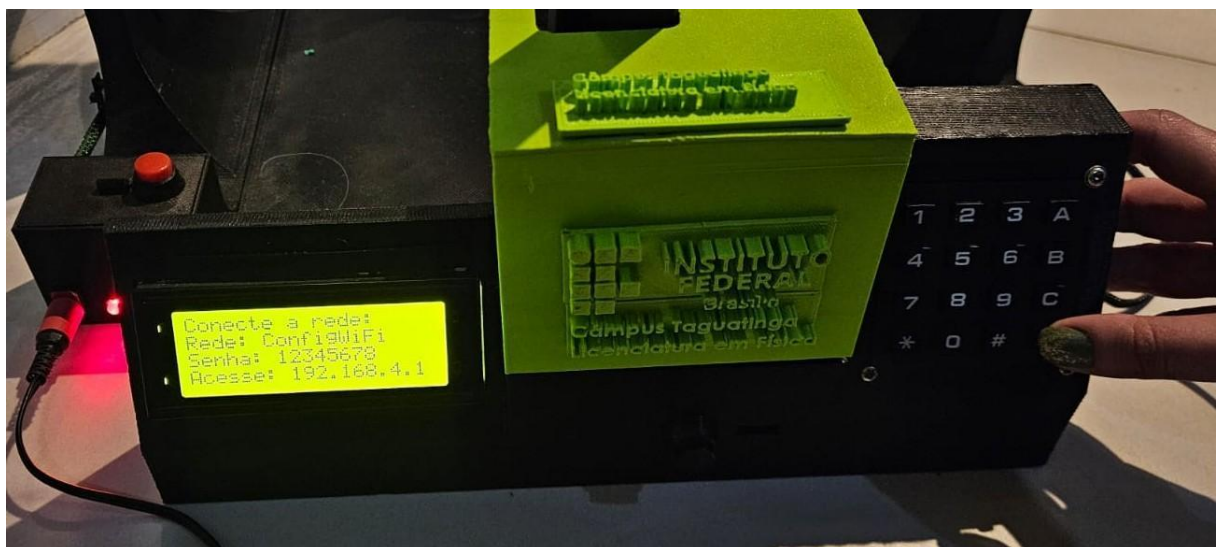
Figura 15: Calibração do sensor laser.



Fonte: Produzido pelo autor.

A configuração da rede Wi-Fi, acessível pela tecla "C", permite que o dispositivo crie automaticamente uma rede temporária denominada ConfigWiFi, protegida por senha padrão (12345678). O usuário deve se conectar a essa rede e acessar o endereço IP 192.168.0.4 via navegador para definir a rede Wi-Fi desejada. Após a configuração, o sistema reinicia automaticamente para aplicar as alterações, como ilustrado na Figura 16.

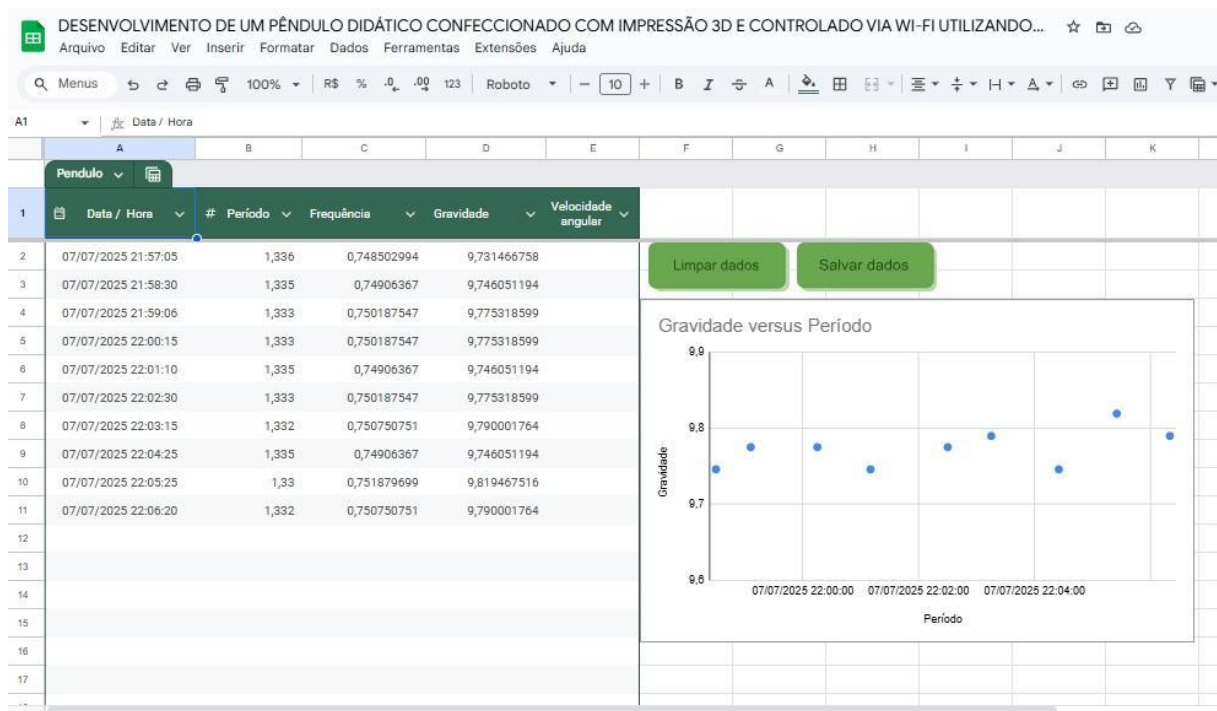
Figura 16: Configuração Wi-Fi.



Fonte: Foto produzida pela autora.

Com suas funcionalidades integradas, o protótipo **proporciona a medição e transmissão de dados críticos do pêndulo**, como aceleração da gravidade, período, frequência e velocidade angular. A comunicação sem fio possibilita a transmissão em tempo real dos dados para um computador, onde são processados, armazenados e exibidos em gráficos dinâmicos, ampliando as possibilidades de análise e aplicação educacional. Os dados das oscilações são enviados ao Google Sheets, sendo atualizados em tempo real, como mostrado na Figura 17.

Figura 17: Dados das oscilações do pêndulo digital registradas no Google Sheets com atualização em tempo real.



Fonte: Print elaborado pela autora.

Uma demonstração em vídeo do funcionamento do pêndulo digital foi disponibilizada no Anexo F, cujo link de acesso se encontra na seção final deste trabalho.

Dessa forma, o equipamento se apresenta como uma ferramenta pedagógica **que possibilita interação e observação de conceitos físicos em prática**, oferecendo uma experiência de aprendizagem mais próxima da aplicação experimental. O desenvolvimento do projeto envolveu a superação de desafios técnicos relacionados à integração de componentes, à comunicação entre dispositivos

e à organização estrutural, resultando em um sistema funcional e confiável para a realização de experimentos didáticos.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

A presente seção apresenta os resultados obtidos com o protótipo digital do pêndulo simples e discute sua relevância tanto do ponto de vista experimental quanto pedagógico. São abordadas a análise quantitativa dos dados coletados, a determinação da aceleração da gravidade por meio de regressão linear, a avaliação da precisão do equipamento em comparação com referências internacionais, bem como a integração entre experimentação prática, tecnologias digitais e metodologias de ensino construtivistas. Além disso, são examinadas as contribuições do protótipo para o desenvolvimento de competências científicas e digitais, a comparação com propostas similares na literatura e a proposta de sequência didática voltada à aprendizagem significativa dos conceitos de movimento oscilatório.

4.1 ANÁLISE DOS DADOS OBTIDOS COM O PROTÓTIPO

Durante a análise dos dados obtidos experimentalmente com o protótipo digital do pêndulo simples, foi realizada uma regressão linear no gráfico de L em função de T^2 , com o objetivo de modelar o comportamento do sistema. Essa abordagem matemática fundamenta-se na equação teórica do período de um pêndulo simples, expressa por

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \quad (35)$$

Onde T é o período do pêndulo, L é o comprimento do fio e g é a aceleração da gravidade. Para que esta equação seja válida, é necessário que as oscilações sejam pequenas, ou seja, que o ângulo de amplitude inicial seja inferior a 10° . No experimento realizado, o comprimento do fio variou entre 420 mm e 450 mm, medido com régua metálica com precisão de 1 mm. O fio utilizado foi de cobre revestido com plástico, flexível e resistente, sem elasticidade significativa. O objeto pendurado consistiu em uma esfera de aço com massa de 68 g, homogênea e de formato esférico, garantindo que o centro de massa fosse bem definido. A amplitude inicial do pêndulo foi de aproximadamente 5° , medida com transferidor, garantindo

pequenas oscilações. Cada medida do período foi realizada dez vezes, reduzindo a influência de variações experimentais, e a margem de erro foi calculada a partir do desvio padrão das medições do período, sendo posteriormente propagada para o cálculo da aceleração da gravidade.

