



Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Brasília
Campus Estrutural
Licenciatura em Matemática

THALITA RAMALHO DE CARVALHO

**DESENVOLVENDO CONHECIMENTO DE EQUAÇÕES QUADRÁTICAS POR
MEIO DO MÉTODO DE COMPLETAR QUADRADOS**

Brasília – DF
2023

THALITA RAMALHO DE CARVALHO

**DESENVOLVENDO CONHECIMENTO DE EQUAÇÕES QUADRÁTICAS POR
MEIO DO MÉTODO DE COMPLETAR QUADRADOS**

Artigo apresentado à disciplina Trabalho de Conclusão do curso como requisito parcial de conclusão do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Brasília.

Orientador(a): Dr. Mateus Gianni Fonseca

Brasília - DF
2023



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Brasília

THALITA RAMALHO DE CARVALHO

**DESENVOLVENDO O CONHECIMENTO DE EQUAÇÕES QUADRÁTICAS POR MEIO
DO MÉTODO DE COMPLETAR QUADRADOS**

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Brasília Campus Estrutural como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Aprovado em 4 de dezembro de 2023.

BANCA EXAMINADORA

Prof.(a) Dr. (a) Mateus Gianni Fonseca – orientador(a)

Prof.(a) Me (a) Pedro Carvalho Brom

Prof.(a) Dr. (a) Crisonéia Nonata Gomes dos Santos

Brasília

2023

Documento assinado eletronicamente por:

- **Mateus Gianni Fonseca, DIRETOR(A) - CD3 - DRDE**, em 19/12/2023 09:26:53.
- **Crisoneia Nonata Gomes dos Santos, PROFESSOR ENS BASICO TECN TECNOLOGICO**, em 19/12/2023 09:47:15.
- **Pedro Carvalho Brom, PROFESSOR ENS BASICO TECN TECNOLOGICO**, em 19/12/2023 10:11:20.

Este documento foi emitido pelo SUAP em 19/12/2023. Para comprovar sua autenticidade, faça a leitura do QRCode ao lado ou acesse <https://suap.ifb.edu.br/autenticar-documento/> e forneça os dados abaixo:

Código Verificador: 512199

Código de Autenticação: bc58688a09



Campus Estrutural
Área Especial nº 01, Quadra 16, None, Cidade do
Automóvel/SCIA, ESTRUTURAL / DF, CEP 71.255-200

DESENVOLVENDO CONHECIMENTO DE EQUAÇÕES QUADRÁTICAS POR MEIO DO MÉTODO DE COMPLETAR QUADRADOS

Thalita Ramalho de Carvalho 1*
Mateus Gianni Fonseca 2**

RESUMO

Trata-se de pesquisa cujo objetivo foi investigar a percepção de estudantes do 2º ano do ensino médio numa escola pública do Distrito Federal acerca de um material manipulável relacionado ao método dos quadrados. Para isso, cumpriu-se três etapas: Aplicação de sequência didática com o uso do material didático: Quebrando a Cabeça Para Completar Quadrados; Observação dos estudantes enquanto a percepção que eles obtiveram da atividade proposta; Avaliação se o material didático contribuiu para que os estudantes desenvolvessem conhecimentos acerca da equação do 2º grau a partir de uma visão geométrica. A pesquisa foi iniciada pela sequência didática que se deu através de uma aula de revisão dos assuntos pretéritos ao método dos quadrados (geometria plana, produtos notáveis e equação de Bháskara); posteriormente foi dada a aula sobre o método dos quadrados, para então ser aplicado o material manipulável; e, por fim, procedeu-se com uma roda de conversa acerca das aulas ministradas e do material aplicado. Os alunos se mostraram entediados quanto ao método de Bháskara, por ser repetitivo, por ter dificuldade de internalizar a fórmula e até mesmo por terem dificuldades em conteúdos pretéritos tais como: sinais, raiz quadrada, produtos notáveis, entre outros. A percepção dos alunos quanto ao método aplicado foi positiva, na medida que contribuiu para que os alunos se interessarem em fazer as atividades, bem como das manifestações favoráveis extraídas pela roda de conversa.

Palavras-chave: material manipulável, método dos quadrados, Bháskara.

1 INTRODUÇÃO

Hoje em dia o estudo da matemática tem sido um desafio para crianças, adolescentes e professores. Enquanto que, em geral, os dois primeiros sentem dificuldade na aprendizagem, o último grupo se queixa da desmotivação dos alunos (Boruchovitch; Bzuneck, 2001, *apud* Bayer; Soares, 2004, p. 14). Com isso, a matemática tem se tornado uma matéria estigmatizada, o que gera certo desconforto ao se falar desse assunto e de seus professores. Por consequência, avolumam-se dificuldades de aprendizagem e alto número de reprovações.

Para Almeida, Pizaneschi e Darsie (2016, p. 13):

* Graduanda em Licenciatura em Matemática no Instituto Federal de Ciência, Tecnologia e Educação de Brasília — Campus Estrutural. E-mail: Thalita.carvalho@ifb.edu.br.

** Graduado em Matemática (FaST), Especialista em Educação Matemática com Novas Tecnologias (FTC) e Mestre e Doutor em Educação (Educação Matemática) (UnB). Docente do Instituto Federal de Ciência, Tecnologia e Educação de Brasília — Campus Estrutural. E-mail: mateus.fonseca@ifb.edu.br.

É emergente no contexto escolar e para além dele que a matemática é a grande vilã do processo de ensino e aprendizagem, quase sempre é estigmatizada, criticada carregando o status de ser responsável pelo fracasso escolar dos alunos em formação. Nessa direção, a matemática no cenário pedagógico, está categorizada no conceito de disciplina, de percepção complexa, aterrorizante, incompreensível, calcada na lógica formal, embasada cientificamente por preceitos exatos.

