Isaac Lima da Silva Costa

Visualização Geométrica como Recurso Didático para o Ensino de MMC e MDC no 6º Ano do Ensino Fundamental

Brasília, DF
2026

Aos estudantes do Ensino Fundamental e aos docentes que cotidianamente buscam fazer da Matemática uma ciência viva, investigativa e significativa.

"Não há um caminho único para se ensinar e aprender Matemática."
(Onuchic e Allevato, 2004, p. 214)

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Brasília

ANEXO 4 - FICHA DE APROVAÇÃO EM BANCA EXAMINADORA

Trabalho de Conclusão de Curso

Discente: Isaac Lima da Silva Costa

Visualização geométrica como recurso didático para o ensino de MMC E MDC no 6 ano do Ensino Fundamental

Aprovado em 23/06/2026.

Brasília - DF, 23 de junho de 2026.

Banca Examinadora

Bruno Marx de Aquino Braga

(Presidente/Orientador)

Profª. Dra. Cleia Alves Nogueira

(Examinador A)

Prof. Me. Antônio Dantas da Silva Costa

(Examinadora B)

Documento assinado eletronicamente por:

- **Bruno Marx de Aquino Braga**, **PROFESSOR ENS BASICO TECN TECNOLOGICO**, em 24/06/2026 09:51:13.
- **Cleia Alves Nogueira**, **PROF ENS BAS TEC TECNOLOGICO-SUBSTITUTO** , em 24/06/2026 14:00:13.
- **Antonio Dantas Costa Neto**, **COORDENADOR(A) DE CURSO - FUC1 - ES-GRAD-LM**, em 25/06/2026 11:05:19.

Este documento foi emitido pelo SUAP em 24/06/2026. Para comprovar sua autenticidade, faça a leitura do QRCode ao lado ou acesse https://suap.ifb.edu.br/autenticar-documento/ e forneça os dados abaixo:

Código Verificador: 706262
Código de Autenticação: 92297ba24e

RESUMO

Este trabalho apresenta uma sequência didática voltada ao ensino dos conceitos de Mínimo Múltiplo Comum (MMC) e Máximo Divisor Comum (MDC) no 6º ano do Ensino Fundamental, fundamentada no uso da visualização geométrica como recurso didático. A pesquisa, de natureza qualitativa, bibliográfica e propositiva, articula a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval (1995, 2006) com o modelo de design instrucional ADDIE (Analysis, Design, Development, Implementation, Evaluation), complementando-o com elementos da Engenharia Didática (Artigue, 1995). A proposta, organizada em quatro blocos temáticos, parte do diagnóstico de frações pictóricas, avança para a construção visual do MDC por meio do Algoritmo de Euclides geométrico, explora o MMC pela trajetória de uma mesa de sinuca matemática e culmina na resolução e validação de situações-problema. O software GeoGebra é mobilizado como ambiente de geometria dinâmica, ampliando as possibilidades de experimentação, conjecturação e validação. A análise crítica da literatura aponta para a recorrência de abordagens algorítmicas no ensino desses conceitos, frequentemente desvinculadas da compreensão conceitual. A proposta busca, portanto, deslocar o foco da memorização de procedimentos para a construção de significados, em consonância com as habilidades EF06MA05 e EF06MA06 da Base Nacional Comum Curricular. Como contribuição, oferece-se um conjunto articulado de planos de aula, roteiros, construções dinâmicas no GeoGebra e instrumentos avaliativos, passíveis de adaptação a diferentes realidades escolares. Reconhecem-se como limitações o caráter exclusivamente propositivo do estudo e a ausência de validação empírica, indicando-se, como agenda de pesquisa futura, a aplicação sistemática da sequência em turmas reais e o estudo da apropriação docente da proposta.

Palavras-chave: Educação Matemática. Visualização Geométrica. MMC e MDC. GeoGebra. Sequência Didática. Registros de Representação Semiótica.

