Instituto Federal de Brasília
Campus Estrutural
Licenciatura em Matemática

IGOR MATSUMOTO NOBRE DE CASTRO

EXPLORANDO O GEOGEBRA NOS PROCESSOS DE ENSINO E APRENDIZAGEM DE LIMITES E CONTINUIDADES NO CÁLCULO 1: Uma proposta de material didático

Brasília
2022

IGOR MATSUMOTO NOBRE DE CASTRO

EXPLORANDO O GEOGEBRA NOS PROCESSOS DE ENSINO E APRENDIZAGEM DE LIMITES E CONTINUIDADES NO CÁLCULO 1: Uma proposta de material didático

Artigo apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Brasília, campus Estrutural, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Me. Antônio Dantas Costa Neto

Brasília
2022

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Brasília

FICHA DE APROVAÇÃO EM BANCA EXAMINADORA

Trabalho de Conclusão de Curso

Discente: Igor Matsumoto Nobre de Castro
Título: EXPLORANDO O GEOGEBRA NOS PROCESSOS DE ENSINO E APRENDIZAGEM DE LIMITES E CONTINUIDADES NO CÁLCULO 1: Uma proposta de material didático.

Trabalho aprovado em: 03 / 02 / 2022 .

Brasília - DF, _03_de fevereiro de 2022.

Banca Examinadora
Orientadorr (Presidente): M.e Antonio Dantas Costa Neto
Examinador (membro): Dr Mateus Gianni
Examinador (membro): M.a Juliana Campos Sabino

Documento assinado eletronicamente por:

- **Mateus Gianni Fonseca**, **PROFESSOR ENS BASICO TECN TECNOLOGICO**, em 04/02/2022 07:57:55.
- **Juliana Campos Sabino de Souza**, **PROFESSOR ENS BASICO TECN TECNOLOGICO**, em 03/02/2022 22:53:50.
- **Antonio Dantas Costa Neto**, **COORDENADOR DE CURSO - FUC1 - ES-GRAD-LM**, em 03/02/2022 22:37:48.

Este documento foi emitido pelo SUAP em 03/02/2022. Para comprovar sua autenticidade, faça a leitura do QRCode ao lado ou acesse https://suap.ifb.edu.br/autenticar-documento/ e forneça os dados abaixo:

Código Verificador: 348844
Código de Autenticação: 3491b5795f

RESUMO

Visando as problemáticas que permeiam os processos de ensino e aprendizagem em Cálculo 1, o presente artigo propõe um material didático que trata a respeito de certos pontos do conteúdo referente a limites e continuidades. Utilizando o software GeoGebra e seu ambiente de integração de gráfico e texto, GGbook, é possível desenvolver um livro digital apanhando uma variedade de atividades que visem trabalhar habilidades inerentes a essa base tecnológica. O objetivo deste trabalho foi, portanto, propor um material didático, apresentando construções, inerentes às habilidades da base tecnológica de Limite e Continuidade, utilizando o *software* GeoGebra. Para fundamentar os objetivos deste material, utilizando da Taxonomia revisada de Bloom, como metodologia de apoio, e ainda, uma sugestão para futuras aplicações deste.

Palavras-chave: Cálculo 1. GeoGebra. GGbook. Limites. Continuidades.

ABSTRACT

Aiming at the problems that permeate the teaching and learning processes in Calculus 1, the present article proposes a didactic material that deals with certain points of the content concerning limits and continuities. Using the software GeoGebra and its graph and text integration environment, GGbook, it is possible to develop a digital textbook picking up a variety of activities that aim to work on skills inherent to this technological base. The objective of this work was, therefore, to propose a didactic material, presenting constructions, inherent to the abilities of the technological base of Limit and Continuity, using the GeoGebra software. To support the objectives of this material, using Bloom's revised Taxonomy as a support methodology, and also a suggestion for future applications of this material.

Keywords: Calculus 1. GeoGebra. GGbook. Limits. Continuities.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figuras

Quadros

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Segundo Amorim (2011, *apud* PAULA S. C. R. *et al*, 2015), o número elevado de reprovações e desistências na disciplina de Cálculo, tem sido notoriamente abordado nas discussões a respeito do ensino de Cálculo Integral e Diferencial. Em um estudo de caso relatado por Rosa (2019), no 2º semestre de 2016, cerca de 55,65% dos alunos de turmas de Cálculo Diferencial e Integral, da Universidade Federal de Goiás (UFG), foram reprovados. Realidade que se apresenta em diversos outros cursos, além da licenciatura em Matemática. Dessa forma, entende-se que quanto mais propostas de ensino e investigações forem desenvolvidas na área, melhor para buscar a resolução deste problema, dessa forma, a motivação deste trabalho é estabelecida.

Experimentar metodologias inovadoras de ensino sempre é pertinente, especialmente quando tratamos da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, essa que por sua vez, é conhecida por ter altas taxas de reprovação. Essas taxas de reprovação podem acarretar problemas no curso, tais como: evasão, saída de fluxo, desmotivação, dentre outros. Um estudo relatado pela OCDE (2018), em "10 questões para professores de matemática"*,* sugere que "a exposição à matemática formal pode melhorar a performance do estudante, mas só até certo ponto" (2018, p.82), revelando a necessidade de um apoio prático a aulas mais teóricas. Tais aulas, podem ser explicadas pelo formalismo matemático, que consiste, resumidamente, em se demonstrar praticamente apenas por meio da escrita as ferramentas do cálculo, como afirma Silva (2007, p. 184, *apud* MONDINI, 2008), "as deduções são cadeias de transformações de expressões simbólicas segundo regras explícitas de manipulação de símbolos", a respeito. Consequentemente, temos o desenvolvimento desse processo que tende a tornar o estudante passivo no processo de ensino e aprendizagem de cálculo, onde ele reproduz e resolve exercícios de forma exaustiva.

O uso de *softwares* computacionais no ensino de matemática pode propiciar maior interação do estudante com o conteúdo, devido ao fato dele investigar a teoria que está por trás do conhecimento tratado. Destacando pontos como a construção, dinamismo, investigação e outras potencialidades, o *software* GeoGebra apresenta diversas vantagens para ser utilizado no ensino de matemática, nas disciplinas de

Cálculo ou até mesmo no ensino básico (LOPES, et al 2013), uma vez que é um *software* cuja aprendizagem de sua utilização se dá em uma alta taxa de velocidade, ou seja, os estudantes costumam dominar rapidamente seus principais comandos, e, além disso, é de acesso gratuito.

Ainda, com o uso do GeoGebra pode-se aproveitar da possibilidade de desenvolver um material em formato de GGbook, uma interface capaz de reunir “ambientes de texto e gráfico de forma a termos no *software* as funcionalidades de um livro de matemática digital e dinâmico” (NÓBRIGA, J. C. C., et al 2012). Em um ambiente como um GGbook o professor encontra a possibilidade de estabelecer uma maior palpabilidade entre diversos aspectos do formalismo matemático, como definições, teoremas e demonstrações, com o uso da ferramenta gráfica integrada.

Para dar início a construção deste material, realizou-se um questionário aplicado a estudantes do Instituto Federal de Brasília (IFB) *Campus* Estrutural, com efeito de identificar quais bases tecnológicas, da disciplina de Cálculo 1, os estudantes acreditam ter apresentado maiores dificuldades de aprendizagem em sua formação, estabelecendo assim, os conteúdos abordados por este material.

O objetivo deste trabalho foi, portanto, propor um material didático, apresentando construções, inerentes às habilidades da base tecnológica de Limite e Continuidade, utilizando o software GeoGebra. O material desenvolvido, no formato de um GGbook visa a prática e a investigação, pois o trabalho ainda vai ser aplicado no futuro, em outras oportunidades acerca do estudo das funções no que tange a suas propriedades a respeito de limites e continuidades. Este material poderá contribuir com o processo de aprendizagem dos estudantes dentro do tempo didático [1] proposto.