Elevando ambos os lados da equação (35) ao quadrado, obtém-se:

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{g} \cdot L. \quad (36)$$

Isolando L , obtém-se a equação do gráfico de interesse:

$$L = \frac{g}{4\pi^2} T^2. \quad (37)$$

No gráfico L versus T^2 , L é representado no eixo vertical e T^2 no eixo horizontal. O coeficiente angular α da reta corresponde a $\frac{g}{4\pi^2}$, permitindo determinar a aceleração da gravidade experimentalmente. A relação entre essas grandezas é linear e pode ser descrita pela equação da reta

$$L = \alpha T^2 + b. \quad (38)$$

onde α corresponde ao coeficiente angular e b ao coeficiente linear. Comparando as equações (37) e (38), observa-se que o coeficiente angular da regressão linear está relacionado à aceleração da gravidade pela expressão:

$$\alpha = \frac{g}{4\pi^2}. \quad (39)$$

Permitindo determinar experimentalmente g O coeficiente linear b deve ser próximo de zero, indicando que a reta passa pela origem, de modo que quando $L = 0$, $T = 0$

A partir da regressão linear obtida, determinou-se $a = 0,2479 \pm 0,0076 \text{ m/s}^2$ e $b = 0,0010 \pm 0,0132 \text{ s}^2$. Substituindo o valor de α na equação (39), obtém-se:

$$g = 4\pi^2 \cdot 0,2479 \approx 9,78 \text{ m/s}^2. \quad (40)$$

A incerteza associada à aceleração da gravidade foi estimada utilizando a **fórmula de propagação de erro com derivada parcial**, conforme apresentado por Taylor (1997), que estabelece que a incerteza de uma função $g(x)$ depende da

derivada parcial em relação à variável independente multiplicada pela incerteza desta variável:

$$\Delta g = \left| \frac{\partial g}{\partial a} \right| \cdot \Delta a. \quad (41)$$

No caso, como $g = 4\pi^2\alpha$, tem-se:

$$\frac{\partial g}{\partial a} = 4\pi^2 \Rightarrow \Delta g = 4\pi^2 \Delta \alpha. \quad (42)$$

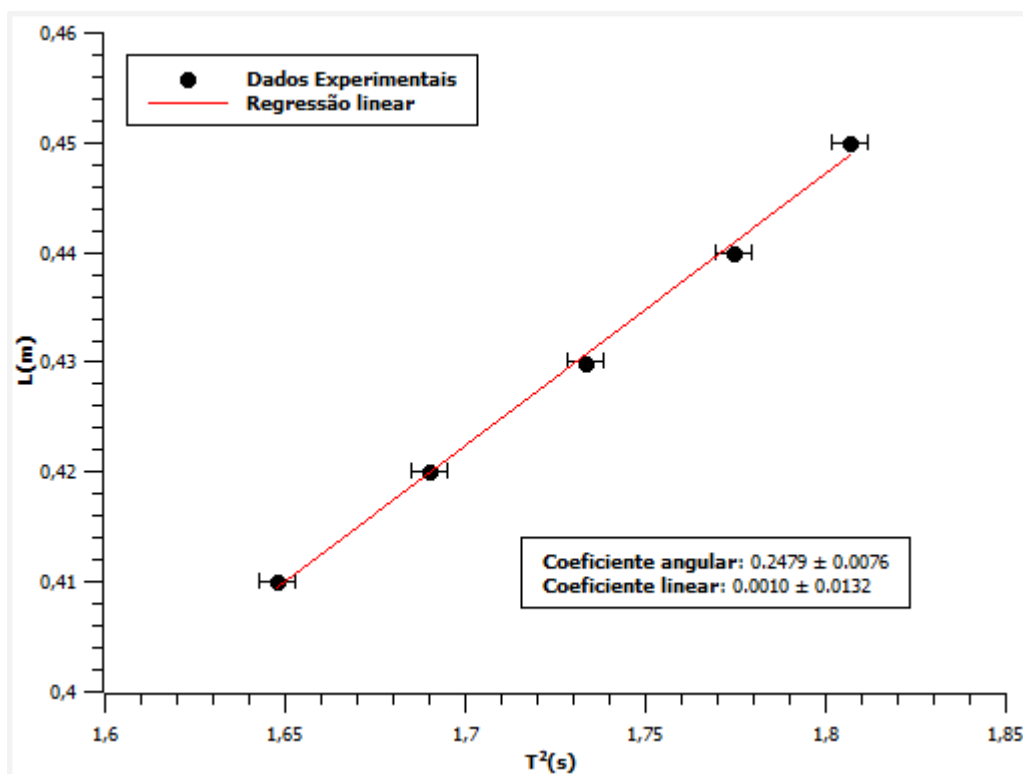
Aplicando os valores experimentais, obtém-se

$$\Delta g = 4\pi^2 \cdot 0,0076 \approx 0,30 \text{ m/s}^2. \quad (43)$$

Portanto, o valor final da aceleração da gravidade obtido neste experimento foi

$$g = 9,78 \pm 0,30 \text{ m/s}^2. \quad (44)$$

Figura 18: Gráfico de T^2 em função de L



Fonte: Print da tela do QtiPlot.

O resultado demonstra boa compatibilidade com os valores fornecidos pela

rede internacional World Pendulum Alliance (WP@ELAB), coordenada pela Universidade de Brasília (UnB). De acordo com os dados da WP@ELAB, as medições realizadas na cidade de Brasília – DF variam entre $9,78 \text{ m/s}^2$ e $9,80 \text{ m/s}^2$, com uma precisão inferior a 0,3% (Amarante-Segundo et al., 2022; Fernandes, Silva, 2025; Ribeiro, Khalifa, 2023). A média estimada para a localização é $g = 9,796 \text{ m/s}^2$, estando claramente dentro do intervalo de incerteza experimental dos resultados obtidos neste estudo.

A comparação com os resultados da WP@ELAB evidencia que o protótipo desenvolvido, apesar de construído com recursos de baixo custo, apresenta desempenho compatível com medições realizadas por instituições de referência internacional. O projeto serviu de inspiração no modelo utilizado pela WP@ELAB, mas com adaptações que possibilitam sua replicação em contextos educacionais com menor investimento financeiro.

Assim, os valores obtidos neste trabalho não apenas confirmam a consistência com o modelo teórico clássico do pêndulo simples, permitindo uma comparação direta entre resultados experimentais e previsões da mecânica clássica, mas também demonstram a eficácia do protótipo como ferramenta pedagógica de alta qualidade. A integração entre experimentação prática, modelagem matemática e análise estatística evidencia que este projeto representa um exemplo de como a física experimental pode ser modernizada sem comprometer o rigor científico necessário ao ensino e à pesquisa.

4.2 SOBRE O PROTÓTIPO DESENVOLVIDO E AS TEORIAS DA APRENDIZAGEM

O presente projeto apresenta uma abordagem prática para o ensino de conceitos de Física, como período, frequência angular e aceleração da gravidade, por meio de atividades ativas e interativas. A proposta fundamenta-se em princípios construtivistas, conforme desenvolvidos por Jean Piaget, Lev Vygotsky e David Ausubel, que destacam a importância da aprendizagem por meio da interação com o ambiente, da colaboração social e da articulação entre conhecimento prévio e novos conteúdos. O uso de tecnologias digitais, programação e análise de dados contribui para tornar o ensino de Física mais inovador e alinhado às demandas educacionais do século XXI.

Para operacionalizar essa abordagem, foi desenvolvido um pêndulo didático,

que permite aos estudantes explorarem de forma prática fenômenos físicos relevantes, como movimento oscilatório, forças atuantes, equilíbrio, segunda lei de Newton, movimento harmônico simples e aceleração da gravidade. O dispositivo possibilita a coleta automática de dados, permitindo que informações como período, frequência, data, hora e aceleração da gravidade sejam registradas em planilhas digitais via Wi-Fi. Esse recurso facilita a organização e análise dos resultados, além de permitir a construção de gráficos que evidenciam relações significativas, como a relação entre o quadrado do período e o comprimento do pêndulo.

A metodologia pedagógica adotada fundamenta-se em Piaget (1976), que enfatiza que o conhecimento se desenvolve a partir da interação ativa do aluno com o meio, possibilitando a construção mental do que é observado. Nesse contexto, o pêndulo didático permite aos estudantes manipularem diretamente o objeto de estudo e realizar medições de grandezas físicas, favorecendo a compreensão conceitual dos fenômenos investigados.