ABSTRACT

This study presents a didactic sequence for teaching the concepts of Least Common Multiple (LCM) and Greatest Common Divisor (GCD) in the 6th grade of Elementary School, grounded in the use of geometric visualization as a didactic resource. The qualitative, bibliographic and propositional research articulates Duval's Theory of Semiotic Representation Registers (1995, 2006) with the ADDIE instructional design model, complemented by elements of Didactic Engineering (Artigue, 1995). The proposal is organized into four thematic blocks, starting with a diagnostic phase using pictorial fractions, moving to the visual construction of GCD through a geometric version of Euclid's Algorithm, exploring LCM via the trajectory of a mathematical billiard table, and culminating in problem-solving and validation tasks. GeoGebra is mobilized as a dynamic geometry environment, expanding opportunities for experimentation, conjecturing and validation. The critical review of the literature highlights the recurrence of algorithmic approaches in the teaching of these concepts, often disconnected from conceptual understanding. The proposal therefore seeks to shift the focus from procedural memorization to the construction of meaning, in alignment with skills EF06MA05 and EF06MA06 of the Brazilian National Common Curricular Base. As a contribution, an articulated set of lesson plans, scripts, dynamic GeoGebra constructions and assessment tools is offered, adaptable to different school contexts. Limitations include the strictly propositional nature of the study and the absence of empirical validation; future research should focus on the systematic implementation of the sequence in actual classroom settings and on the analysis of teacher appropriation.

Keywords: Mathematics Education. Geometric Visualization. LCM and GCD. GeoGebra. Didactic Sequence. Semiotic Representation Registers.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 8

2 OBJETIVOS 9
2.1 Objetivo geral 9
2.2 Objetivos específicos 9

3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA 10
3.1 Visualização matemática e registros de representação semiótica . . 10
3.2 Provas sem palavras e geometria dinâmica 10
3.3 Dificuldades de aprendizagem associadas ao MMC e ao MDC . . . 11
3.4 Sequência didática como dispositivo metodológico 12
3.5 O MMC e o MDC na Base Nacional Comum Curricular 12

4 METODOLOGIA 14
4.1 Análise 14
4.2 Desenho 14
4.3 Desenvolvimento 15
4.4 Implementação 15
4.5 Avaliação 15

5 DESENVOLVIMENTO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA 16
5.1 Estrutura geral da sequência 16
5.2 Bloco 1: Diagnóstico inicial com frações pictóricas 17
5.3 Bloco 2: Construção visual do MDC 20
5.4 Bloco 3: Construção visual do MMC 24
5.5 Bloco 4: Resolução de problemas e validação dinâmica 29
5.6 Avaliação da aprendizagem 30
5.7 Articulação com o modelo ADDIE 31

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS 32

REFERÊNCIAS 34

APÊNDICES 36

APÊNDICE A – CONSTRUÇÃO DAS OPERAÇÕES PICTÓRICAS NO GEOGEBRA 37
A.1 Representação dinâmica de frações pictóricas 37
A.2 Construção 2 – Representação visual da soma de frações 39
A.3 adaptação para a representação pictórica de operações com frações 40

APÊNDICE B – CONSTRUÇÃO DO MDC NO GEOGEBRA . . . 42
B.1 Objetivo da construção 42
B.2 Controles deslizantes 42
B.3 Construção do retângulo 42
B.4 Construção da malha unitária 43
B.5 Cálculo do MDC 43
B.6 Construção dos quadrados de lado igual ao MDC 43
B.7 Texto explicativo 43
B.8 Interpretação pedagógica 44

APÊNDICE C – CONSTRUÇÃO DO MMC NO GEOGEBRA . . . 45
C.1 Objetivo da construção 45
C.2 Controles deslizantes 45
C.3 Construção do retângulo 45
C.4 Construção da malha quadriculada 46
C.5 Cálculo do MMC 46
C.6 Trajetória por reflexão 46
C.7 Ponto final da trajetória 46
C.8 Texto explicativo 46
C.9 Interpretação pedagógica 47

APÊNDICE D – PLANO E AULA DO BLOCO 1 48
D.1 Introdução e justificativa 48
D.2 Manual do professor 48
D.3 Manual do aluno 49
D.4 Avaliação 50
D.5 Considerações pedagógicas 50