Um motivo desta visão negativa em relação à matemática pode ser decorrente do método de ensino. Alguns estudantes sentem-se entediados em métodos repetitivos, com aulas carregadas de muito conteúdo e imposição exaustiva de exercícios (Silva, 2017). Enquanto às queixas de métodos repetitivos, dificuldades na aprendizagem, exercícios exaustivos, entre outros. Uma alternativa pode ser a adoção de formas diferenciadas de ensino, alguma nova criação que motive o estudo dessa matéria.

Para Gonçalves, Fleith e Libório (2011, p. 23) “há uma resistência em trabalhar os componentes curriculares de modo articulado com estratégias de estímulo à criatividade e à motivação.” Mas o que fazer para que o ensino possa ser algo leve, empolgante e até mesmo divertido?

Além da questão motivacional, há ainda o atual cenário em que vivemos, um mundo cada vez mais dinâmico e interativo. A chegada da tecnologia trouxe uma demanda maior no diz respeito à interatividade, dinamicidade e criatividade e as escolas precisam se adequar a essa nova realidade para que não se torne enfadonhas ou repetitivas em demasia.

De acordo com Piaget (1975 *apud* Santana; Silva; Guimarães, 2015, p.11):

O ensino em todos os níveis da educação precisa ser fundamentado na atividade, interação, troca, fazer, pensar, o reagir em situações que são apresentadas ao educando e ter habilidades para criar um ambiente, nos quais as crianças sejam ativas, que façam atividades em um clima de interação e ajuda mútua, valorizando e respeitando suas individualidades.

A ideia de Piaget se relaciona com o que se espera do ensino de acordo com a modernidade que se apresenta e se solidifica cada vez mais a cada dia que passa, visto que trazem a interatividade e o dinamismo como forma de superação da repetição e o consequente enfado que essa matéria tem gerado nos alunos.

Scolaro (2008, p. 21), usa materiais manipuláveis como alternativa interativa para o ensino da matemática, pois esses dão aos alunos a oportunidade de substituir o fazer pelo o ver, como também substitui as atividades mecânicas e repetitivas. Nessa reconstrução eles passam a ser protagonistas de suas aprendizagens, e o professor, o mediador e seguindo nessa prática cada um irá se inteirando e se apropriando mais dos conhecimentos trabalhados.

Essa alternativa também pode reforçar os trabalhos em grupos, as trocas de experiências, a criatividade e a curiosidade. Para Santos e Gualandi (2016, p.12) a manipulação de materiais também pode promover a observação, análise, levantamento de hipóteses, tomada de decisão, argumentação e organização.

Fazendo uso desse recurso é dada a chance de construir conceitos matemáticos a partir da interpretação de dados e do desenvolvimento das propriedades, que o envolve, instigando os alunos a desbravarem mais ideias sobre o material podendo assim entrar numa veia mais investigativa da matemática.

De acordo com Vaiyavutjamai e Clements (2006, *apud* Garcez Martins, 2014, p.11).

O método de ensino tradicional (expositivo) promove a simples exposição de conceitos por parte do professor, tendo em vista a sua reprodução por parte dos alunos o que não promove a compreensão dos conceitos, como fui aprendendo ao longo do curso.

A Investigação Matemática é uma alternativa às aulas tradicionais, ela estimula a socialização, a integração, a troca ideias, cria ambientes propícios, incentivadores, criativos, nos quais os alunos têm a liberdade de expor seus pensamentos, rompendo com formas estagnadas e enfadonhas de ensino onde eles não podem ser atuantes, apenas espectadores. E o material manipulável permite aos discentes desenvolver a habilidade de investigar os assuntos matemáticos.

Especificamente no campo da matemática, o assunto equações quadráticas é lecionado de forma engessada, sendo carregado de fórmulas, aparentemente sem significado (Soares, 2013). Jucá, Guimarães Filho e Nepomuceno (s.d.), em sua pesquisa, perceberam que os alunos apresentam grandes dificuldades em utilizar a fórmula de Bháskara, calcular potências e extrair raiz quadrada. Bona (2006) contribui apontando para as dificuldades de aprendizagem de certos conteúdos que são trazidas desde o ensino fundamental. Isso também é ratificado por Silva (2017) que identificou que as equações do 2º grau estão sendo tratadas com exercícios repetitivos e decorativos.

O método dos quadrados poderia os ajudar nessa questão, por se tratar de uma forma diferenciada de trabalho junto ao citado conteúdo. E, por isso, este artigo objetiva investigar a percepção de um grupo de estudantes do 2º ano do ensino médio de uma escola pública do Distrito Federal acerca de um material manipulável relacionado ao método dos quadrados. Para isso, cumpre três etapas:

- Aplicação de sequência didática com o uso do material didático Quebrando a Cabeça Para Completar Quadrados junto a um grupo de estudantes do 2º ano do ensino médio de uma escola pública do Distrito Federal;
- Observação dos estudantes enquanto a percepção que eles tiveram da atividade proposta;
- Avaliação se o material didático contribuiu para que os estudantes desenvolvessem conhecimentos acerca da equação do 2º grau a partir de uma visão geométrica.

2 DESENVOLVIMENTO

2.1 Dificuldades com as equações quadráticas

Uma equação quadrática é uma equação polinomial de segundo grau. A forma geral para este tipo de equações é: ax^2+bx+c . A constante “a” é chamada de coeficiente quadrática e não pode ter o valor zero (caso contrário, seria uma equação linear); a constante “b” recebe a designação de coeficiente linear; e por último a constante “c” é conhecida como coeficiente constante ou termo independente de x. Se, eventualmente, a equação de segundo grau não possuir as constantes b ou c, ela é designada por equação quadrática incompleta, caso contrário trata-se de uma equação completa (Nunes, 2022).

O indiano Brahmagupta (1956, *apud* Trovon, 2012, p. 1) solucionava uma equação quadrática da seguinte maneira:

A solução de uma equação quadrática no ano de 628 dC: Ao número absoluto multiplicado por quatro vezes o coeficiente do quadrado, some o quadrado do coeficiente do termo médio. A raiz quadrada do mesmo, menos o coeficiente do termo médio, se dividido por duas vezes o coeficiente do quadrado, é igual ao termo médio.