Sendo assim, são estabelecidos os seguintes objetivos específicos para este trabalho:

1. Levantar as principais dificuldades encontradas pelos alunos que já cursaram a disciplina de Cálculo 1;

[1] “refere-se ao tempo educativo de trabalho realizado com os alunos, em que os conteúdos não surgem espontaneamente, mas sim eleitos e selecionados no projeto educativo da escola e no planejamento dos professores” (DA FONSECA et al 2015).

2. Realizar um estudo teórico dos aspectos didáticos a respeito das habilidades inerentes aos resultados encontrados a partir da aplicação do questionário;

3. Desenvolver um GGbook no software GeoGebra que tenham como escopo auxiliar na compreensão das habilidades que os alunos mencionaram maiores dificuldades;

4. Relacionar as construções desenvolvidas com níveis da taxonomia de Bloom nos quais foram estabelecidos os objetivos desta.

2 METODOLOGIA

Este trabalho foi motivado baseando-se em uma abordagem de pesquisa quantitativa, identificando, por meio de um questionário, desenvolvido com base no *Projeto Pedagógico do curso de licenciatura em Matemática*, do IFB (2018), as principais motivações para a elaboração do material proposto. Foram realizadas, no geral, 2 etapas durante todo o processo do trabalho, sendo elas: 1- Aplicação do questionário motivador e 2- Desenvolvimento e elaboração do GGbook.

Na primeira etapa da pesquisa, foi realizado um levantamento a respeito das principais dificuldades encontradas pelos alunos que já cursaram a disciplina de Cálculo 1, buscando dados que exibam os conhecimentos considerados de difícil compreensão e informações a respeito das estratégias didáticas abordadas pelo professor da disciplina. Para isso, foi realizada a aplicação de um questionário[2], no qual, na questão de número 1 pode ser escolhida apenas uma resposta, enquanto nas questões de número 2 a 7 puderam ser selecionadas mais de uma resposta. Por fim, na questão de número 8, o estudante pode discorrer a respeito das metodologias e softwares utilizados pelo professor durante o desenvolvimento da disciplina.

As seguintes questões foram levantadas.

1. Como você julga seu nível de aprendizado na disciplina de forma geral?
   a. Elevado
   b. Moderado
   c. Baixo
2. Quais das seguintes bases tecnológicas você acredita que foram melhor aproveitadas ao cursar a disciplina:
   a. Funções: conceito de função; exemplo de funções de uma variável real; tipos de funções; gráficos; função composta; função inversa; funções trigonométricas e suas inversas; função exponencial; função logarítmica.
   b. Limite e continuidade: conceito de limite; propriedades dos limites; limites laterais; limites envolvendo o infinito; continuidade; Teorema do Valor Intermediário.
   c. Derivadas: conceito de derivada; reta tangente e reta normal; derivadas laterais; regras básicas de derivação; regra da cadeia; taxas relacionadas; derivada da função inversa; derivação implícita; comportamento de

[2] Locado no endereço eletrônico: https://forms.gle/nQTyAp4oigrDXf7PA

funções; máximos e mínimos; Teorema do Valor Médio; regras de L'Hospital; concavidade, inflexão e gráficos; problemas de otimização.
   d. Integrais: primitivas; integrais indefinidas e suas propriedades; integral definida e suas propriedades; Teorema Fundamental do Cálculo; integração por substituição; integração por partes; integração por frações parciais.
   e. Aplicações da integral: aplicações da integral ao cálculo de áreas planas, comprimento de curvas, volumes e áreas de sólidos.
3. Em relação a aprendizagem da base tecnológica de Funções, quais desses conhecimentos você encontrou mais dificuldades:
   a. Conceito de função.
   b. Exemplo de funções de uma variável real.
   c. Tipos de funções.
   d. Gráficos.
   e. Função composta.
   f. Função inversa.
   g. Funções trigonométricas e suas inversas.
   h. Função exponencial.
   i. Função logaritmo.
   j. Não encontrei dificuldades.
4. Em relação a aprendizagem da base tecnológica de Limite e Continuidade, quais desses conhecimentos você encontrou mais dificuldades:
   a. Conceito de limite.
   b. Propriedades dos limites.
   c. Limites laterais.
   d. Limites envolvendo o infinito.
   e. Continuidade.
   f. Teorema do Valor Intermediário.
   g. Não encontrei dificuldades.
5. Em relação a aprendizagem da base tecnológica de Derivadas, quais desses conhecimentos você encontrou mais dificuldades:
   a. Conceito de derivada.
   b. Reta tangente e reta normal.
   c. Derivadas laterais.
   d. Regras básicas de derivação.
   e. Regra da cadeia.
   f. Taxas relacionadas.
   g. Derivada da função inversa.
   h. Derivação implícita.
   i. Comportamento de funções.
   j. Máximos e mínimos.
   k. Teorema do Valor Médio.

l. Regras de L’Hospital.
m. Concavidade, inflexão e gráficos.
n. Problemas de otimização.
o. Não encontrei dificuldades.

6. Em relação a aprendizagem da base tecnológica de Integrais, quais desses conhecimentos você encontrou mais dificuldades:
    a. Primitivas.
    b. Integrais indefinidas e suas propriedades.
    c. Integral definida e suas propriedades.
    d. Teorema Fundamental do Cálculo.
    e. Integração por substituição.
    f. Integração por partes.
    g. Integração por frações parciais.
    h. Não encontrei dificuldades.
7. Em relação a aprendizagem da base tecnológica de Aplicações da integral, quais desses conhecimentos você encontrou mais dificuldades:
    a. Aplicações da integral ao cálculo de áreas planas.
    b. Aplicações da integral ao cálculo do comprimento de curvas.
    c. Aplicações da integral ao cálculo de volumes e áreas de sólidos.
    d. Não encontrei dificuldades.
8. O professor utilizou softwares matemáticos para desenvolver algum desses conhecimentos? Em caso afirmativo, quais?

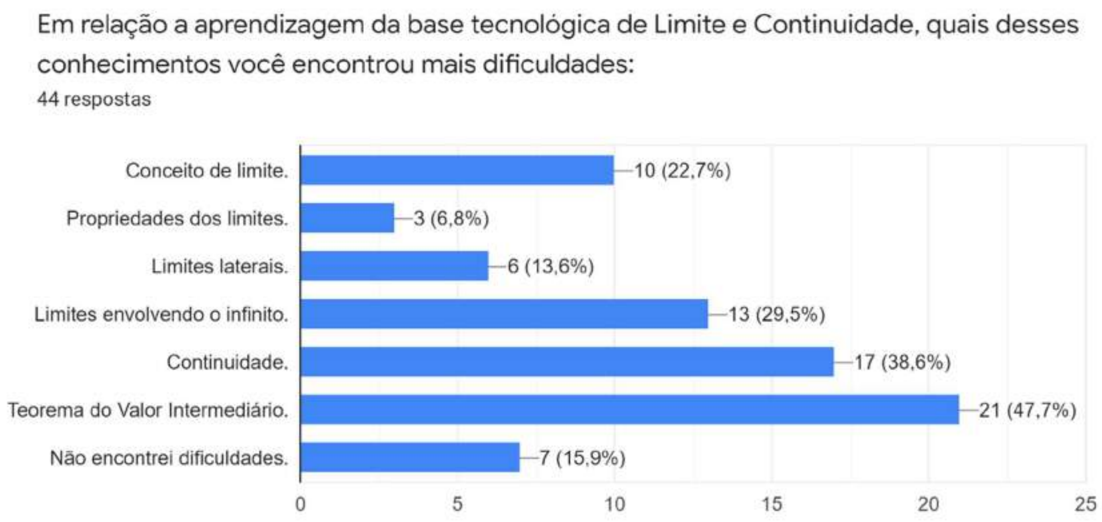
Analisando os resultados levantados por este questionário, pode-se verificar que dos 44 respondentes, 11,4% julgaram seu nível de aprendizado na disciplina como elevado, ao passo que cerca de apenas 22,7% apontaram o uso de softwares matemáticos pelo professor durante o desenvolvimento da disciplina.