APÊNDICE E – PLANO E AULA DO BLOCO 2 51
E.1 Introdução e justificativa 51
E.2 Manual do professor 51
E.3 Manual do aluno 52
E.4 Avaliação 53

E.5 Considerações pedagógicas 53

APÊNDICE F – PLANO E AULA DO BLOCO 3 54
F.1 Introdução e justificativa 54
F.2 Manual do professor 54
F.3 Manual do aluno 56
F.4 Avaliação 56
F.5 Considerações pedagógicas 57

APÊNDICE G – PLANO E AULA DO BLOCO 4 58
G.1 Introdução e justificativa 58
G.2 Manual do professor 58
G.3 Manual do aluno 60
G.4 Avaliação 60
G.5 Considerações pedagógicas 60

1 INTRODUÇÃO

A aprendizagem dos conceitos de Mínimo Múltiplo Comum (MMC) e Máximo Divisor Comum (MDC) constitui um nó cognitivo recorrente no Ensino Fundamental brasileiro. Pesquisas como as de Brito et al. (2016), Pinto (2012) e Neto (2025) convergem ao apontar que esses conteúdos são frequentemente ensinados por meio de procedimentos mecânicos, ancorados em algoritmos de decomposição simultânea, sem que se construam previamente os significados matemáticos envolvidos. O resultado é um aprendizado mnemônico, vulnerável ao esquecimento e pouco mobilizável em situações-problema.

No 6º ano do Ensino Fundamental, etapa em que se intensifica o estudo das propriedades dos números naturais, espera-se que o estudante não apenas execute cálculos, mas compreenda a estrutura conceitual subjacente aos termos múltiplo, divisor, fator, divisibilidade, MMC e MDC. A Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018), ao definir as habilidades EF06MA05 e EF06MA06, sinaliza essa expectativa ao demandar que os estudantes estabeleçam relações entre números e resolvam problemas que envolvam as ideias de múltiplo e de divisor, e não apenas que apliquem regras de cálculo.

Diante desse cenário, este trabalho assume como hipótese de trabalho a tese de que a visualização geométrica, articulada a ambientes de geometria dinâmica, pode favorecer a construção conceitual desses objetos matemáticos, antecipando significados antes da formalização algorítmica. Tal hipótese encontra respaldo na Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval (1995), segundo a qual a aprendizagem matemática depende da coordenação e conversão entre diferentes registros de representação. Ela também dialoga com a noção de visualização matemática discutida por Arcavi (2003) e por Presmeg (2006), que enfatizam o papel cognitivo das imagens e dos esquemas espaciais na produção de significado.

Esta pesquisa orienta-se pela seguinte questão norteadora: *de que modo a visualização geométrica, mediada pelo software GeoGebra, pode contribuir para a construção conceitual do MMC e do MDC no 6º ano do Ensino Fundamental?* Para enfrentar tal questão, propõe-se uma sequência didática estruturada em quatro blocos articulados, descrita ao longo deste trabalho.

Trata-se de pesquisa bibliográfica e propositiva, situada no campo da Educação Matemática e do Design Instrucional, e voltada à produção de material didático pedagogicamente fundamentado. Reconhece-se, desde já, que o estudo não inclui aplicação empírica em sala de aula, limitação assumida e discutida nas considerações finais.

2 OBJETIVOS

2.1 OBJETIVO GERAL

Propor uma sequência didática para o ensino dos conceitos de Mínimo Múltiplo Comum (MMC) e Máximo Divisor Comum (MDC) no 6º ano do Ensino Fundamental, fundamentada no uso da visualização geométrica e mediada pelo software GeoGebra, em consonância com as habilidades EF06MA05 e EF06MA06 da Base Nacional Comum Curricular.