A abordagem também se apoia em Vygotsky (2001), que propõe que a aprendizagem ocorre de forma mais efetiva na zona de desenvolvimento proximal, quando indivíduos mais experientes auxiliam os demais. No projeto, atividades em grupo e orientações do professor promovem a colaboração, o desenvolvimento do pensamento crítico e o uso da linguagem científica.

Segundo Ausubel (2003), a aprendizagem é potencializada quando novos conhecimentos são relacionados ao conhecimento prévio. Nesse projeto, conceitos previamente estudados sobre movimento, tempo e espaço podem ser articulados com as experiências realizadas com o pêndulo didático. A visualização dos dados experimentais, por meio de gráficos e planilhas, permite estabelecer relações entre as variáveis estudadas, oferecendo suporte à compreensão conceitual e à articulação entre teoria e prática.

Além dos aspectos conceituais, o projeto contribui para o desenvolvimento de habilidades relacionadas ao uso de tecnologias digitais, programação, análise de dados, organização de informações em planilhas e interpretação de gráficos, competências cada vez mais relevantes na formação de cidadãos críticos e preparados para os desafios tecnológicos contemporâneos. O dispositivo apresenta custos relativamente reduzidos em relação a laboratórios convencionais, ampliando as possibilidades de utilização em diferentes contextos educacionais, especialmente em instituições que dispõem de recursos tecnológicos adequados, como impressoras

3D.

Em síntese, a integração das perspectivas de Piaget, Vygotsky e Ausubel, aliada a uma abordagem pedagógica que combina tecnologia, prática e trabalho colaborativo, configura este projeto como uma proposta relevante para o ensino de Física. O pêndulo didático constitui uma ferramenta que possibilita aos estudantes explorar fenômenos físicos de forma interativa, estimulando engajamento, curiosidade e participação ativa nas atividades de aprendizagem.

4.3 COMPARAÇÃO COM PROPOSTAS SEMELHANTES DA LITERATURA

A utilização de tecnologias inovadoras, como placas de prototipagem (Arduino, ESP8266), sensores digitais, comunicação via Wi-Fi e impressão 3D, tem se tornado cada vez mais presente na pesquisa científica voltada ao ensino de Física. Construir pêndulos simples utilizando esses recursos representa uma alternativa de baixo custo, especialmente em comparação com o modelo de inspiração da World Pendulum Alliance (WP@ELAB), e, ao mesmo tempo, constitui uma oportunidade de envolver os estudantes em práticas investigativas modernas, alinhadas à cultura maker e à Internet das Coisas (IoT). Considerando que a escola possua uma impressora 3D do tipo utilizado no experimento, a replicação do protótipo torna-se viável em contextos educacionais.

A literatura apresenta diversas propostas que integram essas tecnologias ao estudo experimental do movimento oscilatório. Por exemplo, Oliveira, Pinto e Souza (2024) propuseram um pêndulo simples com sensores infravermelhos conectados a uma placa Arduino, permitindo medições precisas do tempo de oscilação e a obtenção de valores de $g = 9,7860 \pm 0,1296 \text{ m/s}^2$, demonstrando a eficácia do sistema. Dias (2021), em sua iniciativa voltada ao ensino remoto durante a pandemia de COVID-19, combinou Arduino com o aplicativo Phyphox, oferecendo uma alternativa viável para coleta e análise de dados, com foco na comparação de metodologias e na avaliação de incertezas. Outro destaque é o trabalho de Neves (2022), que desenvolveu um kit didático utilizando Arduino e planilhas eletrônicas, com o objetivo de tornar o ensino do movimento harmônico simples mais acessível no contexto do ensino médio.

Apesar dos avanços, muitas dessas propostas ainda apresentam limitações estruturais, como a ausência de conectividade remota, coleta manual de dados e uso

de suportes improvisados ou fixos. O protótipo apresentado neste estudo inova ao integrar, em um único dispositivo, quatro elementos essenciais: (i) uma estrutura física projetada e fabricada por impressão 3D; (ii) controle do experimento por meio de uma placa NodeMCU ESP8266, com conectividade Wi-Fi integrada; (iii) aquisição de dados por sensores ópticos digitais; e (iv) transmissão automática dos resultados via rede Wi-Fi, possibilitando o acompanhamento remoto e colaborativo da experiência.

A impressão 3D foi fundamental na construção do equipamento experimental, permitindo criar peças sob medida, eliminar adaptações improvisadas e garantir maior precisão no alinhamento do sistema. Para as peças principais, foi utilizado ABS, impresso com uma impressora K1 MAX com câmara fechada, essencial para evitar deformações térmicas. Essa abordagem estrutural conferiu robustez, acabamento refinado e estabilidade necessária para uso contínuo em ambientes escolares.

Durante as fases de testes com o protótipo, foi possível determinar experimentalmente a aceleração da gravidade, obtendo $g = 9,78 \pm 0,30 \text{ m/s}^2$, valor compatível com os resultados da literatura científica, o que valida a precisão e confiabilidade do dispositivo desenvolvido. A determinação de g baseou-se em medições do período do pêndulo e na construção do gráfico L versus T^2 , no qual o comprimento L foi representado no eixo vertical e o quadrado do período T^2 no eixo horizontal. A regressão linear desse gráfico forneceu o coeficiente angular $a = 0,2479 \pm 0,0076 \text{ m/s}^2$ e o coeficiente linear $b = 0,0010 \pm 0,0132 \text{ s}^2$, permitindo o cálculo preciso da aceleração da gravidade experimental, conforme a equação $g = 4\pi^2\alpha$.

A incerteza associada à aceleração da gravidade foi estimada utilizando a fórmula de propagação de erro com derivada parcial, conforme apresentado por Taylor (1997), a qual estabelece que a incerteza de uma função $g(x)$ depende da derivada parcial da função em relação à variável independente multiplicada pela incerteza dessa variável. Aplicando esta metodologia, obteve-se $\Delta g = 0,30 \text{ m/s}^2$.

Outro aspecto relevante é o custo total do experimento, que foi montado com recursos acessíveis, considerando que a escola possua uma impressora 3D K1 MAX ou equivalente, com capacidade de imprimir em ABS, conforme detalhado na Tabela 1:

Tabela 1: Estimativa dos custos envolvidos na montagem do protótipo experimental.

Item	Valor (R\$)
Impressão 3D (ABS)	350,00
NodeMCU com <i>display</i> OLED	21,95
Mini eletroímã 12 V	15,66
<i>Display</i> LCD 20 × 4 I ² C	33,72
Teclado matricial 4 × 4	17,26
Fonte 5 V	20,00
Fonte 9 V	20,00
Bola de metal maciça 20 mm	35,00
LEDs	3,00
Botão push	10,0
Conector de fonte	8,0
Emissor laser KY – 008	5,90
Módulo receptor de laser	12,90
Módulo expensor I/O PCF8574	18,0
Regulador 3.3 V AMS1117	5,0
Total estimado	576,39

Fonte: Dados organizados pela autora.

Dessa forma, o protótipo proposto constitui uma alternativa prática para o ensino experimental de física, com estrutura robusta, controle automatizado e possibilidade de acesso remoto aos dados, fornecendo um recurso pedagógico alinhado às demandas atuais da educação científica. A utilização de componentes como impressão 3D, placas de prototipagem (NodeMCU ESP8266) e sensores digitais permite a realização de experimentos que combinam observação prática, aquisição de dados e análise quantitativa, podendo ser adotado em instituições que

disponham de recursos semelhantes, como impressoras 3D capazes de imprimir em ABS.

4.4 PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Com o objetivo de promover uma aprendizagem significativa acerca dos conceitos de período, frequência angular, velocidade angular e aceleração da gravidade, apresenta-se uma sequência de três aulas de 45 minutos cada. A proposta combina atividades interativas, experimentos com apoio tecnológico e momentos de formalização teórica e reflexão crítica, buscando articular teoria e prática no ensino de Física.

Aula 1 – Introdução aos Conceitos Teóricos e Simulação Virtual:

Duração: 45 minutos

A primeira aula será dedicada à introdução dos conceitos fundamentais relacionados ao pêndulo simples, utilizando uma abordagem interativa. Em vez de apenas apresentar fórmulas e definições, os estudantes realizarão uma exploração guiada do simulador "Laboratório do Pêndulo" do PhET (link: [Pendulum Lab](#)), permitindo a visualização dos fenômenos antes da formalização matemática.