Figura 1 – Resultados obtidos na primeira pergunta

Fonte: foto do autor

Além disso, os respondentes apontaram encontrar maiores dificuldades nos conhecimentos que envolviam a base tecnológica de Limite e Continuidade. Dessa forma decidiu-se por desenvolver o GGbook acerca de alguns conteúdos abordados nessa base tecnológica.

Figura 2 – Resultados obtidos na quarta pergunta



Fonte: foto do autor

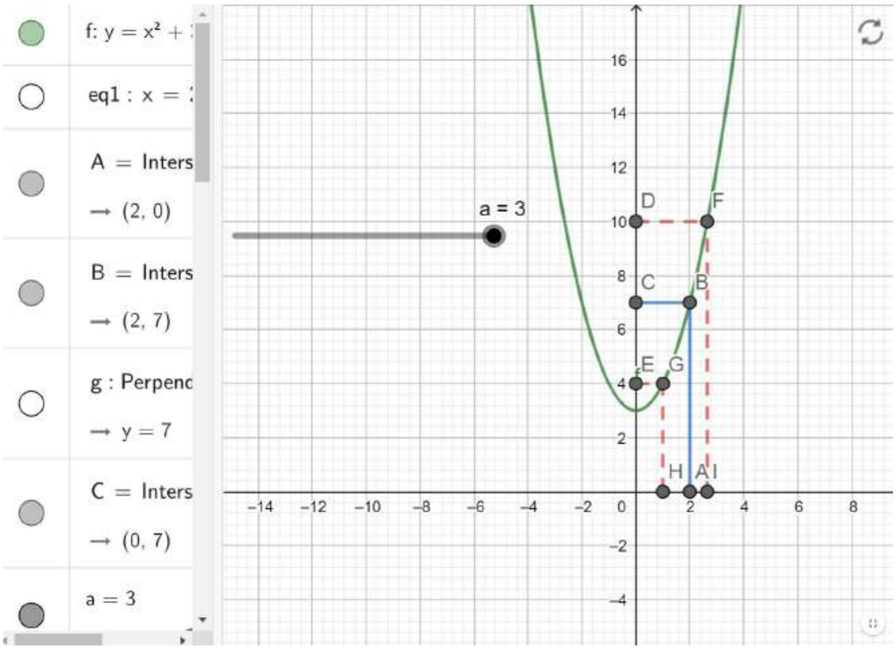
Dando início a segunda etapa desta pesquisa, foi desenvolvido um GGbook, apresentando dois capítulos com os seguintes tópicos:

- Limites;
    - Noção intuitiva;
    - Definição de Limite;
    - Limites laterais;
    - Limites no infinito;
    - Teorema do Confronto;
- Continuidades;
    - Funções contínuas;
    - Definição de função contínua;

Dentre todas as atividades apresentadas, estão presentes no GGbook 2 tipos diferentes de atividades. Sendo estes, roteiros (Tipo 1) e roteiros acompanhados de definições, ou teoremas (Tipo 2). Os roteiros elaborados foram baseados no modelo de atividades proposta por Lima e Freitas (2018) em "*O uso do software GeoGebra para o estudo de problemas de otimização no ensino médio*".

Em cada roteiro, o estudante deverá seguir os passos ali descritos para assim desenvolver a construção (Figura 1), que o auxiliará no desenvolvimento do conteúdo almejado por aquela atividade. As atividades do tipo 1 proporcionam ao estudante a possibilidade de internalizar conceitos a partir de sua própria construção, mesmo que orientada por um professor, o tornando assim mais ativo no processo.

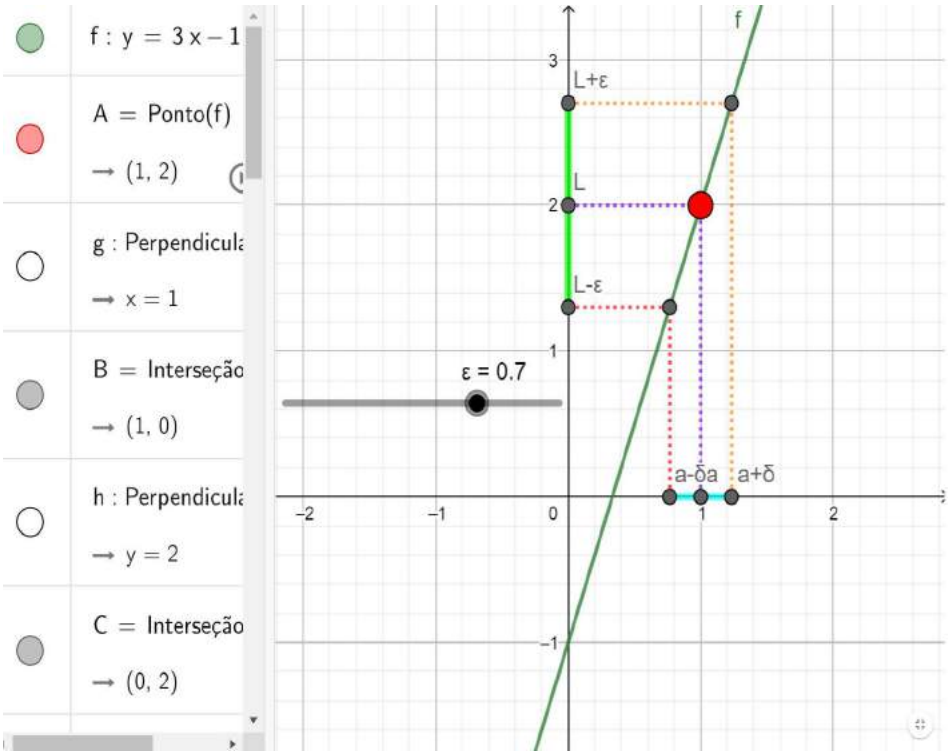
Figura 3 - Noção intuitiva de limite (Construção)



Fonte: foto do autor

Em atividades do tipo 2, o estudante poderá realizar construções que o auxilie na compreensão das definições, ou teoremas, ali abordadas, como na atividade intitulada “Definição de Limite” (Figura 2). Nesse caso, por exemplo, se encontra a possibilidade de observar na prática como se comportam os elementos citados na definição, a partir de um gráfico produzido pelo próprio discente. Além disso, ele será capaz de observar como se comportam esses elementos em diferentes pontos da função em questão, ou de alguma outra que o estudante experimente realizar a mesma construção.

Figura 4 - Definição de Limite (Construção)



Fonte: foto do autor

Para estabelecermos os objetivos almejados por cada atividade elaborada neste material foi utilizada, como suporte metodológico, a Taxonomia revisada de Bloom (Quadro 1), na qual, Trevisan e Amaral (2016, p.454) afirmam,

> foram combinados o tipo de conhecimento a ser adquirido e o processo utilizado para a aquisição desse conhecimento (ANDERSON e KRATHWOHL, 2001, *apud* TREVISAN e AMARAL, 2016, p.454). O tipo de conhecimento passou a ser designado por substantivos e os processos para atingi-los passaram a ser descritos por verbos.

Visando o processo utilizado para a aquisição do conhecimento esperado, deu-se o foco às dimensões do processo cognitivo de: Lembrar, Entender, Aplicar e Analisar.