A equação quadrática é um conteúdo, cujas dificuldades iniciam em sua definição. Ela costuma ser iniciada nas séries finais do ensino fundamental e continua ao longo do ensino médio, podendo abranger conhecimentos de áreas da matemática como a álgebra, a aritmética e até mesmo a geometria. Além disso, ela também pode envolver diversos conteúdos como potência, raiz quadrada, fração entre outros.

O que costuma ser a dificuldade inicial desse conteúdo para Brito, Branco e Brito (2017, p. 13) é o momento em que os estudantes têm que desenvolver cálculos que necessitam transformar os dados numéricos para linguagem algébrica. Eles também dizem que:

O método de resolução de problemas não permite que os estudantes desenvolvam o conhecimento matemático, mas apenas memorizem a fórmula geral para resolver equação quadrática, além de reproduzir a maneira como os professores de matemática ensinam o estudante em resolver um exemplo de cálculo algébrico ou exercício. (2017, p. 13)

Já Maria Silva (2017) relata que:

Muitas vezes as equações se tornam algo mecânico, com fórmulas prontas que se objetiva em resolver e encontrar as respostas nas questões, sem mostrar o sentido de se calcular aquela equação e tudo que ele oferece de fato na aprendizagem do aluno.

O problema com as fórmulas não se limita a sua memorização ou fazer do aprendizado algo mecânico, ele também está na falta de conhecimento e compressão sobre as fórmulas, o que torna o conhecimento sem fundamentação e consequentemente desmotivador. Outras vezes, as dificuldades com as fórmulas estão em conteúdos pretéritos, um sinal negativo na fórmula, a dificuldade com raiz quadrada e frações pode ocasionar erros nas questões. Bona (2006, p. 64) contribui dizendo:

As dificuldades dos alunos não são produzidas somente no ensino médio, elas vêm desde as séries iniciais do ensino fundamental. No decorrer dos anos escolares, antecedentes, foram se acumulando e, têm seus reflexos nos erros cometidos ao desenvolver os procedimentos de cálculos numéricos e algébricos, referentes à fórmula de Bháskara para a determinação das raízes das equações do segundo grau.

Além das dificuldades com as fórmulas e conteúdos pretéritos, Jorge e Savioli (2016, p. 11) mostram em sua pesquisa que os alunos têm dificuldades na (a) construção de gráficos e esboços, por meio de funções algébricas; (b) compreensão na distribuição da reta numérica nos eixos; (c) noção de escala; (d) posição dos pontos no plano cartesiano; (e) orientação dos eixos do plano cartesiano; e (f) orientação da concavidade da parábola.

Maria Silva (2017) acrescenta ainda que muitas das dificuldades estão relacionadas com o fato do conhecimento empregado ser abstrato, distante do cotidiano do aluno o que afeta seu interesse por não ver sentido em estudar algo que não se assemelhe as coisas que os envolvem.

Talvez, o método de completar quadrados seja um caminho interessante no sentido de que nele se pode aplicar situações que envolvam a geometria, como o reconhecimento de áreas para construção e agricultura, ressaltando que em sala de aula as medidas serão em centímetros e na vida real podem ser em metros ou quilômetros, mas de qualquer maneira esse conhecimento contribui com a aprendizagem, pois já dá ao aluno noções de escala.

As visualizações das equações através das medidas de áreas e perímetros oferecem uma fundamentação para a aprendizagem desse conteúdo, o que pode contribuir para deixar de ser mera replicação de algoritmo para se tornar um problema que deverá ser solucionado. Além disso, a ausência de fórmulas permite mostrar ao aluno que o conhecimento matemático pode ser aprendido de maneira lógica e não apenas com o uso de fórmulas.

2.2 Método dos quadrados

Tem cerca de 5500 anos que a civilização humana se depara com problemas de equações quadráticas. Silva (2018, p. 66) cita em seu trabalho relatos, dos antigos egípcios, mesopotâmicos, gregos, indianos, chineses e europeus, se deparando com as equações quadráticas. A autora (2018, p. 66) também relata que no século IX, o sábio mulçumano Al-Khowarizmi, descobriu um brilhante método para comprovar geometricamente quando um número positivo é raiz de uma equação do 2º grau, que deu início a chamada álgebra geométrica.

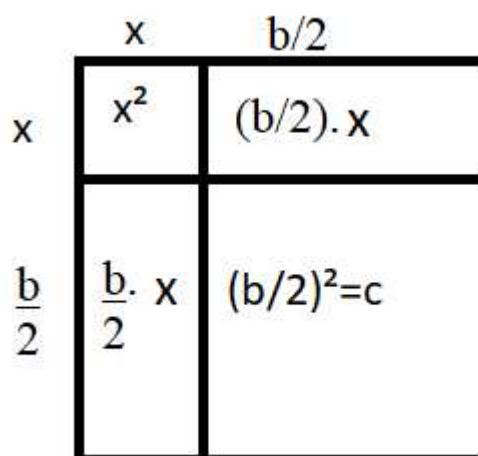
Esse método foi bastante utilizado devido às questões de cálculo de áreas para agricultura, muito comum naquele tempo. Abaixo, segue um exemplo dessas questões e como elas eram resolvidas:

Qual é o lado de um quadrado em que a área menos o lado dá 870? (o que hoje se escreve: $x^2 - x = 870$). E a “receita” era: Tome a metade de 1 (coeficiente de x) e multiplique por ela mesma, ($0,5 \cdot 0,5 = 0,25$). Some o resultado a 870 (termo independente). Obtém-se um quadrado ($870,25 = 29,52$) cujo lado somado à metade de 1 vai dar (30) o lado do quadrado procurado. (Pinho, Vernes e Seibert 2019, p. 15).

Nossos antepassados resolviam as equações quadráticas de forma simples, sem precisar de fórmulas, sem tantas dificuldades com o uso de sinais, entre outros. Resgatar esse modo de resolução para promover o desenvolvimento deste conhecimento junto aos alunos pode ser um caminho para que eles vejam um fundamento, um sentido no estudo das equações quadráticas e assim se sintam mais motivados ao estudá-las.