1.1 Tópicos abordados

- Noções de movimento periódico e movimento harmônico simples (MHS);
- Definição de período (T) e frequência (f), e suas relações;
- Conceito de velocidade angular (ω) aplicada ao movimento oscilatório;
- Influência da aceleração da gravidade (g) no período de oscilação.

1.2 Atividade de exploração no simulador

Os estudantes, organizados em duplas ou pequenos grupos, manipularão variáveis como comprimento do fio, massa da esfera e ângulo inicial da oscilação. O objetivo é observar empiricamente os efeitos dessas variáveis sobre o comportamento do

pêndulo.

Durante a atividade, serão propostas questões orientadoras para estimular a formulação de hipóteses:

- O que acontece com o período ao variar o comprimento do fio?
- A massa influencia o tempo de oscilação?
- Qual é o papel da gravidade no comportamento do pêndulo?
- Como o experimento se comportaria em outro planeta?
- Por que é importante minimizar os efeitos da resistência do ar e do atrito?

1.3 Discussão e formalização matemática

Na segunda parte da aula, os resultados observados serão discutidos coletivamente. Em seguida, será apresentada a expressão do período de um pêndulo simples:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \quad (45)$$

A partir dessa expressão, os estudantes aprenderão a isolar a variável g , obtendo:

$$g = \frac{4\pi^2 L}{T^2} \quad (46)$$

Serão também trabalhadas as relações:

$$f = \frac{1}{T}; \quad \omega = 2\pi f. \quad (47)$$

A aula será finalizada com uma sistematização dos fatores que afetam o movimento oscilatório: comprimento do fio, massa (negligenciável em pequenas amplitudes) e campo gravitacional local.

Aula 2 – Roteiro Experimental e Coleta de Dados com o Pêndulo Digital

Duração: 45 minutos

Nesta aula, os alunos realizarão uma atividade experimental utilizando um pêndulo digital com conectividade Wi-Fi, baseado no microcontrolador ESP8266

NodeMCU V3, sensor laser e display OLED. A estrutura impressa em ABS possui eletroímã de liberação e permite a variação do comprimento do fio. Os dados serão enviados automaticamente para uma planilha Google, facilitando a análise quantitativa.

Etapas da aula

2.1 Entrega e leitura do Roteiro Experimental:

Cada grupo receberá um roteiro contendo orientações para a operação do sistema, procedimentos de calibração, conexão à rede Wi-Fi e configuração do comprimento do pêndulo.

2.2 Realização do experimento:

Cada grupo receberá um roteiro contendo orientações para a operação do sistema, procedimentos de calibração, conexão à rede Wi-Fi e configuração do comprimento do pêndulo.

- Período (T);
- Frequência (f);
- Velocidade angular (ω);
- Aceleração da gravidade (g).

O número de passagens será configurado previamente (entre 10 e 30), e a posição do sensor e do eletroímã será ajustada conforme instruções técnicas.

3.1 Análise preliminar dos dados:

Após a coleta, os estudantes discutirão, com base na teoria abordada na aula anterior, como o comprimento do fio influencia o período. Os dados serão comparados com os valores previstos pela equação (47), identificando possíveis discrepâncias e suas causas (erros sistemáticos, falhas de calibração ou interferência externa).

Aula 3 – Análise Gráfica, Discussão Crítica e Relatório Final

Duração: 45 minutos

A terceira aula será destinada à análise gráfica dos dados obtidos e à elaboração do relatório científico. Os alunos utilizarão o *software* QtiPlot para construir o gráfico da relação entre T^2 e L , e realizar a regressão linear dos dados.

Atividades da aula:

3.1 Construção do gráfico T^2 em função de L :

Com o auxílio do QtiPlot, cada grupo criará um gráfico com os valores obtidos experimentalmente. A equação teórica que será testada é:

$$T^2 = \left(\frac{4\pi^2}{g}\right)L. \quad (48)$$

A partir da inclinação da reta ajustada, os estudantes determinarão o valor experimental da aceleração da gravidade:

$$g = \frac{4\pi^3}{a}. \quad (49)$$

Onde a é o coeficiente angular da reta obtida por regressão.

3.2 Discussão orientada:

Os alunos responderão coletivamente a questões que promovem o pensamento crítico:

- O valor de g obtido é compatível com o valor teórico ($9,78 \text{ m/s}^2$)?
- Qual o impacto da massa no período observado?
- Que tipo de erro experimental pode ter influenciado os dados?
- Qual a interpretação física do coeficiente angular da reta?

3.3 Elaboração do relatório:

Cada grupo será responsável por redigir um relatório científico contendo:

- Tabela de dados experimentais
- Gráfico $T^2 \times L$ com equação da reta;
- Estimativa de g e sua incerteza;

- Discussão dos resultados;
- Conclusões baseadas na comparação entre teoria e experimento;
- Respostas às questões da análise.

Essa atividade final tem como objetivo integrar os conhecimentos adquiridos ao longo das aulas e desenvolver competências em análise de dados, produção textual científica e argumentação fundamentada em evidências empíricas.

O objetivo principal é consolidar os conteúdos trabalhados, estimular o uso de ferramentas computacionais de análise de dados e promover a argumentação fundamentada em resultados experimentais.

5. CONCLUSÃO

O desenvolvimento do pêndulo digital com conectividade sem fio surgiu como uma solução inovadora, acessível e eficiente para o ensino de conceitos essenciais de Física, como o período de oscilação, a frequência angular e a aceleração da gravidade. O experimento foi cuidadosamente planejado, utilizando um microcontrolador NodeMCU ESP8266, sensores ópticos, eletroímãs, teclado matricial e um sistema de monitoramento de dados em tempo real, garantindo medições precisas, facilidade de utilização e baixo custo.

A estrutura física do dispositivo foi criada através de impressão 3D em ABS (acrilonitrila, butadieno e estireno), escolhida por sua resistência e precisão mecânica. O uso de uma impressora com câmara fechada, como a K1 MAX, para evitar deformações durante o processo, especialmente com materiais mais exigentes (CREALITY, 2025). Para componentes que apresentavam menor exigência térmica, foi utilizado PLA (ácido polilático), o que ajudou a diminuir o custo e o impacto ambiental.

O custo total do projeto ficou em R\$ 576,39, tornando-se uma opção bastante acessível para escolas, incluindo as públicas.

Durante a realização das medições com o pêndulo digital, a variação controlada do comprimento do fio e o registro dos tempos de oscilação, permitiram calcular a aceleração da gravidade local. A média obtida foi $9,78 \text{ m/s}^2$, com uma margem de incerteza de cerca de $0,30 \text{ m/s}^2$. Esse resultado está em concordância com os dados fornecidos pela World Pendulum Alliance (WORLD PENDULUM

ALLIANCE, 2025), especialmente na latitude de Brasília, onde os dados variam entre 9,78 e 9,80 m/s^2 . A compatibilidade demonstrada mostra a eficiência do experimento, mesmo utilizando componentes de baixo custo, além de validar a confiabilidade dos sensores e da metodologia adotada.

Além disso, o sistema se destacou por transmitir automaticamente os dados para uma planilha no Google Sheets, facilitando a análise gráfica instantânea pelos estudantes. Um dos principais resultados foi a construção de um gráfico que relaciona o quadrado do período de oscilação (T^2) ao comprimento do fio (L). A análise por regressão linear dos dados mostrou um coeficiente angular bastante próximo do valor teórico previsto para modelo do pêndulo simples. Além disso, o termo independente da reta (valor de b) ficou próximo de zero, como era esperado, indicando baixa influência de erros sistemáticos. Esses dados validam o modelo e a precisão das medidas.

Do ponto de vista pedagógico, o projeto se fundamenta nas teorias construtivistas de Piaget, Vygotsky e Ausubel, promovendo uma aprendizagem significativa por meio de experimentação, trabalho em equipe e análise de dados reais. Quando os estudantes participam de experimentos de forma direta, trabalham em equipe, analisam dados reais e recebem a mediação do professor, eles vivenciam uma aprendizagem significativa. Esse processo favorece o desenvolvimento de habilidades essenciais, como o uso de tecnologias digitais, a resolução de problemas e o pensamento crítico, que estão alinhadas com as competências da Base Nacional Comum Curricular.

Este projeto se destaca pela combinação de hardware, software e conectividade, apresentando uma estrutura robusta que permite realizar medições automáticas, reprodutíveis e acessíveis remotamente. Em comparação com trabalhos anteriores (Oliveira, Pinto e Souza, 2024; Neves, 2022; Dias, 2021), que enfrentam desafios relacionados à automação e conexão, este sistema oferece avanços significativos.