Quadro 1 - Dimensões do processo cognitivo

1. Lembrar: Relacionado a reconhecer e reproduzir ideias e conteúdos. Reconhecer requer distinguir e selecionar uma determinada informação e reproduzir ou recordar está mais relacionado à busca por uma informação relevante memorizada.
2. Entender: Relacionado a estabelecer uma conexão entre o novo e o conhecimento previamente adquirido. A informação é entendida quando o aprendiz consegue reproduzi-la com suas "próprias palavras".
3. Aplicar: Relacionado a executar ou usar um procedimento numa situação específica e pode também abordar a aplicação de um conhecimento numa situação nova.
4. Analisar: Relacionado a dividir a informação em partes relevantes e irrelevantes, importantes e menos importantes e entender a inter-relação existente entre as partes.
5. Avaliar: Relacionado a realizar julgamentos baseados em critérios e padrões qualitativos e quantitativos ou de eficiência e eficácia.
6. Criar: Significa colocar elementos junto com o objetivo de criar uma nova visão, uma nova solução, estrutura ou modelo utilizando conhecimentos e habilidades previamente adquiridos. Envolve o desenvolvimento de ideias novas e originais, produtos e métodos por meio da percepção da interdisciplinaridade e da interdependência de conceitos.

Fonte: Ferraz e Belhot (2010, p. 429, apud TREVISAN e AMARAL, 2016, p. 455)

O material didático proposto neste artigo, aliado ao uso de uma metodologia ativa como a sala de aula invertida apresenta uma possibilidade mais interessante para o desenvolvimento de algumas aulas.

> A sala de aula invertida é uma modalidade de *e-learning* na qual o conteúdo e as instruções são estudados on-line antes de o aluno frequentar a sala de aula, que agora passa a ser o local para trabalhar os conteúdos já estudados, realizando atividades práticas como resolução de problemas e projetos, discussão em grupo, laboratórios etc. (VALENTE, 2014, p. 85, apud DZIADZIO e FERREIRA, 2020, p.413).

Nessa metodologia, o professor se torna mediador das discussões e atividades realizadas em sala de aula, enquanto que os conhecimentos abordados por estas são acessados pelo estudante previamente. Assim, o "estudante deixa de ser um expectador e passa a atuar ativamente, tornando-se o protagonista do seu aprendizado" (SCHNEIDERS, 2018, p. 7), uma das principais vantagens ao utilizarmos metodologias ativas.

3 MATERIAL

O GGbook[3] (Figura 3) produzido é um ambiente presente na plataforma GeoGebra que possibilita reunir uma série de atividades desenvolvidas utilizando o software.

Figura 5 – Interface do GGbook

Fonte: foto do autor

Este material didático tem como público alvo estudantes da disciplina de Cálculo 1, mediados por um professor, que por sua vez poderá utilizá-lo como material de apoio no desenvolvimento de suas aulas.

Além disso, visando o estudante com pouco conhecimento no *software*, os comandos presentes nos roteiros elaborados utilizam de ferramentas (Quadro 2) mais básicas do GeoGebra, possibilitando assim a aplicação deste material em uma turma inteira da disciplina de Cálculo 1. Buscando, além disso, um certo nível de progressão na complexidade dos roteiros dessas construções, as atividades foram desenvolvidas de forma que a atividade 1 é realizada baseando sua construção em uma função mais elementar, ao passo que, na atividade 7 é utilizada uma função mais complexa.

[3] Locado no endereço eletrônico: https://www.geogebra.org/m/uxfkgcbd

Quadro 2 - Ferramentas do GeoGebra utilizadas nas construções

1. Janela de Álgebra: espaço onde são exibidas equações, medidas, coordenadas e os atributos de todos os objetos construídos.
2. Caixa de Entrada: campo reservado para digitação de comandos.
3. Teclado Virtual: teclado exibido na parte inferior da interface, quando selecionado. Utilizado principalmente para a digitação de caracteres especiais, como letras gregas ou símbolos matemáticos.
4. Janela de Visualização: onde se exibem os objetos construídos que possuam representação gráfica.
5. Janela/Barra de Ferramentas: área onde são encontradas ferramentas utilizadas para construção de pontos, retas, circunferências, dentre outros.
6. Mover: ferramenta com função de manipular certos objetos apresentados na janela de visualização.
7. Ponto: ferramenta utilizada para marcar pontos na janela de visualização.
8. Controle deslizante: ferramenta que cria um controle variável para valores de ângulos ou números. Utilizado na definição de outros objetos.
9. Distância, Comprimento: ferramenta utilizada para exibir a distância entre dois objetos, ou ainda o tamanho de um segmento de reta.
10. Reta Perpendicular: ferramenta utilizada para construção de uma reta perpendicular a um objeto A, passando por B.
11. Segmento: ferramenta utilizada para marcar segmentos de reta a partir de dois pontos.
12. Reta: ferramenta utilizada para marcar uma reta que passa por dois pontos distintos.
13. Configurações: ferramenta que permite alterar aspectos da exibição de outros elementos da interface. Possibilitando a alteração nas dimensões da exibição dos eixos da janela de visualização, ou ainda, a alteração no estilo de objetos construídos.

Fonte: Quadro do autor

3.1 Atividade 1: Noção intuitiva

No capítulo intitulado Limites, são apresentadas cinco atividades. A primeira, “Noção Intuitiva” (Tipo 1), traz o seguinte roteiro:

1. Construa a parábola $f(x) = x^2 + 3$;
2. Construa a reta vertical $x = 2$;
3. Utilizando a ferramenta "Ponto", marque o ponto A, intersecção da reta $x = 2$ e o eixo horizontal;
4. Utilizando a ferramenta "Ponto", marque o ponto B, intersecção da reta $x = 2$ e a parábola;
5. Construa uma reta perpendicular ao eixo y passando por B;
6. Marque o ponto C, intersecção da reta construída no passo 5 com o eixo vertical;
7. Construa o controle deslizante "a", com mínimo igual a 0 e máximo igual a 3;
8. Construa as retas horizontais h: $y = y(C) + a$ e p : $y = y(C) - a$;
9. Utilizando a ferramenta "Ponto", marque as intersecções do eixo y com as retas do passo 8, sendo D, acima do ponto C, e E, abaixo do ponto C; Marque as intersecções das retas do passo 9 com a função no primeiro quadrante, sendo F, na mesma reta que D, e G, na mesma reta que E;
10. Utilizando a ferramenta "Ponto", marque as intersecções das retas do passo 9 com a função no primeiro quadrante, sendo F, na mesma reta que D, e G, na mesma reta que E;
11. Construa as retas perpendiculares ao eixo horizontal com os pontos construídos no passo 10;
12. Utilizando a ferramenta "Ponto", marque as intersecções H e I do eixo x com as retas construídas no passo 11, sendo H, a esquerda do ponto A, e I, a direita do ponto A;
13. Oculte as retas construídas;
14. Marque os segmentos DF, CB, EG, BA, GH e FI;
15. Deixe os segmentos pontilhados, oculte seus rótulos e altere suas cores;

16. Experimente realizar este roteiro novamente **em uma nova construção** definindo *f(x)* de outra maneira.

Com o objetivo de desenvolver as habilidades do estudante em compreender uma noção intuitiva do conceito de limite, a atividade pode levantar discussões como:

1. Ao se movimentar o controle deslizante para a direita, o que acontece com os pontos H e I (intersecções no eixo x)? E para a esquerda?
2. Ao se movimentar o controle deslizante para a direita, o que acontece com os pontos D e E (intersecções no eixo y)? E para a esquerda?
3. Existe uma proporção entre os segmentos HI e DE?
4. Quando o controle deslizante é igual a zero, o que ocorre com os pontos F e G? Isso tem algum significado do ponto de vista geométrico?

Dessa forma, essa atividade pode ser apresentada como ponto de partida para o desenvolvimento do conteúdo de limites, estando situada na dimensão do processo cognitivo: Entender.