O método geométrico desenvolvido pelo matemático Al-khowarizmi no século IX consiste na representação da figura 1.

Figura 1 - Quadrado Ilustrativo



Fonte: Elaborado pela autora.

Pode-se observar que a área dessa figura pode ser obtida por meio da operação $(x + (b/2))^2$ o que representa um quadrado perfeito. Machado e Silva (2019, p.6) relatam a seguinte frase em seu trabalho: Note que $(x + (b/2))^2 = x^2 + 2x(b/2) + (b/2)^2$, onde x^2 é a área do quadrado de lados x , e $x \cdot (b/2)$ é a área de cada um dos retângulos de lados x e $b/2$ respectivamente, e a área do quadrado de lados $b/2$ é $(b/2)^2$.

2.3 Material manipulável

Scolaro (2008) define materiais manipuláveis como objetos reais aos quais o aluno é capaz de tocar, sentir, movimentar e manipular, em resumo seriam objetos que representam ideias, pois a forma simbólica pode expressar tão diretamente seu significado a ponto de não precisar de mediadores para que sejam compreendidos, pois a reflexão das ações desencadeadas já faz grande contribuição para todo o processo de aprendizagem.

No estudo de Gervázio (2017) é destacada a relevância do uso de materiais manipulativos e concretos no ensino da matemática. Estes materiais são essenciais para ajudar os alunos a se familiarizarem com os conceitos matemáticos de forma mais intuitiva e tangível. E com a aplicação desses materiais obtiveram maior assiduidade e empolgação dos alunos de maneira tal que houve melhor rendimento acadêmico com relação às notas, sem contar o interesse de alguns em saber como trazer para o concreto os conteúdos obtidos em sala de aula.

Santo, Santiago e Costa (2017) relatam em seu artigo que após utilizar um material manipulável os alunos não mais precisaram utilizá-lo novamente, pois conseguiram internalizar o conteúdo de método dos quadrados ao ponto de conseguir generalizar para outros exemplos, como também conseguiram perceber a origem da fórmula de Bháskara.

Todavia Novelo, Silveira, Luz, Copello, Laurino (2009), sugerem que se desenvolva uma proposta pedagógica de forma a criar condições de aprendizagem sólidas para esses alunos. Visto que o material por si só não produz aprendizagem.

Por esse motivo nesse trabalho além da apresentação do material manipulável, se fez uso de uma aula dupla para melhor internalização do conteúdo

de função quadrática, sendo uma como revisão de conteúdos pretéritos e a outra apresentando o método dos quadrados em si.

3. METODOLOGIA

Trata-se de uma pesquisa qualitativa, haja vista que não se busca enumerar, medir ou buscar dados estatísticos, mas sim entender os resultados a partir das perspectivas dos participantes. São dados descritivos e que foram interpretados mediante o contato direto e interativo do pesquisador com a classe em qual foi feita a pesquisa (Neves, 1996).

As respostas para a pesquisa foram obtidas por meio de uma roda de conversa. Também foram observadas expressões faciais dos alunos, buscando identificar se expressavam tédio, empolgação, satisfação, desânimo, alegria entre outros sentimentos. Essas observações, por parte da pesquisadora, visaram complementar a análise a partir das falas dos alunos.

A pesquisa foi realizada com vinte e três alunos do segundo ano do ensino médio integrado de uma escola pública do Distrito Federal no turno matutino.

A roda de conversa, que foi aplicada após o material manipulativo, teve como função o compartilhamento da experiência de aprendizagem que os alunos tiveram durante a aplicação do material. Silva (2020) acredita que a Roda de Conversa é uma ferramenta formativa no âmbito escolar e pode evidenciar as múltiplas potencialidades na aquisição de saberes, produção e disseminação de conhecimento além da construção da identidade e fortalecimento de um grupo. Para, além disso, segundo Lima e Moura (2014):

A roda de conversa é, no âmbito da pesquisa narrativa, uma forma de produzir dados em que o pesquisador se insere como sujeito da pesquisa pela participação na conversa e, ao mesmo tempo, produz dados para discussão. É, na verdade, um instrumento que permite a partilha de experiências e o desenvolvimento de reflexões sobre as práticas educativas dos sujeitos, em um processo mediado pela interação com os pares, através de diálogos internos e no silêncio observador e reflexivo.

3.1 O Material Quebrando a Cabeça para Completar Quadrados

O material aplicado na turma é chamado de Quebrando a Cabeça para Completar Quadrados e foi desenvolvido a partir de uma folha de papel cartão, que foi recortado em medidas exatas, dando forma as peças.

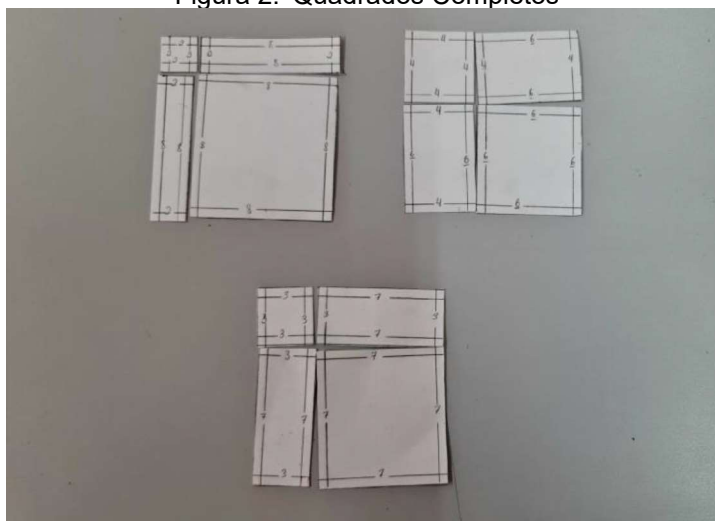
Essas peças, quando agrupadas de forma correta e em grupos de quatro, formam três quadrados perfeitos, que são utilizados para se interpretar a equação contida em cada um deles. As medidas em centímetros de cada um dos lados das peças do material permite que os alunos obtenham os valores de $(x, b \text{ e } c)$.