Concluí-se que o pêndulo digital automatizado é uma ferramenta Científica eficiente e um recurso pedagógico inovador, que fortalece o ensino experimental de Física ao aproximar teoria e prática, proporcionando uma aprendizagem concreta e atualizada. Dessa maneira, o projeto ajuda a modernizar o ensino de Ciências de forma consistente, alinhado com as metodologias do século XXI.

REFERÊNCIA

AKWABA, Patchi Yao; ABOY, Sampson Edem; ZUNU, Toyin Boluwaji. **Comparative study between two Powerful NodeMCU Circuits (ESP32 and ESP8266)**. 2019.

Disponível em:

https://www.researchgate.net/publication/332354228_Comparative_study_between_two_Powerfull_NodeMCU_Circuits_ESP32_and_ESP8266. Acesso em: 8 jul. 2024.

AMARANTE-SEGUNDO, G. S. et al. **World Pendulum Alliance: student's first impressions in Brazil**. IESTEC, 2022. Disponível em: <https://link.ufms.br/i52yz>. Acesso em: 27 jul. 2025.

ARDUINO. **Download the Arduino IDE**. Disponível em: <https://www.arduino.cc>. Acesso em: 7 jul. 2023.

ARDUINO. **Hardware**. Disponível em: <https://www.arduino.cc/en/hardware/>. Acesso em: 6 jul. 2025.

AUSUBEL, D. P.; NOVAK, J. D.; HANESIAN, H. **Psicologia educacional**. 2. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2003.

AUSUBEL, D. P. **Psicologia Educacional: Uma Visão Cognitiva**. São Paulo: Editora Nacional, 2003.

BRAQUEHAIS, João Pedro B.; MORAIS, Marcus V. G. de. **Determinação experimental da aceleração da gravidade com pêndulo simples e câmeras digitais**. 2015. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/282913685>. Acesso em: 27 jun. 2025.

CALSING, Ingrid Weber; HEIDEMANN, Leonardo Albuquerque; KRUG, Cristiano. **Uma atividade experimental remota focada na medição dos períodos de pêndulos para corroborar a esfericidade da Terra**. 2024. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/rbef/a/MmfzzYZnC8LFsbvj9kfG8H>. Acesso em: 17 jun. 2025.

CREALITY. **K1 MAX 3D Printer**. Store Creality, 2025. Disponível em:

<https://store.creality.com/products/k1-max-3d-printer>. Acesso em: 06 jul. 2025.

DIAS, Genes Raone. **Sequência investigativa do pêndulo simples via Arduino e Phyphox aplicada no ensino remoto**. 2023. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora. Disponível em: <https://repositorio.ufjf.br/jspui/handle/ufjf/15890>. Acesso em: 20 jun. 2025.

DIAS, Genes Raone. **Sequência investigativa do pêndulo simples via Arduino e Phyphox aplicada no ensino remoto**. 2023. Disponível em: https://bdtd.ibict.br/vufind/Record/UFJF_d4e522715ef4d1ca0885cddae2c2419c. Acesso em: 23 abr. 2025.

DRIVE AUTOMAÇÃO E TECNOLOGIA. **ESP8266 + Arduino + Planilhas Google: lendo e escrevendo dados**. 2021. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=_dBKnhtYRbo. Acesso em: 19 jul. 2023.

ELETRÔNICA, **Arduino & ARDUINO MEGA+ WIFI - COMO PROGRAMAR**. 2021. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=thywR_NE2b0. Acesso em: 15 fev. 2024.

GUIMARÃES, Flávio. **Como Fazer um WebServer com ESP8266 sendo Controlado pela Web - Vídeo #4**. 2018. Canal do Youtube: Brincando com Ideias. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=woPFuwvHPoA>. Acesso em: 20 abr. 2023.

GUIMARÃES, Flávio. **Como Programar o ESP8266 na Placa NodeMcu - Video #2: esp8266 primeiros passos**. 2018. Canal do Youtube: Brincando com Ideias. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=URtlbITbGbU>. Acesso em: 17 abr. 2023.

GUIMARÃES, Flávio. **Como Programar o ESP8266 para ser um WEB SERVER - Video #3: esp8266 primeiros passos**. 2018. Canal do Youtube: Brincando com Ideias. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=kCjWYQEMwvc>. Acesso em: 19 abr. 2023.

GUIMARÃES, Flávio. **Como Transformar o ESP-01 num WebServer - Video #6**.

2018. Canal do Youtube: Brincando com Ideias. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=8xfQ45XCU80>. Acesso em: 25 abr. 2023.

HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. **Fundamentos de Física: Oscilações e ondas, termodinâmica**. Volume 2. 10. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2016.

INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO. **WP@elab**. Universidade de Lisboa, 2025. Disponível em: <https://wpa.tecnico.ulisboa.pt/~wpa.daemon/>. Acesso em: 6 jul. 2024.

KOYANAGI, Fernando. **Arduino Mega + WiFi = Automação**. Fernando K Tecnologia, 19 ago. 2018. Disponível em: <https://www.fernandok.com/2018/08/arduino-mega-wifi-automacao.html>. Acesso em: 8 jul. 2024.

KOYANAGI, Fernando. **NodeMCU ESP8266: Detalhes e Pinagem**. 2018. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=sIKGGrPDNpk>. Acesso em: 25 abr. 2024.

LOPES, Wilson. **Variação da aceleração da gravidade com a latitude e altitude**. 2008. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/fisica/article/view/2175-7941.2008v25n3p561>. Acesso em: 3 jun. 2025.

MAKER, Sala. **Como configurar e programar a placa D1 Wemos ESP8266 com Arduino: parte 1**. 2019. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=yehyUmUDJXc>. Acesso em: 11 abr. 2023.

MAKER, Sala. **Como enviar dados da placa D1 - Wemos - ESP8266 para página WEB via Rede WIFI: parte 2**. 2019. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=3Ecu-avQqzM>. Acesso em: 12 abr. 2023.

MAKER, Sala. **Parte 3 - Leitura de dados via página WEB em HTML com ESP8266 - placa D1 - Wemos**. 2019. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=TWiPJQ68Nik>. Acesso em: 13 abr. 2023.

MICHELON, André. **ESP8266 Data e Hora via Servidor NTP. 2018.** Canal do Youtube: Internet e Coisas. Disponível em:

<https://www.youtube.com/watch?v=9Z-ROK0g5eg>. Acesso em: 12 jun. 2023.

NEVES, José Edielson da Silva. **Estudo do pêndulo simples: desenvolvimento de uma sequência de ensino utilizando o Arduino. 2022.** Universidade Estadual da Paraíba. Disponível em:

<http://dspace.bc.uepb.edu.br/jspui/handle/123456789/29981>. Acesso em: 26 jun. 2025.

NUNES, Luiz Antônio de Oliveira. **13 Pêndulo Simples:** avaliando o período de oscilação de um pêndulo. 2017. Canal do Youtube: Oficiêcia. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=j4OxEL7vzl>. Acesso em: 28 mar. 2023.

NUNES, Luiz Antônio de Oliveira. **15 Pêndulo Simples:** análise do período de oscilação de um pêndulo simples. 2017. Canal do Youtube: Oficiêcia. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=lwqz7sqfnHI>. Acesso em: 29 mar. 2023.

OLIVEIRA, Jéssica Coimbra de; PINTO, Raffael Costa de Figueiredo; et al. **Solução teórica para o período do pêndulo simples não-linear e aferição experimental utilizando o Arduino.** Revista Brasileira de Física, 2024. Disponível em: <https://revistabrasileiradefisica.com/rbf/2024/11/21/solucao-teorica>. Acesso em: 28 jun. 2025.

PHET INTERACTIVE SIMULATIONS. **Laboratório do Pêndulo – University of Colorado Boulder.** Disponível em:

<https://phet.colorado.edu/pt/simulation/pendulum-lab>. Acesso em: 1 jan. 2025.

PIAGET, J. **A equilibração das estruturas cognitivas: problema central do desenvolvimento.** Rio de Janeiro: Zahar, 1976.

PIAGET, J. **A Epistemologia Genética. Petrópolis:** Editora Vozes, 1971.

RIBEIRO, Alice Melo; KHALIFA, Jamila Santos. Experimentação remota na Universidade de Brasília: laboratório remoto e-lab e parceria Erasmus (UE). CBED-

EaD, 2023. Disponível em:

<https://submissao-esud.ufms.br/home/article/view/7>. Acesso em: 27 jun. 2025.

TAYLOR, J. R. ***An introduction to error analysis: the study of uncertainties in physical measurements***. 2. ed. Sausalito: University Science Books, 1997.