3.2 Atividade 2: Definição de limite

Em seguida, é apresentada a atividade "Definição de Limite" (Tipo 2), onde o discente se depara com a definição de limite e o seguinte roteiro:

1. Construa a função $y = 3x - 1$;
2. Utilizando a ferramenta "Ponto", marque um ponto A na função, oculte seu rótulo e altere sua cor e tamanho da forma que desejar;
3. Construa uma reta perpendicular ao eixo horizontal passando por A;
4. Utilizando a ferramenta "Ponto", marque o ponto B, intersecção do eixo horizontal com a reta construída no passo 3;
5. Configure o ponto B com a legenda: "*a*" e marque a opção "Usar texto como legenda";
6. Construa uma reta perpendicular ao eixo vertical passando por A;
7. Utilizando a ferramenta "Ponto", marque o ponto C, intersecção da perpendicular construída no passo 6 com o eixo vertical;

8. Configure o ponto C com a legenda: "L" e marque a opção "Usar texto como legenda";
9. Construa o controle deslizante "ε" (utilize o teclado virtual para digitar letras do alfabeto grego), configurando seu intervalo de 0 (mínimo) a 1 (máximo);
10. Construa a reta horizontal $y = y(C) + \varepsilon$;
11. Utilizando a ferramenta "Ponto", marque a intersecção D do eixo vertical com a reta do passo 10;
12. Configure o ponto D com a legenda: "$L + \varepsilon$" e marque a opção "Usar texto como legenda";
13. Construa a reta horizontal $y = y(C) - \varepsilon$;
14. Utilizando a ferramenta "Ponto", marque a intersecção E do eixo vertical com a reta do passo 13;
15. Configure o ponto E com a legenda: "$L - \varepsilon$" e marque a opção "Usar texto como legenda";
16. Utilizando a ferramenta "Ponto", marque as intersecções das retas dos passos 10 e 13 com a função, sendo F, na reta horizontal que contém D, e G, na reta horizontal que contém E;
17. Construa retas perpendiculares ao eixo horizontal com os pontos de intersecção construídos no passo 16;
18. Utilizando a ferramenta "Ponto", marque as intersecções do eixo horizontal com as perpendiculares construídas no passo 17, sendo H, à esquerda de B, e I, à direita de B;
19. Configure o ponto I com a legenda: “$a + \delta$”e marque a opção "Usar texto como legenda";
20. Configure o ponto H com a legenda: “$a - \delta$” marque a opção "Usar texto como legenda";
21. Esconda as retas horizontais e verticais;
22. Construa os segmentos AB, AC, CD, CE, BH, BI, DF, FI, EG e GH;
23. Configure o estilo dos segmentos fora dos eixos de forma que fiquem pontilhados, oculte seus rótulos e altere as cores da forma que desejar;

24. Configure o estilo dos segmentos sob os eixos de forma que fiquem com espessuras chamativas, oculte seus rótulos e altere as cores da forma que desejar;
25. Diminua o tamanho dos pontos G e F e oculte seus rótulos;
26. Utilizando a ferramenta "Distância, Comprimento", marque as distâncias CD, CE, BH e BI;
27. Experimente realizar este roteiro novamente **em uma nova construção** definindo *f(x)* de outra maneira.

Contemplando as dimensões: Lembrar e Entender, a construção proposta tem como objetivo desenvolver a habilidade do estudante de identificar e compreender como se comportam os elementos da definição de limite, integrados ao gráfico de uma função. Como sugerido no passo 27, o estudante é incentivado a realizar esse mesmo roteiro a partir de diferentes funções, podendo assim, internalizar tais conceitos utilizando qualquer função desejada. Assim, podem ser levantadas discussões como:

1. Ao se movimentar o controle deslizante “ε” para a direita, o que acontece com os pontos H e I? E para a esquerda?
2. Ao se movimentar o controle deslizante “ε” para a direita, o que acontece com os pontos D e E? E para a esquerda?
3. Os segmentos BH e BI se relacionam com quais elementos da definição de limites?
4. Como esses elementos se comportam quando se observa outros pontos da função?
5. Ao se mover o ponto A, o que ocorre com os valores dos segmentos obtidos no passo 26?
6. Qual é a relação entre os tamanhos dos segmentos marcados no passo 26 com “δ” e “ε”?

Nesta atividade, como estabelecemos a definição de novos conceitos, pode ser trabalhada a dimensão do conhecimento conceitual,

> relacionado à inter-relação dos elementos básicos num contexto mais elaborado que os discentes seriam capazes de descobrir. Elementos mais

> simples foram abordados e agora precisam ser conectados. (FERRAZ e BELHOT, 2010, p. 429, apud TREVISAN e AMARAL, 2016, p. 455)

3.3 Atividade 3: Limites laterais

A terceira atividade presente no GGbook é a atividade intitulada “Limites Laterais” (Tipo 2). Abordando as definições de limites laterais, tanto à esquerda, quanto à direita, e ainda, os roteiros:

Roteiro 1: Limites Laterais à esquerda

1. Construa a função $y = -x + 1$;
2. Utilizando a ferramenta "Ponto", marque um ponto A na função, oculte seu rótulo e altere sua cor e tamanho da forma que desejar;
3. Construa uma reta perpendicular ao eixo horizontal (abscissas) passando por A;
4. Utilizando a ferramenta "Ponto", marque o ponto B, intersecção do eixo horizontal com a reta construída no passo 3;
5. Configure o ponto B com a legenda: "*a*" e marque a opção "Usar texto como legenda";
6. Construa uma reta perpendicular ao eixo vertical (ordenadas) passando por A;
7. Utilizando a ferramenta "Ponto", marque o ponto C, intersecção da perpendicular construída no passo 6 com o eixo vertical;
8. Configure o ponto C com a legenda: "*L*" e marque a opção "Usar texto como legenda";
9. Construa o controle deslizante "δ"(utilize o teclado virtual para digitar letras do alfabeto grego), configurando seu intervalo de 0 (mínimo) a 1 (máximo);
10. Construa a reta horizontal $x = x(B) - \delta$;
11. Utilizando a ferramenta "Ponto", marque a intersecção D do eixo horizontal com a reta construída no passo 10;
12. Configure o ponto D com a legenda: "$a - \delta$ " e marque a opção "Usar texto como legenda";
13. Utilizando a ferramenta "Ponto", marque a intersecção E da reta construída no passo 12 com a função;
14. Oculte o rótulo do ponto E;

15. Construa a reta perpendicular ao eixo vertical que passa pelo ponto E;
16. Utilizando a ferramenta "Ponto", marque a intersecção F do eixo vertical com a reta do passo 15;
17. Configure o ponto F com a legenda: " $L - \varepsilon$ " e marque a opção "Usar texto como legenda";
18. Oculte as retas construídas;
19. Construa os segmentos AB, AC, ED e EF;
20. Altere os estilos dos segmentos construídos no passo 19 de forma que fiquem tracejados, altere suas cores e oculte seus rótulos;
21. Construa os segmentos BD e CF;
22. Altere as cores dos segmentos construídos no passo 21 e oculte seus rótulos;
23. Experimente alterar a função definida no passo 1 para $f(x) = |x| + 1$.

Roteiro 2: Limites Laterais à direita

1. Construa uma função a função $f(x) = |x| + 1$;
2. Utilizando a ferramenta "Ponto", marque um ponto A na função, oculte seu rótulo e altere sua cor e tamanho da forma que desejar;
3. Construa uma reta perpendicular ao eixo horizontal (abscissas) passando por A;
4. Utilizando a ferramenta "Ponto", marque o ponto B, intersecção do eixo horizontal com a reta construída no item 3;
5. Configure o ponto B com a legenda: "*a*" e marque a opção "Usar texto como legenda";
6. Construa uma reta perpendicular ao eixo vertical (ordenadas) passando por A;
7. Utilizando a ferramenta "Ponto", marque o ponto C, intersecção da perpendicular construída no passo 6 com o eixo vertical;
8. Configure o ponto C com a legenda: "*L*" e marque a opção "Usar texto como legenda";
9. Construa o controle deslizante " δ " (utilize o teclado virtual para digitar letras do alfabeto grego), configurando seu intervalo de 0 (mínimo) a 1 (máximo);
10. Construa a reta horizontal $x = x(B) + \delta$;

11. Utilizando a ferramenta "Ponto", marque a intersecção D do eixo horizontal com a reta do passo 10;
12. Configure o ponto D com a legenda: "$a + \delta$ " e marque a opção "Usar texto como legenda";
13. Utilizando a ferramenta "Ponto", marque a intersecção E da reta construída no passo 12 com a função;
14. Oculte o rótulo do ponto E;
15. Construa a reta perpendicular ao eixo vertical que passa pelo ponto E;
16. Utilizando a ferramenta "Ponto", marque a intersecção F do eixo vertical com a reta construída no passo 15;
17. Configure o ponto F com a legenda: " $L + \varepsilon$ " e marque a opção "Usar texto como legenda";
18. Oculte as retas construídas;
19. Construa os segmentos AB, AC, ED e EF;
20. Altere os estilos dos segmentos do passo 19 de forma que fiquem tracejados, altere suas cores e oculte seus rótulos;
21. Construa os segmentos BD e CF;
22. Altere as cores dos segmentos do passo 21 e oculte seus rótulos;
23. Experimente alterar a função definida no passo 1 utilizando o comando “Se($x < 0, x^2 + 2, x$)".