Os recursos necessários para a utilização desse material são:

- Peças;
- Papel para rascunho (desenvolvimento das contas);
- Caneta ou lapis;
- Folha, projetor ou quadro para passar as instruções de uso do material.

Quando as peças são devidamente agrupadas elas ficam conforme a figura 2.

Figura 2: Quadrados Completos



Fonte: Elaborado pela autora.

Espera-se que os alunos percebam que cada quadrado tem a sua área total e que através dela pode-se obter uma equação do segundo grau.

Abaixo segue o passo a passo para a aplicação do material em aula:

1. Montar 3 quadrados perfeitos com as peças (união de dois retângulos iguais e dois quadrados diferente) conforme a figura:

Figura 3 - Quadro Instrutivo

	x	$b/2$
x	x^2	$(b/2).x$
$\frac{b}{2}$	$\frac{b}{2}.x$	$(b/2)^2=c$

Fonte: Elaborado pela autora.

2. Para melhor entendimento os quadrados devem ser montados com a representação numérica para cima.

3. Vire as peças e verá que do outro lado se encontra as letras, a e b . Os valores de a e b tem relação intrínseca com os valores do outro lado da peça.
4. Qual seria a área de cada peça com representação numérica em função de a e b ?
5. Qual seria a área total da figura (2 quadrados e 2 retângulos com representação numérica em função de a e b)?
6. O que se pode deduzir entre as áreas das peças e a área do quadrado inteiro?
7. Observe que com as letras a e b e as medidas dos lados da peça pode-se montar a equação do produto $(a+b)^2$.
8. Se fosse uma equação do segundo grau quais seriam as peças que representariam a , b e c ?
9. Quais seriam os valores de a , b e c ?

Espera-se como resposta dos itens 4 e 5 acima os seguintes valores:

Quadrado grande 1 $(2+8) \times (2+8) = 100$

Peças: $2 \times 2 = 4$ $2 \times 8 = 16$ $2 \times 8 = 16$ $8 \times 8 = 64$

Quadrado grande 2 $(3+7) \times (3+7) = 100$

Peças: $3 \times 3 = 9$ $3 \times 7 = 21$ $3 \times 7 = 21$ $7 \times 7 = 49$

Quadrado grande 3 $(4+6) \times (4+6) = 100$

Peças: $4 \times 4 = 16$ $4 \times 6 = 24$ $4 \times 6 = 24$ $6 \times 6 = 36$

Como resposta ao item 6 se presume que a resposta seja algo assim: que a soma das áreas de todas as peças têm o mesmo valor da soma da área quadrado inteiro. Leva-se em consideração que essa resposta é livre e a partir dela é que se tem noção da aprendizagem do aluno.

Para o item 7 a resposta também é livre, o esperado é que o aluno perceba que as duas peças que formam o quadrado grande podem ser assimiladas com o produto notável de $(a+b)^2$. Como no exemplo do primeiro quadrado grande temos um quadrado de lados 2×2 e dois retângulos de lados 2×8 e ao observar as peças montadas pode-se ver o produto notável de $(2+8)^2$.

No item 8 o esperado é que os alunos digam que o quadrado menor representa o a , os dois retângulos representam b e o quadrado maior representa c .

No item 9 tem que averiguar se os alunos estão observando que o valor de b é a soma dos 2 retângulos, e que o valor da área do quadrado menor é o valor de a e a do quadrado maior é o valor de c .

3.2 Como o material foi aplicado

O material foi aplicado na turma após uma aula de revisão sobre os conteúdos pretéritos (função do segundo grau, produtos notáveis e geometria plana) e método de completar quadrados (ver apêndice). O material citado anteriormente foi fornecido aos estudantes; os quais se reuniram em grupos de três para resolverem as equações. O tempo de duração para a execução do material e a roda de conversa consistiu em duas aulas de 50 minutos cada, sendo uma aula para a revisão de conteúdos pretéritos e a outra sobre o método dos quadrados em si. Todavia o tempo necessário para a execução da atividade pode ser de uma a duas

aulas, a depender do nível da turma. Durante todo o tempo da aula, era permitido e incentivado que os estudantes buscassem sanar suas dúvidas.

Enquanto eles tentavam resolver as equações foi observado:

1. Se o material manipulativo era atrativo de alguma forma ou se era entediante;
2. As dúvidas advindas do material;
3. Se conseguiram interpretar os dados x , b e c a partir dos lados das peças;
4. O tempo médio que os alunos demoravam a concluir as equações.

Após o término foram feitas as seguintes perguntas, por meio de uma roda de conversa:

- A. O que vocês acharam desse método de aprendizagem?
- B. Conseguiram interligar os conhecimentos de geometria com os conhecimentos de álgebra?
- C. Viram como as equações podem ser aplicadas no dia a dia?
- D. Acharam mais fácil a maneira de completar quadrados do que Bháskara?

Buscou-se através dessas perguntas alcançar o objetivo desse trabalho, que consistiu em investigar a percepção de um grupo de estudantes do 2º ano do ensino médio de uma escola pública do Distrito Federal acerca do material manipulável relacionado ao método dos quadrados, verificando suas percepções, o que implica em levantar suas opiniões.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

4.1 - Aula de revisão

A aula de revisão compreende a primeira parte da intervenção realizada – momento pelo qual se buscou oferecer uma revisão dos conteúdos pretéritos afins: produtos notáveis, geometria plana e equações do segundo grau. Na revisão sobre produtos notáveis não houve muitas dificuldades sobre o conteúdo, bem como o momento foi oportuno para relembrar as fórmulas, haja vista que alguns não estavam se atentando que quando temos $(a-b)^2$ o $2ab$ finda por ficar com o sinal negativo.

O mesmo ocorreu na parte de geometria plana. Responderam corretamente as perguntas, inclusive de área e perímetro, porém, nem todos no mesmo tempo, uns mais rápidos que outros.