TUTORIAIS, Ge Projetos e. **Aprenda rápido como usar o módulo Laser KY 008 e o módulo receptor de Laser - Tutorial 56**. 2022. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=BO9PyvYn6x4>. Acesso em: 20 out. 2024.

UGAH, Victory; NNONYELU, Chibuzo Joseph. **A Wemos-D1-R2-based remote-switching module for home internet of things applications**. 2019. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/358352791_A_Wemos-D1-R2-Based_Remote-Switching_Module_for_Home_Internet_of_Things_Applications. Acesso em: 8 jul. 2025.

VYGOTSKY, L. S. **A formação social da nte: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores**. 6. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2001.

VYGOTSKY, L. S. **Pensamento e Linguagem**. São Paulo: Editora Martins Fontes, 1984.

ANEXOS

ANEXO A - CÓDIGO EM C++ DO PÊNDULO SIMPLES

```

1 //Bibliotecas
2
3 #include <ESP8266WiFi.h>
4 #include <WiFiClientSecure.h>
5 #include <WiFiManager.h>
6 #include <EEPROM.h>
7 #include <Wire.h>
8 #include <LiquidCrystal_I2C.h>
9 #include <I2CKeyPad.h>
10 #include <PCF8574.h>
11 #include <ESP8266WebServer.h>
12
13 //Variaveis constantes
14 #define ir_r 16
15 #define ir_e 14
16 #define magnetico 12
17
18 // Defina o tamanho da EEPROM para armazenar as credenciais
19 #define EEPROM_SIZE 64
20
21 //Declaração das variáveis globais
22 int leitura_ir, estado, i, enter = 0, cont, sub;
23 float comprimento = 434.5, passagem;
24 float tempo_inicial, tempo_final, periodo[50], a_gravidade[50], frequencia[50],
25 velocidade[50];
26 char username[32] = "";
27 char password[32] = "";
28 int cursorPosition = 0;
29 int clear = 0;
30
31 // Endereço do script do Google Apps (substitua pelo seu script ID)
32 const char* host = "script.google.com";
33 const int httpsPort = 443;
34 const char* googleScriptID =
35
36 "AKfycbxAfYQjTTHj31tcPFjCN3E_fxqfQP6Fs9uzJiKVoKtcDtIHqYSx8Y6Fa4xyhCaU4Z

```

```
37  b2-w";
38
39
40  // Definir o endereço do LCD I2C (normalmente 0x27)
41  LiquidCrystal_I2C lcd(0x27, 20, 4);
42
43  // Inicialização do teclado I2C
44  I2CKeyPad keypad(0x20);
45  char keymap[19] = "123[456]789{*0#}NF";
46
47  // Lê e retorna um número digitado no teclado matricial.
48  float capturarNumeropassagem() {
49      char buffer[11] = { 0 };
50      int pos = 0;
51      bool decimalInserido = false;
52
53      lcd.setCursor(0, 2);
54      lcd.print("Passagens: ");
55
56      while (true) {
57          char tecla = keypad.getChar();
58          delay(300);
59          lcd.setCursor(0, 2);
60          lcd.print("Passagens: ");
61          if (tecla) {
62              if (tecla >= '0' && tecla <= '9') {
63                  if (pos < sizeof(buffer) - 1) {
64                      buffer[pos++] = tecla;
65
66                      lcd.print(buffer);
67                  }
68              } else if (tecla == '*') {
69                  if (!decimalInserido && pos < sizeof(buffer) - 1) {
70                      buffer[pos++] = '.';
71                      decimalInserido = true;
72                      lcd.setCursor(0, 2);
73                      lcd.print("Passagens: ");
74                      lcd.print(buffer);
75                  }

```

```

76     } else if (tecla == '{') {
77         if (pos > 0) {
78             pos--;
79             if (buffer[pos] == '.') {
80                 decimalInserido = false;
81             }
82             buffer[pos] = '\0';
83             lcd.setCursor(0, 2);
84             lcd.print("Passagens: ");
85             lcd.print(buffer);
86             lcd.print("  ");
87         }
88     } else if (tecla == '}') {
89         buffer[pos] = '\0';
90         return stringParaFloat(buffer);
91     }
92 }
93 }
94 }
95
96 /*O código controla a medição do período,
97 frequência, gravidade e velocidade de um pêndulo, exibindo resultados e calculando
98 dados físicos.*/
99 void pendulo(float a) {
100     estado = 2;
101     int n = 0;
102
103     digitalWrite(ir_e, LOW);
104     delay(500);
105     digitalWrite(ir_e, HIGH);
106     delay(500);
107     digitalWrite(magnetico, LOW);
108     lcd.clear();
109     lcd.setCursor(0, 0);
110     lcd.print("Posicione lançamento");
111     lcd.setCursor(0, 1);
112     for (int i = 0; i < 20; i++) {
113         lcd.print(".");
114         delay(500);