O objetivo dos roteiros apresentados nesta atividade é desenvolver a habilidade do estudante de identificar e compreender como se comportam os elementos relacionados às definições de aproximações laterais, tanto à esquerda quanto à direita, em diferentes funções. Levantando as seguintes reflexões:

1. Os segmentos BD e CF se relacionam com quais elementos das definições de limites laterais?
2. O controle deslizante “δ” possui a mesma função nas duas construções?
3. Como esses elementos se comportam quando são observados outros pontos da função?
4. O que ocorre quando o valor de x se aproxima de 0 por valores de $x < 0$? E por valores de $x \geq 0$?

5. O que se pode afirmar sobre o valor da função quando $x = 0$? E sobre o limite da função quando x $\rightarrow 0$, pela esquerda ou pela direita?
6. No segundo roteiro, ao alterarmos a definição de *f(x)* no último passo, o que ocorre com a legenda $L + \varepsilon$ quando $a + \delta$ se aproxima de $x = 0$ por valores de $x < 0$? E por valores de $x > 0$?
7. Na discussão do item anterior, o que se pode afirmar sobre o valor da função quando $x = 0$? E quanto ao limite da função quando $x \rightarrow 0$, pela esquerda ou pela direita?

Assim como na atividade anterior, as dimensões do processo cognitivo compreendidas por essa atividade são: Lembrar e Entender. Além disso, com a abordagem de novas definições associadas a definição apresentada anteriormente compreende-se a possibilidade de ser trabalhada a dimensão do conhecimento factual,

> “relacionado ao conteúdo básico que o discente deve dominar a fim de que consiga realizar e resolver problemas apoiados nesse conhecimento” (FERRAZ e BELHOT, 2010, p. 429, apud TREVISAN e AMARAL, 2016, p. 455).

3.4 Atividade 4: Limites no infinito

A quarta atividade apresentada no GGbook é intitulada como “Limites no infinito” (Tipo 1). Nesta atividade estão presentes os seguintes roteiros:

Roteiro 1: Exemplo 1

1. Construa a função $f(x) = \frac{x-3}{x-2}$;
2. Construa a reta $x = 2$, oculte seu rótulo e altere seu estilo para que fique tracejada;
3. Construa o controle deslizante "*a*";
4. Construa um ponto A no eixo horizontal ao digitar $A = (a, 0)$ na caixa de entrada. Altere sua legenda para "*x*" e selecione a opção usar texto como legenda;
5. Construa o ponto B digitando $B = (0, f(a))$ na caixa de entrada. Altere as cores e estilos dos pontos A e B da forma que desejar e altere a legenda do ponto B para "*f(x)*" e selecione a opção usar texto como legenda;

6. Construa a reta vertical $x = a$ e oculte seu rótulo;
7. Utilizando a ferramenta "Ponto", marque a intersecção C da reta construída no passo 6 com a função. Altere o estilo desse ponto da forma que desejar;
8. Construa a reta perpendicular ao eixo vertical que passa por B e C;
9. Oculte as retas construídas nos passos 6 e 8;
10. Marque os segmentos BC e AC;
11. Configure o estilo dos segmentos fora dos eixos de forma que fiquem pontilhados, oculte seus rótulos e altere as cores da forma que desejar.

Roteiro 2: Exemplo 2

1. Construa uma função a função $f(x) = e^x$;
2. Construa o controle deslizante "*a*";
3. Construa um ponto A no eixo horizontal ao digitar $A = (a, 0)$ na caixa de entrada. Altere sua legenda para "x" e selecione a opção usar texto como legenda;
4. Construa o ponto B digitando $B = (0, f(a))$ na caixa de entrada e oculte seu rótulo. Altere as cores e estilos dos pontos A e B da forma que desejar e altere a legenda do ponto B para "*f(x)*" e selecione a opção usar texto como legenda;
5. Construa a reta vertical $x = a$ e oculte seu rótulo;
6. Utilizando a ferramenta "Ponto", marque a intersecção C da reta construída no passo 5 com a função. Altere o estilo desse ponto da forma que desejar;
7. Construa a reta perpendicular ao eixo vertical que passa por B e C;
8. Oculte as retas construídas nos passos 5 e 7;
9. Marque os segmentos BC e AC;
10. Configure o estilo dos segmentos fora dos eixos de forma que fiquem pontilhados, oculte seus rótulos e altere as cores da forma que desejar;
11. Experimente alterar a variação do controle deslizante "*a*" e observe as imagens da função para diferentes valores em seu domínio.

Roteiro 3: Exemplo 3

1. Construa uma função a função $f(x) = tan(x)$;

2. Configure a escala do eixo x para $\frac{\pi}{2}$, ao selecionar a opção $\frac{\pi}{2}$ na caixa de seleção “distância”, encontrada na página de configuração do eixo x;
3. Construa o controle deslizante "*a*", com os valores $-\frac{11\pi}{2}$, como mínimo, e $\frac{11\pi}{2}$, como máximo;
4. Construa um ponto A no eixo horizontal ao digitar $A = (a, 0)$ na caixa de entrada. Altere sua legenda para "*x*" e selecione a opção usar texto como legenda;
5. Construa o ponto B digitando $B = (0, f(a))$ na caixa de entrada e oculte seu rótulo. Altere as cores e estilos dos pontos A e B da forma que desejar e altere a legenda do ponto B para "*f(x)*" e selecione a opção usar texto como legenda;
6. Construa a reta vertical $x = a$ e oculte seu rótulo;
7. Utilizando a ferramenta "Ponto", marque a intersecção C da reta construída no passo 5 com a função. Altere o estilo desse ponto da forma que desejar;
8. Oculte a reta construída no passo 5;
9. Marque os segmentos BC e AC;
10. Configure o estilo dos segmentos fora dos eixos de forma que fiquem pontilhados, oculte seus rótulos e altere as cores da forma que desejar;
11. Crie o controle deslizante "*n*", configurado como valor inteiro e com os valores -11, como mínimo, e 11, como máximo, colocando 1 como incremento;
12. Crie a reta $x = (2n + 1) \cdot \frac{\pi}{2}$ e oculte seu rótulo.

Tendo em vista, a dimensão de processo cognitivo: Analisar, o objetivo desta atividade é habilitar o estudante a investigar como se comportam os limites no infinito em diferentes funções, com diferentes particularidades, esta atividade é proposta, possibilitando o desenvolvimento das discussões:

1. Os segmentos BD e CF se relacionam com quais elementos das definições de limites laterais?
2. Na primeira construção, o que ocorre com o Limite da função quando o controle deslizante *a* se aproxima de $x = 2$ pela esquerda? E pela direita?
3. Na primeira construção, o que ocorre com o Limite da função quando o controle deslizante “*a*” é igual a 2?