Ao iniciar a revisão de equações quadráticas, entretanto, iniciaram-se as queixas dos alunos, alinhado ao que Silva (2017) comentou sobre a repetição de conteúdo. Duas falas dos estudantes serão apresentadas a seguir:

*Vou ter que ver isso de novo
Coisa chata.*

Parte dessa resistência ao conteúdo pode vir pela ausência de significado, o que se alinha ao exposto por Soares (2013). Um questionamento clássico surgiu neste momento a partir de um dos estudantes:

Mas pra que que eu vou usar isso mesmo?

Alguns confundiram os coeficientes que estavam em ordem trocada, como $55 + 2x^2 + 4x = 0$. Ao se perguntar qual era o coeficiente “a” da referida equação, uns alunos responderam que era 55. Isso retifica o que Jucá, Guimarães Filho e Nepomuceno (s.d.) fala sobre as dificuldades com a fórmula, pois se um aluno não tem o conhecimento que o valor de “a” é o número que acompanha o x^2 , ela não irá usar a fórmula corretamente.

Além disso, nem todos conseguiram chegar sozinhos nas soluções das equações, por não ter a fórmula de Bháskara internalizadas em suas mentes. Dos que não sabiam a fórmula, alguns ficaram esperando a resposta, sem nem sequer tentarem fazer o exercício proposto. Já outros pediram ajuda pra fazer exercício. Isso corrobora com o que Piaget (1975 *apud* Santana; Silva; Guimarães, 2015, p.11) diz sobre fazer atividades em clima de interação e ajuda mútua, percebeu-se que os que se ajudaram mutuamente conseguiram desenvolver melhor a atividade.

Ainda retificando o que Jucá, Guimarães Filho e Nepomuceno (s.d) falam sobre as dificuldades com a fórmula, houve problema com os sinais negativos da equação $x^2 + 10x - 56 = 0$; ao responderem quem era o “c”, diziam ser 56, ignorando assim o sinal negativo contido na equação, o que gerou erro ao fazer a conta.

Quando foi perguntado quais seriam os coeficientes da equação $(x+3)^2 = 0$; apenas um aluno respondeu prontamente, enquanto que os demais tiveram que calcular para responderem.

Esse cenário mostra um diagnóstico similar ao argumentado por Bona (2006), quem menciona que muitas das dificuldades estão em conteúdos pretéritos.

Na hora de trabalhar a formulação do discriminante Δ , a partir da equação $x^2 + 10x - 144$; alguns se esqueceram de tratar o 144 com o sinal negativo. Além disso, também foi observado que alguns alunos pediram a fórmula para o colega ao lado.

Ao perguntar sobre dúvidas da turma, um estudante respondeu:

Na hora que entrou na fórmula quebrou...

Ao se corrigir a atividade lado a lado com o aluno da fala acima, foi observado um erro na hora de fazer a raiz quadrada e com o sinal de $-b$ da fórmula.

Apesar de todos esses obstáculos, alguns alunos permaneceram em sala na hora do intervalo pra aprenderem melhor como resolvia a questão do campo de futebol, demonstrando interesse e envolvimento pelo o que estava sendo trabalhado – comportamento ratificado pelo que Maria (2017) diz acerca de que quando os alunos estão fazendo algo contextualizado em seu cotidiano pode haver maior interesse, ou seja, o fato do exercício envolver um campo de futebol, algo comum para os estudantes em geral, pode ter ajudado que eles se interessassem mais em resolver a tarefa em questão.

4.2 Aula de método dos quadrados

Houve um pouco de dificuldade inicial ao se depararem com os quadrados perfeitos, visto que não havia muita familiaridade com a técnica, mas sem maiores complicações. Os maiores entraves foram percebidos devido à falta de conhecimento dos quadrados perfeitos, houve perguntas como:

Quando é mesmo o termo que devo somar e multiplicar?

A pergunta feita se relacionou ao segundo e terceiro termo da equação quadrática, para melhor entendimento observe o quadro seguinte:

Figura 4 – Tabela Comparativa

expressão quadrática	produto notável
x^2+6x+9	$(x+3)^2 = x^2+2.x.3+3^2$
$a=1;b=6;c=9$	$a=x;b=3$

Fonte: elaborado pela autora

O questionante não tinha a percepção clara de que o $b=6$, da equação quadrática, é o $2ab$ do produto notável, e o $c=9$, da equação quadrática, é o c^2 do produto notável.

Houve dificuldade ainda com o sinal negativo, com b ímpar, na equação $(x-2(2/5)) = -6$. Alguns trocaram o sinal e erraram a conta devido a isso, o que permitiu entender que a dificuldades com sinais (conhecimentos pretéritos), pode atrapalhar também nesse método.

Um fato observado é que não houve tanta resistência ao conteúdo como houve com a aplicação direta da fórmula de Bháskara, o que revela que novas formas de se fazer algo não causam tanta resistência como os métodos repetitivos o que confirma o que diz Silva (2017).

Ao tentarem resolver a questão do campo de futebol por meio do método dos quadrados a maior dificuldade foi por não terem internalizado que $x^2+10x+25=(x+5)^2$, alguns pediram:

Tia volta uns slides aí.

A medida que viam o slide que continha a equação eles desenvolviam a conta com facilidade, o que leva a inferir que se fossem feitos mais exercícios utilizando esse método haveria um maior desempenho escolar, assim como diz Santo, Santiago e Costa (2017).

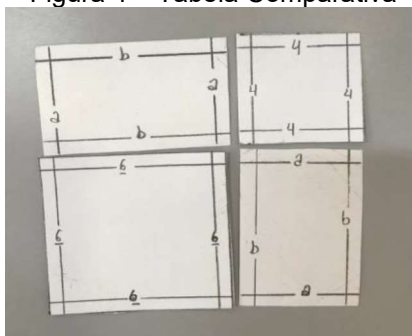
Vale destacar que houve também certo fascínio quando foi mencionado que esse método era usado na antiguidade por pessoas da agricultura no cultivo das plantações, fato perceptível pela cara de espanto de alguns. Houve registro de fala de estudante:

Que legal!