```

```
115 }
116 lcd.clear();
117 lcd.setCursor(0, 0);
118 lcd.print("Lancando");
119 digitalWrite(magnetico, HIGH);
120 delay(1070);
121
122 while (n < a) {
123     estado = 2;
124     lcd.clear();
125     lcd.setCursor(0, 0);
126     lcd.print("Passagem: ");
127     lcd.print(n + 1);
128     while (estado == LOW) {
129
130         digitalWrite(ir_e, HIGH);
131         estado = analogRead(ir_r);
132
133         delay(100);
134     }
135
136     tempo_inicial = millis();
137     estado = 0;
138     delay(100);
139
140     while (estado == 0) {
141
142
143         estado = analogRead(ir_r);
144     }
145
146     estado = 0;
147     delay(100);
148
149     while (estado == 0) {
150
151         estado = digitalRead(ir_r);
152
153
```

```
154     }
155
156     estado = 0;
157     tempo_final = millis();
158     periodo[n] = (((tempo_final - tempo_inicial) / 1000.0) + 0.25);
159     delay(100);
160
161
162     lcd.clear();
163     lcd.setCursor(0, 0);
164     lcd.print("Periodo: ");
165     lcd.print(periodo[n]);
166     a_gravidade[n] = (4 * (pow(M_PI, 2)) * ((comprimento) / 1000)) / (pow(periodo[n], 2));
167     frequencia[n] = (1 / (2 * M_PI)) * (sqrt(a_gravidade[n] / (comprimento / 1000)));
168     velocidade[n] = (sqrt(a_gravidade[n] / comprimento));
169
170
171
172
173     lcd.setCursor(0, 1);
174     lcd.print("Frequencia: ");
175     lcd.print(frequencia[n]);
176     lcd.setCursor(0, 2);
177     lcd.print("Gravidade: ");
178     lcd.print(a_gravidade[n]);
179     delay(100);
180     n++;
181
182 }
183 digitalWrite(ir_e, LOW);
184 }
185
186
187 // Função de configuração WiFi
188 void inputCredentials() {
189     // Inicializa a EEPROM
190     EEPROM.begin(EEPROM_SIZE);
191
192     // Configura o ponto de acesso (AP)
```

```
193 WiFi.mode(WIFI_AP);
194 WiFi.softAP("ConfigWiFi", "12345678");
195
196 // Inicia um servidor web simples
197 ESP8266WebServer server(80);
198
199 // Página principal para inserir as credenciais
200 server.on("/", HTTP_GET, [&]() {
201     String networks = "";
202     int n = WiFi.scanNetworks();
203     for (int i = 0; i < n; ++i) {
204         networks += "<option value="" + WiFi.SSID(i) + "">" + WiFi.SSID(i) + "</option>";
205     }
206
207     String html = R"rawliteral(
208     <!DOCTYPE html>
209     <html>
210     <head>
211         <meta http-equiv="Content-Type" content="text/html; charset=utf-8">
212         <title>Configuração WiFi</title>
213         <style>
214             body {
215                 font-family: Arial, sans-serif;
216                 text-align: center;
217                 background-color: #4CAF50;
218                 color: white;
219                 margin: 0;
220             }
221             .container {
222                 padding: 20px;
223             }
224             form {
225                 background: white;
226                 color: black;
227                 padding: 20px;
228                 border-radius: 8px;
229                 display: inline-block;
230                 margin-top: 50px;
231             }
```

```
232     input, select {
233         margin: 10px 0;
234         padding: 10px;
235         width: 90%;
236         border: 1px solid #ccc;
237         border-radius: 4px;
238     }
239     input[type="submit"] {
240         background-color: #4CAF50;
241         color: white;
242         border: none;
243         cursor: pointer;
244     }
245     input[type="submit"]:hover {
246         background-color: #45a049;
247     }
248 </style>
249 </head>
250 <body>
251     <div class="container">
252         <h1>Configuração WiFi</h1>
253         <form action="/save" method="POST">
254             <label for="ssid">Rede WiFi:</label><br>
255             <select name="username" id="ssid">
256                 $NETWORKS$
257             </select><br>
258             <label for="password">Senha:</label><br>
259             <input type="password" name="password" id="password"><br>
260             <input type="submit" value="Salvar">
261         </form>
262     </div>
263 </body>
264 </html>
265 )rawliteral";
266
267     html.replace("$NETWORKS$", networks);
267     server.send(200, "text/html", html);
268 });
269
```

```
270 // Rota para salvar as credenciais
271 server.on("/save", HTTP_POST, [&]() {
272     String user = server.arg("username");
273     String pass = server.arg("password");
274
275     if (user.length() > 0 && pass.length() > 0) {
276         // Salva as credenciais em variáveis globais
277         user.toCharArray(username, sizeof(username));
278         pass.toCharArray(password, sizeof(password));
279
280         // Salva na EEPROM
281         for (int i = 0; i < 32; i++) {
282             EEPROM.write(i, username[i]);
283             EEPROM.write(i + 32, password[i]);
284         }
285         EEPROM.commit();
286
287         // Responde ao cliente com página estilizada
288         String successHtml = R"rawliteral(
289         <!DOCTYPE html>
290         <html>
291         <head>
292             <title>Credenciais Salvas</title>
293             <style>
294                 body {
295                     font-family: Arial, sans-serif;
296                     text-align: center;
297                     background-color: #4CAF50;
298                     color: white;
299                     margin: 0;
300                 }
301                 .container {
302                     padding: 20px;
303                     margin-top: 50px;
304                 }
305                 .message {
306                     background: white;
307                     color: black;
308                     padding: 20px;
```

```
309         border-radius: 8px;
310         display: inline-block;
311     }
312 </style>
313 </head>
314 <body>
315     <div class="container">
316         <div class="message">
317             <h1>Credenciais salvas com sucesso!</h1>
318             <p>Por favor, reinicie o dispositivo.</p>
319         </div>
320     </div>
321 </body>
322 </html>
323 )rawliteral";
324
325     server.send(200, "text/html", successHtml);
326     delay(2000);
327     ESP.restart();
328 } else {
329     // Responde ao cliente com página estilizada para erro
330     String errorHtml = R"rawliteral(
331     <!DOCTYPE html>
332     <html>
333     <head>
334         <title>Erro de Credenciais</title>
335         <style>
336             body {
337                 font-family: Arial, sans-serif;
338                 text-align: center;
339                 background-color: #FF5252;
340                 color: white;
341                 margin: 0;
342             }
343             .container {
344                 padding: 20px;
345                 margin-top: 50px;
346             }
347             .message {
```

```
348     background: white;
349     color: black;
350     padding: 20px;
351     border-radius: 8px;
352     display: inline-block;
353 }
354 </style>
355 </head>
356 <body>
357     <div class="container">
358         <div class="message">
359             <h1>Erro!</h1>
360             <p>Credenciais inválidas. Tente novamente.</p>
361         </div>
362     </div>
363 </body>
364 </html>
365 )rawliteral";
366
367     server.send(400, "text/html", errorHtml);
368 }
369 });
370
371 // Inicia o servidor
372 server.begin();
373
374 lcd.clear();
375 lcd.setCursor(0, 0);
376 lcd.print("Conecte a rede:");
377 lcd.setCursor(0, 1);
378 lcd.print("Rede: ConfigWiFi");
379 lcd.setCursor(0, 2);
380 lcd.print("Senha: 12345678");
381 lcd.setCursor(0, 3);
382 lcd.print("Acesse: 192.168.4.1");
383
384 // Mantém o servidor ativo
385 while (true) {
386     server.handleClient();
```

```
387 }
388 }
389 // conecta ao Wifi
390 void conectarWiFi(const char* ssid, const char* password) {
391     lcd.clear();
392     lcd.setCursor(0, 0);
393     lcd.print("Conectando WiFi...");
394     WiFi.begin(ssid, password);
395
396     int tentativas = 0;
397     while (WiFi.status() != WL_CONNECTED && tentativas < 20) {
398         delay(500);
399         lcd.print(".");
400         tentativas++;
401         yield();
402     }
403
404     lcd.clear();
405     if (WiFi.status() == WL_CONNECTED) {
406         lcd.print("WiFi Conectado!");
407         lcd.setCursor(0, 1);
408         lcd.print(WiFi.localIP());
409     } else {
410         lcd.print("Falha no WiFi");
411     }
412     delay(2000);
413 }
414
415 // Função que captura um número do teclado matricial e retorna como float
416 float capturarNumero() {
417     char buffer[11] = { 0 };
418     int pos = 0;
419     bool decimalInserido = false;
420
421     lcd.setCursor(0, 2);
422     lcd.print("Comprimento: ");
423
424     while (true) {
425         char tecla = keypad.getChar();
```

```
426     delay(300);
427     lcd.setCursor(0, 2);
428     lcd.print("Comprimeto: ");
429     if (tecla) {
430         if (tecla >= '0' && tecla <= '9') {
431             if (pos < sizeof(buffer) - 1) {
432                 buffer[pos++] = tecla;
433                 lcd.print(buffer);
434             }
435         } else if (tecla == '*') {
436             if (!decimallnserido && pos < sizeof(buffer) - 1) {
437                 buffer[pos++] = '.';
438                 decimallnserido = true;
439                 lcd.setCursor(0, 2);
440                 lcd.print("Comprimeto: ");
441                 lcd.print(buffer);
442             }
443         } else if (tecla == '{') {
444             if (pos > 0) {
445                 pos--;
446                 if (buffer[pos] == '.') {
447                     decimallnserido = false;
448                 }
449                 buffer[pos] = '\0';
450                 lcd.setCursor(0, 2);
451                 lcd.print("Comprimeto: ");
452                 lcd.print(buffer);
453                 lcd.print("  ");
454             }
455         } else if (tecla == '}') {
456             buffer[pos] = '\0';
457             return stringParaFloat(buffer);
458         }
459     }
460 }
462 }
462
463 // Função para converter a string para float manualmente
464 float stringParaFloat(const char* str) {
```

```
465 float resultado = 0.00000;
466 int i = 0;
467 bool encontrouDecimal = false;
468 float fatorDecimal = 1.00000;
469
470 while (str[i] != '\0') {
471     if (str[i] == '.') {
472         encontrouDecimal = true;
473     } else {
474         int numero = str[i] - '0';
475         if (encontrouDecimal) {
476             fatorDecimal *= 10.0000;
477             resultado += numero / fatorDecimal;
478         } else {
479             resultado = resultado * 10 + numero;
480         }
481     }
482     i++;
483 }
484
485 return resultado;
486 }
487
488 //Exibe o menu no LCD e gerencia opções selecionadas pelo teclado.
489 void menu() {
490     pinMode(ir_e, OUTPUT);
491     if (clear == 0) {
492         lcd.clear();
493         lcd.setCursor(0, 0);
494         lcd.print("A. Iniciar Pendulo");
495         lcd.setCursor(0, 1);
496         lcd.print("B. Configuracao");
497         lcd.setCursor(0, 2);
498         lcd.print("C. Configuracao Wifi");
499         clear = 1;
500     }
501     delay(500);
502     char leitura_teclas = keypad.getChar();
503     delay(300);
```

```
504
505 lcd.setCursor(19, 3);
506 lcd.print(leitura_teclas);
507 switch (leitura_teclas) {
508     leitura_teclas = '[';
509     case '[': // Iniciar pêndulo
510         digitalWrite(ir_e, HIGH);
511         lcd.clear();
512         lcd.setCursor(0, 0);
513         lcd.print("Digite o numero");
514         lcd.setCursor(0, 1);
515         lcd.print("de leituras");
516         passagem = capturarNumeropassagem(); // Chama a função para capturar o valor
517     do comprimento
518         lcd.setCursor(0, 2);
519         lcd.print("numero de passagens:");
520         lcd.setCursor(0, 3);
521         lcd.print(comprimento);
522         lcd.clear();
523         lcd.print("Iniciando pendulo");
524         pendulo(passagem); // Chama a função do pêndulo
525         pinMode(ir_e, LOW);
526         for (int i = 0; i < passagem; i++) {
527             lcd.clear();
528             lcd.print("Enviando leitura ");
529             lcd.print(i + 1);
530             lcd.setCursor(0, 1);
531             lcd.print("Per.:");
532             lcd.print(periodo[i]);
533             lcd.setCursor(10, 1);
534             lcd.print("Fre.: ");
535             lcd.print(frequencia[i]);
536             lcd.setCursor(0, 2);
537             lcd.print("Gra.: ");
538             lcd.print(a_gravidade[i]);
539             lcd.setCursor(10, 2);
540             lcd.print("Vel.: ");
541             lcd.print(velocidade[i]);
542             enviarParaGoogleSheets(periodo[i], frequencia[i], a_gravidade[i], velocidade[i]);
```

```
543     }
544     clear = 0;
545     break;
546
547     case ']': // Configuração do comprimento
548         sub = 1;
549         sub_menu();
550         break;
551     case '{': // Configuração Wi-Fi
552         inputCredentials(); // Chama a função para configuração Wi-Fi
553         clear = 0;
554         conectarWiFi(username, password);
555         break;
556
557     default:
558         // Nenhuma tecla foi pressionada ou tecla inválida, continua no loop
559         break;
560 }
561 }
562 void sub_menu() {
563     while (sub == 1) {
564         char leitura_config = keypad.getChar();
565         lcd.clear();
566         lcd.setCursor(0, 0);
567         lcd.print("1. Comprimento");
568         lcd.setCursor(0, 1);
569         lcd.print("2. Sensor Laser");
570         lcd.setCursor(0, 2);
571         lcd.print("3. Sair");
572         delay(300);
573
574
575
576
577         if (leitura_config == '1') {
578             lcd.clear();
579             lcd.setCursor(0, 0);
580             lcd.print("Digite o comprimento");
581             lcd.setCursor(0, 1);
582             lcd.print("em mm:");
```

```
583     comprimento = capturarNumero(); // Chama a função para capturar o valor do
584 comprimento
585     lcd.clear();
586     lcd.setCursor(0, 1);
587     lcd.print("Comprimento final:");
588     lcd.setCursor(0, 2);
589     lcd.print(comprimento);
590
591     delay(2000);
592     clear = 0;
593     sub = 0;
594     menu();
595 }
596 if (leitura_config == '2') {
597     clear = 0;
598     sub = 0;
599     cont = 0;
600     calibrarLaser();
601     digitalWrite(ir_e, LOW);
602     menu();
603 }
604 if (leitura_config == '3') {
605     clear = 0;
606     sub = 0;
607     menu();
608 }
609 }
610 }
611
612 void calibrarLaser() {
613     while (true) {
614         if (cont == 0) {
615             lcd.clear();
616             lcd.setCursor(0, 0);
617             lcd.print("Calibrar Laser");
618             lcd.setCursor(0, 2);
619             lcd.print("Aperte D para sair");
620             cont = 1;
621         }
```

```
622     digitalWrite(ir_e, HIGH);
623     lcd.setCursor(10, 1);
624     int laser = digitalRead(ir_r);
625     lcd.print(laser);
626
627
628
629
630     char leitura_laser = keypad.getChar();
631     if (leitura_laser == '}') {
632         clear = 0;
633         break;
634     } else {
635
636         digitalWrite(ir_e, HIGH);
637     }
638 }
639 }
640
641 //Envia dados medidos para um Google Sheets via HTTP.
642 void enviarParaGoogleSheets(float periodo, float frecuencia, float gravidade, float
643 velocidade) {
644     WiFiClientSecure client;
645     client.setInsecure();
646
647     // Conectar ao servidor
648     if (!client.connect(host, httpsPort)) {
649
650         return;
651     }
652
653     char url[512];
654     snprintf(url, sizeof(url),
655
656     "/macros/s/%s/exec?periodo=%.4f&frecuencia=%.4f&gravidade=%.4f&velocidade=%.4
657     f",
658         googleScriptID, periodo, frecuencia, gravidade, velocidade);
659
660     // Enviar requisição GET
```

```
661 client.print(String("GET ") + url + " HTTP/1.1\r\n" + "Host: " + host + "\r\n"
662         + "Connection: close\r\n\r\n");
663
664 // Ler a resposta
665 while (client.connected()) {
666     String linha = client.readStringUntil("\n");
667     if (linha == "\r") {
668         break;
669     }
670 }
671
672 // Imprimir resposta
673 String resposta = client.readString();
674
675
676
677 client.stop();
678 }
679
680 //Carrega credenciais Wi-Fi salvas na EEPROM.
681 void loadCredentials() {
682     EEPROM.begin(EEPROM_SIZE);
683
684     for (int i = 0; i < 32; i++) {
685         username[i] = char(EEPROM.read(i));
686         password[i] = char(EEPROM.read(i + 32));
687     }
688     username[31] = '\0';
689     password[31] = '\0';
690
691
692
693
694 }
695
696 //Inicializa o hardware, carrega credenciais e conecta ao Wi-Fi.
697 void setup() {
698
699     lcd.init();
```

```

700  lcd.backlight();
701  lcd.clear();
702  pinMode(ir_r, INPUT);
703  pinMode(ir_e, OUTPUT);
704  pinMode(magnetico, OUTPUT);
705  Wire.setClock(400000);
706  keypad.loadKeyMap(keymap);
707  loadCredentials();
708
709
710
711  conectarWiFi(username, password);
712 }
713
714
715 //Lê sensores e mantém o menu ativo para interação contínua.
716 void loop() {
717   leitura_ir = analogRead(ir_r);
718   menu();
719 }