4. A reta $x = 2$, na primeira construção, representa qual tipo de elemento em relação a função definida no passo 1?
5. Em relação a função definida no início da primeira construção, para valores de $x > 2$, se alterarmos o intervalo do controle deslizante para valores suficientemente grandes, o que ocorre com os valores de *f(a)*? Qual o significado disso?
6. Em relação à segunda construção, o que ocorre com o valor de *f(a)* quando o valor do controle deslizante "*a*" é aumentado o tanto quanto queiramos? E se diminuir o tanto quanto quisermos? Qual o significado matemático disso?
7. No segundo roteiro, se alteramos as variações do controle deslizante "*a*" podemos encontrar alguma reta que assuma a mesma função que a reta $x = 2$, na primeira construção? Qual reta é essa?
8. Na terceira construção, quando alteramos o valor do controle deslizante "n", o que podemos observar nas posições que a reta $x = (2n+1)\frac{\pi}{2}$ assume?
9. Ainda na terceira construção, à medida que aproximamos o ponto com a legenda "*a*" das retas $x = (2n+1)\frac{\pi}{2}$ pela esquerda de $x = a$, o que ocorre com a imagem *f(a)*? E pela direita de $x = a$? Qual seria o significado geométrico disso?
10. O que tem em comum a reta $x = 2$ da primeira construção com essas retas supracitadas na última construção?

3.5 Atividade 5: Teorema do Confronto

Finalizando o primeiro capítulo do GGbook é apresentada a atividade "Teorema do confronto" (Tipo 2). Acompanhando o teorema está presente o roteiro:

1. Construa a função $f(x) = x^2$;
2. Construa a função a função $g(x) = -x^2$;
3. Construa a função $h(x) = x^2 sen(\frac{1}{x})$;
4. Construa o controle deslizante "*a*" e configure para que exiba o valor e a legenda x;
5. Construa os pontos "$A = (a, f(a))$", "$B = (a, g(a))$" e "$C = (a, h(a))$", oculte seus rótulos e altere seus tamanho e estilo, para que fiquem destacados;

6. Construa as retas perpendiculares aos eixos que passam pelo ponto A;
7. Utilizando a ferramenta "Ponto", marque as intersecções D, do eixo horizontal com a reta construída no passo 6, e E, do eixo vertical com a reta construída no passo 6 e configure os pontos D e E para que exibam as legendas “*x*” e “*f(x)*”, respectivamente, selecionando a opção “Usar texto como legenda”;
8. Construa as retas perpendiculares ao eixo vertical que passam pelos pontos B e C;
9. Utilizando a ferramenta "Ponto", marque as intersecções F e G dos eixos com as retas construídas no passo 8 e configure os pontos F e G para as legendas “*g(x)*” e “*h(x)*”, respectivamente, selecionando a opção “Usar texto como legenda”;
10. Oculte as retas construídas nos passos 6 e 8;
11. Marque os segmentos AD, BD, CD, AE, CF e BG;
12. Altere as cores e os estilos dos segmentos construídos no passo 11 de forma que fiquem pontilhados e em evidência;
13. Utilizando o comando: Limite($h(x)$,0) conforme o $\lim_{x \to 0} h(x)$.

A construção proposta tem como objetivo desenvolver a habilidade do estudante de reconhecer a aplicabilidade do teorema do confronto e desenvolver sua capacidade de implementá-lo, situada dessa forma na dimensão do processo cognitivo: Aplicar. Possibilitando o levantamento das seguintes questões:

1. Podemos encontrar algum valor de *x*, tal que a relação $f(x) \leq h(x) \leq g(x)$ não seja verdadeira?
2. Qual o valor do $\lim_{x \to 0} f(x)$? E o $\lim_{x \to 0} g(x)$?
3. À medida que o valor de *x* se aproxima da reta $x = 0$ pela esquerda, o que acontece com os pontos construídos nos passos 5, 7 e 9? E pela direita?

3.6 Atividade 6: Funções Contínuas

Para iniciar o capítulo Continuidades está presente a atividade “Funções Contínuas” (Tipo 1), apresentando o seguinte roteiro:

1. Construa a função $f(x) = x^2 + 1$;

2. Construa o controle deslizante "*a*";
3. Construa o ponto $A = (a, f(a))$;
4. Construa o ponto $B \ = (a, 0)$;
5. Construa o ponto $C \ = (0, f(a))$;
6. Marque os segmentos AC e AB esconda seus rótulos, altere suas cores e seus estilos de forma que fiquem destacados;
7. Habilite a exibição de rastro dos pontos A, B e C;
8. Experimente alterar a definição da $f(x)$ para $f(x) = \frac{x^2+1}{x-1}$.

Estabelecida na dimensão do processo cognitivo: Entender, essa atividade tem o objetivo de capacitar o estudante a compreender uma noção intuitiva a respeito da continuidade de funções, a partir de sua observação gráfica. A construção realizada pode estabelecer reflexões como:

1. Quais as principais diferenças gráficas entre as funções definidas nos passos 1 e 8?
2. Qual o valor da imagem *f(x)* em $a = 1$, quando observamos a função definida no passo 1? E após alterarmos a função no passo 8?

3.7 Atividade 7: Definição de função contínua

Finalizando o material, é apresentada a atividade “Definição de função contínua” (Tipo 2), com uma definição e o seguinte roteiro:

Roteiro 1: Exemplo 1

1. Construa a função $f(x) = |x|$;
2. Construa o controle deslizante "*a*", altere sua legenda para "*x*" e selecione a opção "usar texto como legenda";
3. Construa o ponto $A = (a, f(a))$;
4. Construa o ponto $B \ = (a, 0)$, altere sua legenda para "*x*" e selecione a opção "usar texto como legenda";
5. Construa o ponto $C \ = (0, f(a))$, altere sua legenda para "*f(x)*" e selecione a opção "usar texto como legenda";

6. Marque os segmentos AC e AB, esconda seus rótulos, altere suas cores e seus estilos de forma que fiquem destacados.

Roteiro 2: Exemplo 2

1. Construa a função $f(x) = Se(x < 1, x - 2, x - 1)$;
2. Construa o controle deslizante "*a*", altere sua legenda para "*x*" e selecione a opção "usar texto como legenda";
3. Construa o ponto $A = (a, f(a))$;
4. Construa o ponto $B\ = (a, 0)$, altere sua legenda para "*x*" e selecione a opção "usar texto como legenda";
5. Construa o ponto $C\ = (0, f(a))$, altere sua legenda para "*f(x)*" e selecione a opção "usar texto como legenda";
6. Marque os segmentos AC e AB, esconda seus rótulos, altere suas cores e seus estilos de forma que fiquem destacados.

Roteiro 3: Exemplo 3

1. Construa a função $f(x) = Se(x < 1, \frac{x^2+1}{x-1}, Se(x > 1, \frac{x^2+1}{x-1}, 1))$;
2. Construa o controle deslizante "*a*", altere sua legenda para "*x*" e selecione a opção "usar texto como legenda";
3. Construa o ponto $A = (a, f(a))$;
4. Construa o ponto $B\ = (a, 0)$, altere sua legenda para "*x*" e selecione a opção "usar texto como legenda";
5. Construa o ponto $C\ = (0, f(a))$, altere sua legenda para "*f(x)*" e selecione a opção "usar texto como legenda";
6. Marque os segmentos AC e AB, esconda seus rótulos, altere suas cores e seus estilos de forma que fiquem destacados.

O objetivo desta atividade é desenvolver a habilidade do estudante de categorizar uma função como contínua, ou não. A realização dessas construções possibilita estabelecer discussões como:

1. A função definida no primeiro roteiro pode ser dita como contínua?

2. No segundo roteiro, qual valor encontramos para *f(x)* quando o controle deslizante "a" assume o valor $x = 1$?
3. No segundo roteiro, qual o valor do $\lim_{x \to 1^-} f(x)$? E o $\lim_{x \to 1^+} f(x)$?
4. A função no segundo roteiro pode ser caracterizada como contínua?
5. No terceiro roteiro, qual valor encontramos para *f(x)* quando o controle deslizante "a" assume o valor $x = 1$?
6. No terceiro roteiro, qual o valor do $\lim_{x \to 1^-} f(x)$? E o $\lim_{x \to 1^+} f(x)$? Essa função pode ser caracterizada como contínua?
7. A função definida no terceiro roteiro pode ser caracterizada como contínua?