4.3 Material didático

A maioria dos alunos conseguiu montar os quadrados, mas nem todos prestaram atenção que havia letras e números, ou seja, alguns montaram uns quadrados com as letras pra cima e outros com o número pra cima. Conforme a figura 4 :

Figura 4 – Tabela Comparativa



Fonte: elaborado pela autora

Quando chegou o momento esperado de calcular a área da figura que eles se atentaram que tinha um lado nas peças havia a representação numérica e do outro lado havia a algébrica, após perceberem isso eles conseguiram encontrar as áreas das peças, como também a do quadrado maior, formado pelas peças, sem maiores dificuldades.

Foi perceptível para a maioria dos alunos que todos os quadrados maiores tinham a mesma área total, apesar das peças serem diferentes. Um aluno chegou a questionar:

Mas é isso mesmo: todos tem a mesma área?

No momento em que descobriram que os retângulos e os quadrados correspondiam aos termos da equação, muitos alunos deram um sorriso e expressaram cara de felicidade. Por fim, todos reconheceram que o quadrado menor se referia ao a , os retângulos ao b e o quadrado maior ao c .

4.4 Roda de conversa

Nem todos os alunos responderam as questões da roda de conversa, talvez por ser feita no fim da aula e eles estarem cansados. Ao perguntar o que acharam do método dos quadrados, foram manifestadas respostas positivas, não houve respostas negativas quanto a essa pergunta. Abaixo estão as respostas:

Eu achei bem didático, é fácil a compreensão, você olha e você vê e o encaixe das peças faz você ver.

Muito legal!

Muito legal mesmo!

Achei muito inteligente.

Na pergunta que questionava se conseguiram interligar os conhecimentos de geometria com os conhecimentos de álgebra; vários alunos responderam que sim, mas sem maiores detalhamentos.

Quando foi perguntado se viram como as equações podem ser aplicadas no dia a dia; foram manifestadas as seguintes respostas:

É que é assim, eu acho mais fácil que é como você explicou sobre a sala, se você medir esse lado e esse, você já vê que é o quadrado, então eu achei bem fácil por conta disso, dá pra gente saber, como é que a geometria funciona com os quadradinhos e onde é que a gente vai usar o número dos quadrados na fórmula. Eu achei superinteressante.

Posso calcular uma casa!

Eu agora sei que tem uma aplicabilidade, só não sei se vou usar na minha vida.

Ao perguntar se acharam mais fácil a maneira de completar quadrados do que a das fórmulas de Bháskara; não houve nenhum aluno defensor do método de Bháskara, completando com as falas abaixo:

O de Bháskara é zilhões de vezes mais difícil.

Esse é muito mais rápido. (referia-se ao método dos quadrados).

Em síntese, pôde-se concluir que o material Quebrando a Cabeça pra Completar Quadrados contribuiu para que os estudantes desenvolvessem conhecimentos acerca da equação do 2º grau a partir de uma visão geométrica.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os achados da pesquisa foram ao encontro do objetivo inicial, pois houve a oportunidade de se fazer a sequência didática e aplicar o material manipulável de acordo com o que era esperado. A observação dos estudantes se deu de forma tranquila e coerente com o que os autores do referencial teórico desse artigo supunham, confirmando-se, assim, muitas das suposições que se tinha antes da pesquisa; pôde-se constatar que o material didático contribuiu para o desenvolvimento da visão geométrica acerca das equações quadráticas devido as respostas positivas obtidas na roda de conversa e o engajamento dos alunos com material manipulável.

A partir dessa pesquisa se obteve algumas pistas acerca da resistência dos alunos quanto ao conteúdo de equação quadrática, se revelam como causas: a repetição demasiada do conteúdo, imposição exaustiva de exercícios sem estar contextualizado no cotidiano desses, o uso de fórmulas, a falta de conhecimentos pretéritos como jogo de sinais, raiz quadrada entre outros.

Acredita-se que o método dos quadrados juntamente com o material manipulável é uma opção para amenizar a resistência que se tem com relação a esse conteúdo, pois esse método propõe: interação entre os alunos da turma, uso de recursos diferentes que fogem ao método repetitivo, contextualização com o cotidiano do aluno, ausência da fórmula de Bháskara.

O método proporciona a visualização das equações quadráticas dando a oportunidade de unir esse conteúdo a matéria de geometria plana, além de ajudar a desenvolver potencialidades de análise, investigação, protagonismo entre outras. A pesquisa também pode se desenvolver em outros anos letivos, até mesmo em

turmas do fundamental, visto que o material didático pode ser explorado nesses anos para que o aluno já chegue ao ensino médio com uma visão mais abrangente das equações quadráticas.

Por fim, vale mencionar que outras pesquisas como essa podem ser realizadas na busca do aprimoramento do material e/ou na elaboração de materiais similares que apoiem o desenvolvimento de outras temáticas da educação básica.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Daniela Maria de; PIZANESCHI, Fabiane Passarini Marques; DARSIE, Marta Maria Pontin. O Erro no Processo de Ensino e Aprendizagem Em Matemática: Sua Relação com as Dificuldades de Aprendizagem no Contexto Escolar. **Encontro Nacional de Educação Matemática**. ISSN 2178-034X São Paulo p.1-13, 13 a 16 de julho de 2016.

BAYER, Arno; SOARES, Rita de Cássia de Souza. Feira De Matemática Como Agente Motivador Do Ensino E Da Aprendizagem De Matemática. In: anais do **VIII Encontro Nacional de Educação Matemática**, Recife, 2004, p. 1- 17, 15 a 18/07/2004.

BRITO Ramon Gabriel Santos de BRANCO, Maurício Neves; BRITO Estela Márcia Santos de. **Dificuldade de estudante em resolver equação quadrática no ensino médio: uma pesquisa quantitativa**. *Science and Knowledge in Focus* ISSN **2594-9233** Macapá, v. 2, n. 1, p. 05-17, jun. 2019.