```

ANEXO B – CÓDIGO EM JAVASCRIPT DO GOOGLE PLANILHAS

Código comentado (formato PDF):

→ **Parte 1 – Receber dados da planilha:** Disponível em:

<https://drive.google.com/file/d/1xtjwAZLEWFsljTD-rd4xkJQTjS2OYjnl/view?usp=sharing>

→ **Parte 2 – Apagar tabela:** Disponível em:

<https://drive.google.com/file/d/1CCeDmlmuq0zfx4s2715ZyYIs1heyMYPo/view?usp=sharing>

→ **Parte 3 – Salvar dados:** Disponível em:

https://drive.google.com/file/d/1EwRkNYChZEzt2si00x_XpD9g4oeGjUe7/view?usp=sharing

Arquivos-fonte (código JavaScript):

→ **Parte 1 – Receber dados da planilha:** Disponível em:

<https://drive.google.com/file/d/1GldG-QgRN4KIk0I6wfyXrftRCEmGT3Gc/view?usp=sharing>

→ **Parte 2 – Apagar tabela:** Disponível em:

https://drive.google.com/file/d/1LSDUySDVWacbw0a1qMspg_Vy0qyGDCeA/view?usp=sharing

→ **Parte 3 – Salvar dados:** Disponível em:

<https://drive.google.com/file/d/1uiQSJCuGJT-xU1WtDIIBQuuOkjxGWzt3/view?usp=sharing>

ANEXO C – PLANILHA GOOGLE DO PÊNDULO DIGITAL

Planilha Google do experimento com Pêndulo Digital Wi-Fi, utilizando NodeMCU V3 ESP8266, display OLED de 0,96", e sensor laser. Disponível em:

https://docs.google.com/spreadsheets/d/1M0OfYwiO0iajDXS5SF62v8_3hF_SxCRDgTs6XaXVSgk/edit?usp=drive_link

ANEXO D – ARQUIVOS PARA IMPRESSÃO 3D

Arquivos no formato STL para impressão 3D das peças do protótipo. Disponível em:

<https://drive.google.com/drive/folders/1FMMHPySfNKqEqrvxref2SHAD7Xi506HB?usp=sharing>

ANEXO E – ROTEIRO EXPERIMENTAL DO PÊNDULO SIMPLES

Documento em PDF com o roteiro experimental do Pêndulo Digital Wi-Fi com ESP8266 NodeMCU V3, display OLED de 0,96" e sensor laser. Disponível em:

https://docs.google.com/document/d/1fpTPQ_SUtOk6w-eh7zQW3h9wwEqgveg5FU8LdCT6hvM/edit?usp=drive_link

ANEXO F – DEMONSTRAÇÃO EM VÍDEO DO FUNCIONAMENTO DO PÊNDULO DIGITAL

Este vídeo que mostra a captação das oscilações do pêndulo digital, a transmissão dos dados via conexão Wi-Fi e a atualização em tempo real dos dados em uma planilha do Google Sheets, evidenciando a integração entre hardware e software no contexto do ensino de Física. Disponível em:

https://drive.google.com/file/d/1PIUnjePuKVbs_5Cml0F-hwg1wW-q11Tc/view?usp=sharing

ANEXO G – ESQUEMA ELETRICO DA MONTAGEM DO CIRCUITO DO PÊNDULO