Podendo ser trabalhada a dimensão do conhecimento procedimental, "relacionado ao conhecimento de "como realizar alguma coisa" utilizando métodos, critérios, algoritmos e técnicas" (FERRAZ e BELHOT, 2010, p. 429, apud TREVISAN e AMARAL, 2016, p. 455), o objetivo dessa atividade encontra seu desenvolvimento na dimensão do processo cognitivo: Analisar.

Dessa forma, as atividades elaboradas neste material estão dispostas da seguinte forma (Quadro 3), em relação a seus níveis da taxonomia de Bloom:

Quadro 1 - Objetivos das atividades relacionadas as dimensões do processo cognitivo

<table>
<tr><th>Lembrar</th><th>Entender</th><th>Aplicar</th><th>Analisar</th></tr>
<tr><td></td><td>Noção intuitiva</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">Definição de Limite</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">Limites laterais</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td>Limites no infinito</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>Teorema do Confronto</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>Funções contínuas</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td>Definição de função contínua</td></tr>
</table>

Fonte: Tabela do autor

4 CONCLUSÃO

Tendo em vista a busca de soluções para a problemática das altas taxas de reprovação em Cálculo 1, o material proposto neste artigo se apresenta como ferramenta didática para o desenvolvimento de aulas que tratem a respeito da base tecnológica de Limite e Continuidade. Estando a critério do professor como este material será utilizado, seja como apoio puramente, ou ainda aliado a metodologias mais elaboradas, como a sala de aula invertida.

Neste caso, as atividades “Noção Intuitiva de Limite” (Tipo 1), “Definição de Limite” (Tipo 2), “Limites Laterais” (Tipo 2) e “Funções Contínuas” (Tipo 1), podem ser propostas como material disponibilizado ao estudante para a realização da etapa anterior a aula. Etapa na qual os alunos acessam o material e realizam o estudo do conteúdo disponibilizado, almejando desenvolver as habilidades associadas a processos cognitivos de níveis, observados no Quadro 1, mais baixos da Taxonomia de Bloom.

Entretanto, na sala de aula invertida, Schneiders (2018) afirma que o estudante “inicia as ações pelos níveis mais baixos da Taxonomia de Bloom e, nível a nível, evolui até o nível mais alto planejado pelo docente para uma unidade de aprendizagem específica” (2018, p. 18). Logo, as demais atividades presentes no GGbook, mesmo que associadas aos processos cognitivos de: Aplicar e Analisar, também podem ser desenvolvidas nesta etapa.

Dessa forma, para que sejam melhor alcançados os objetivos deste material, propõe-se para aplicações futuras, o uso deste aliado a metodologia da sala de aula invertida, possibilitando um melhor desenvolvimento das habilidades almejadas em cada uma das atividades. Este trabalho nutre demais pesquisas, sendo que uma delas pode ser um processo de validação (por juízes ou por estudantes) sobre a proposta construída de GGbook.

REFERÊNCIAS

DA FONSECA, I. M.; DE SOUSA FERNANDES, K. K.; OLIVEIRA, M. D. **Modalidades organizativas do tempo:** trabalho docente, plano e planejamento. Anais IV CONEDU... Campina Grande: Realize Editora, 2017. Disponível em: <https://editorarealize.com.br/artigo/visualizar/37463>. Acesso em: 20/10/2022

DZIADZIO, S., & FERREIRA, C. R. **Sala de aula invertida:** Caracterização e reflexões das três etapas do método no ensino de matemática. Revista Paranaense De Educação Matemática, 9(20), 411-425, 2021. Disponível em:. Acesso em 15/01/2022

INSTITUTO FEDERAL DE BRASÍLIA (IFB). **Projeto pedagógico do curso de licenciatura em matemática**. 2018. Disponível em: https://www.ifb.edu.br/attachments/article/10493/PPC%20Matem%c3%a1tica%200072018%20revisado%20pelo%20NDE.pdf. Acesso em 17/07/2021

LIMA, J.; FREITAS, L. **O uso do software GeoGebra para o estudo de problemas de otimização no ensino médio**. Revista eletrônica da Sociedade Brasileira de Matemática PMO v.6, n.1, ISSN 2319-023X, 2018.

LOPES, M. M.; OLIVEIRA D. P. A.; AMORIM, F. V. **O uso do *software* GeoGebra como recurso didático na sala de aula de matemática.** Actas del VII CIBEM, ISSN 2301-0797, Montevideo, Uruguay, setembro de 2013.

MONDINI, FABIANE**. O logicismo, o formalismo e o intuicionismo e seus diferentes modos de pensar a matemática.** EBRAPEM, v. 12, p. 1-10, 2008.

NÓBRIGA, J. C. C., SANTOS, G. L., ARAÚJO, L. C. L. de, FERREIRA, B. S., & Lima, R. de. **GGBOOK:** uma interface que integrará os ambientes de texto e gráfico no GeoGebra. *Revista Do Instituto GeoGebra Internacional De São Paulo*, *1*(1), 03–12, 2012. Disponível em: https://revistas.pucsp.br/index.php/IGISP/article/view/8369. Acesso em 01/11/2021

OCDE. **10 Questões para Professores de Matemática...e como o PISA Pode Ajudar a Respondê-las**, OCDE Publishing, Paris/IMPA, Rio de Janeiro, 2018. Disponível em: https://doiorg.ez110.periodicos.capes.gov.br/10.1787/9788524404443-pt. Acesso em 17/07/2021

PAULA, S. C. R. *et al*. **Uma Investigação sobre o Uso de Ferramentas Computacionais no Ensino de Cálculo Integral e Diferencial.** RENOTE, V. 13 Nº 12, 2015.

ROSA, C. de M.; ALVARENGA, K. B.; SANTOS, F. F. T. dos. **Desempenho acadêmico em cálculo diferencial e integral**: um estudo de caso. Revista Internacional de Educação Superior, Campinas, SP, v. 5, p. e019023, 2019. DOI: 10.20396/riesup.v5i0.8653091. Disponível em:

https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/riesup/article/view/8653091. Acesso em: 21/11/2021.

SCHNEIDERS, L. A. **O Método da sala de aula invertida (flipped classroom)**. Lajeado: Ed. da Univates, 2018. ISBN 978-85-8167-252-6. Disponível em: https://www.univates.br/editora-univates/media/publicacoes/256/pdf_256.pdf. Acesso em: 10/01/2022.

TREVISAN, A. L.; AMARAL, R. G. **A Taxionomia revisada de Bloom aplicada à avaliação**: um estudo de provas escritas de Matemática. Ciênc. Educ., Bauru, v. 22, n. 2, p. 451-464, 2016. Disponível em: https://www.scielo.br/j/ciedu/a/PGX4mJD5LKdqbqpPpTZgYTN/?format=pdf&lang=pt. Acesso em: 04/12/2021

Documento Digitalizado Público

TCC IGOR

Assunto: TCC IGOR
Assinado por: Antonio Neto
Tipo do Documento: Trabalho de Conclusão de Curso - TCC
Situação: Finalizado
Nível de Acesso: Público
Tipo do Conferência: Documento Original

Documento assinado eletronicamente por:

- **Antonio Dantas Costa Neto**, **COORDENADOR DE CURSO - FUC1 - ES-GRAD-LM**, em 18/08/2022 11:22:42.

Este documento foi armazenado no SUAP em 18/08/2022. Para comprovar sua integridade, faça a leitura do QRCode ao lado ou acesse https://suap.ifb.edu.br/verificar-documento-externo/ e forneça os dados abaixo:

Código Verificador: 377176
Código de Autenticação: bc9acd9d51