BONA, Adriana Conceição de. **As Dificuldades Dos Alunos Da Primeira Série Do Ensino Médio Com A Fórmula Bhaskara**. Monografia (Especialista em Educação Matemática) - Universidade Do Extremo Sul Catarinense – Unesc, Criciúma, Dezembro de 2006.

GALDINO, Taynara Ferreira da Silva. **Adolescência e as Dificuldades de Ensinar a Quem Não Quer Aprender**. Disponível em: https://www.editorarealize.com.br/editora/anais/cintedi/2018/TRABALHO_EV110_MD1_SA23_ID2519_02082018200835.pdf. Acesso em: 02 de julho de 2022.

GARCEZ, Helena Sofia Sousa Garcez Ensino de equações de 2.º grau. In: **Dificuldades na Resolução de equações de 2.º grau dos alunos do 8.º ano**. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática) - Universidade de Lisboa: Instituto de Educação. 2014.

GHELLI, Kelma Gomes Mendonça. SANTOS, Anderson Oramisio, OLIVEIRA, Guilherme Saramago de. INVESTIGAÇÕES MATEMÁTICAS: FUNDAMENTOS TEÓRICOS PARA APRENDIZAGEM MATEMÁTICA NAS SÉRIES INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL. **VIII Encontro em pesquisa e educação/III Congresso Nacional Trabalho Docente e Processos Educativos**. ISSN 2231-8022. Uberaba – MG. 2015. P. 19. 2015

GONCALVES, Fernanda do Carmo; FLEITH, Denise de Souza e LIBORIO, Ana Clara Oliveira. **Criatividade em aula: percepção de alunos de dois estados brasileiros**. *Arq. bras. psicol.* [online]. 2011, vol.63, n.1, pp. 22-30. ISSN 1809-5267.

JANUARIO, Gilberto; TINTI, Douglas da Silva. **(Inter) Ação Em Sala De Aula: Trabalhando A Matemática Por Meio De Jogos**. Disponível em: http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/modules/mydownloads_01/single.php?cid=46&lid=2413. Acesso em: 02 julho de 2022.

JORGE, *Jair Lucas*. SAVIOLI, *Ângela Marta Pereira das Dores*. Dificuldades de Estudantes da 1ª Série Do Ensino Médio Sobre Representações Do Objeto Matemático Função: A Função Quadrática. Educação Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades. São Paulo – SP, p.1-11 13 a 16 de julho de 2016.

JUCÁ, Rosineide Sousa; FILHO, José dos Santos Guimarães, NAPOMUCENO, Tarcísio Roger Noronha, Um Estudo Dos Erros E Das Dificuldades Na Resolução De Equações Do 2º Grau. **Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática**. Fortaleza - CE, p. 1-14. 26 a 29 de Junho de 2012.

LICK, Uwe. **Introdução à pesquisa qualitativa**. Três ed. Porto Alegre: Artmed. 2009.

MINAYO, Maria Cecília de Souza. **O desafio do conhecimento**. 11 ed. São Paulo: Hucitec, 2008.

NUNES, Victor F. R. “**O que é uma equação quadrática?**”, matemática. pt. disponível em: <https://www.matematica.pt/faq/equação-quadratica.php>, acedido em 17 de julho de 2022.

OLIVEIRA, Davidson Paulo Azevedo; PAULA, Caio César Pereira de; LOPES, Maria Maroni. TK062 - Equações Do Segundo Grau Em Sala De Aula: Uma Abordagem Ao Método De Viète. **X Seminário Nacional de História da Matemática**, Campinas, p.1-9, 2013.

PINHO, Jacksom Moraes; VERNES, Gilsom da Silva; SEIBERT, Tania Elisa. A resolução de equações do segundo grau com ênfase no método de completar quadrados. In: anais: **II Conferência Nacional de Educação Matemática I Encontro Nacional Pibid/ Residência Pedagógica / Matemática - FACCAT VII Jornada Pedagógica de Matemática do Vale do Paranhana (JOPEMAT) XXV Encontro Regional de Estudantes de Matemática**. Taquara-RS. 2019:2. P.15. 2019.

PRADO, Elza Maria Dos Santos do. **Um novo olhar sobre o ensino de equação e função do segundo grau**. 2014. Dissertação (Mestre em Matemática) - Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Campos dos Goytacazes – RJ, Setembro de 2014.

SANTANA, Maria Rosângela. SILVA, Braz Ribeiro. GUIMARÃES, Maria Ivone Pereira. A Aprendizagem Através de Jogos e Brincadeiras. **Revista Científica Semana Acadêmica**. Fortaleza, ano MMXV, N 000074, 20/10/2015.

SANTOS, José Aldon Garção. **O Sentido De Aprender Matemática Acerca Da Fórmula De Bhaskara**. 2011. Dissertação (Mestrado Em Ensino De Ciências Naturais E Matemática) - Universidade Federal De Sergipe, São Cristóvão/Se, 2011.

SANTOS, Mariléia Auer dos. **Jogos Matemáticos e o Processo de Avaliação**. Disponível em:
http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2013/2013_uepg_mat_artigo_marileia_auer_dos_santos.pdf.

SILVA, Ana Tereza Vital. **Roda de conversa como metodologia para partilha de saberes docente**. Dissertação (Mestre em Matemática) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto – MG. 2020.

SILVA, Sandra Maria da. **As dificuldades da aprendizagem dos alunos em equações do 2º grau com uma incógnita**. Orientador: Agnes Liliane Lima Soares de Santana, 2017. 53 f. TCC (Curso de Licenciatura em Matemática) – UFPB: Universidade Federal da Paraíba -2017.

SILVA, Jeyson Barbosa De Araújo. **Equações De 2º Grau: Sua História E Abordagens Didáticas**. 2018. TCC (Licenciatura em Matemática). Universidade Federal Da Paraíba, 2018.

SOARES, Jóbson Hugo de Sousa. **Função Quadrática**. 2013. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Centro de Ciências Exatas e da Terra, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, março de 2013.