2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Como desdobramentos do objetivo geral, foram estabelecidos os seguintes objetivos específicos, organizados em duas frentes complementares. No plano da pesquisa, busca-se: (i) revisar a literatura referente às dificuldades de aprendizagem associadas ao ensino de MMC e MDC no Ensino Fundamental; (ii) identificar, na BNCC (BRASIL, 2018), as habilidades e os objetos de conhecimento articulados ao tema; (iii) analisar criticamente o potencial da visualização geométrica como mediação semiótica no ensino desses conceitos. No plano do produto educacional, busca-se: (iv) elaborar uma sequência didática estruturada, articulando atividades pictóricas, manipuláveis e construções dinâmicas no GeoGebra; (v) produzir planos de aula, roteiros do estudante, manual do professor e construções no GeoGebra que viabilizem a adoção da proposta por outros docentes; (vi) avaliar, em nível propositivo, a coerência interna da sequência e sua aderência às habilidades curriculares estabelecidas pela BNCC.

3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

3.1 VISUALIZAÇÃO MATEMÁTICA E REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

A visualização tem ocupado, nas últimas três décadas, papel central nas pesquisas em Educação Matemática. Arcavi (2003) a define como a capacidade, o processo e o produto da criação, interpretação e uso de imagens, diagramas e representações visuais, com a finalidade de comunicar informações matemáticas, refletir sobre elas e desenvolver compreensão. Presmeg (2006), por sua vez, situa o pensamento visual como dimensão constitutiva do raciocínio matemático, recusando o reducionismo que historicamente privilegiou apenas a manipulação simbólica.

A Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval (1995) fornece o quadro mais consistente para articular tal preocupação a uma teoria da aprendizagem matemática. Segundo o autor, um objeto matemático nunca é diretamente acessível, sendo sempre representado por meio de registros (linguagem natural, escrita algébrica, figural, gráfica, numérica). A aprendizagem ocorre quando o estudante torna-se capaz de operar dois movimentos cognitivos distintos: o tratamento, que opera transformações no interior de um mesmo registro, e a conversão, que articula representações de registros diferentes preservando o objeto matemático. Para Duval, é precisamente a conversão entre registros, e não o domínio isolado de um deles, que constitui a aprendizagem conceitual.

Essa perspectiva fundamenta a opção, assumida neste trabalho, por organizar a sequência didática em torno de articulações sistemáticas entre representações pictóricas, numéricas, geométricas e algébricas. O MMC e o MDC não são reduzidos a algoritmos: são apresentados como objetos matemáticos cuja compreensão emerge da coordenação de múltiplos registros.

3.2 PROVAS SEM PALAVRAS E GEOMETRIA DINÂMICA

As Provas Sem Palavras (PSP), tradicionalmente publicadas em periódicos como o *Mathematics Magazine* e o *The College Mathematics Journal*, constituem demonstrações matemáticas que dispensam o uso predominante da linguagem simbólica, valendo-se de construções geométricas e visuais para produzir convencimento. Mathias, Silva e Leivas (2019) discutem o potencial pedagógico dessas demonstrações, especialmente quando mediadas por ambientes de geometria dinâmica como o GeoGebra, que permitem animar e tornar manipuláveis as construções subjacentes.

Convém, todavia, distinguir as PSP em sentido estrito, vinculadas à comunidade matemática profissional, de seu uso adaptado como recurso didático. A sequência didática proposta neste trabalho não pretende produzir Provas Sem Palavras no sentido formal, mas inspira-se nelas ao adotar a visualização como caminho inicial para a construção conceitual. Trata-se, portanto, de uma apropriação didática do princípio das PSP, aliada à exploração investigativa em ambiente dinâmico. Neste trabalho, utilizou-se o software GeoGebra[1] para a elaboração das construções visuais.

3.3 DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM ASSOCIADAS AO MMC E AO MDC

O ensino de MMC e MDC constitui um dos pontos mais frágeis da aritmética escolar. Brito et al. (2016) identifica, em estudos com estudantes das redes pública e privada, dificuldade sistemática na execução das operações elementares de divisão e multiplicação necessárias para a aplicação do algoritmo de fatoração simultânea, com índices de erro relativamente uniformes entre as redes. Os autores chamam atenção para o fato de que muitos estudantes reconhecem o tipo de situação que demanda esses conceitos, mas falham na execução procedimental.

Pinto (2012) aprofunda essa análise ao identificar que a abordagem usual desses conteúdos privilegia a memorização do algoritmo de decomposição simultânea, sem que sejam construídos os significados subjacentes. Sem domínio prévio da Teoria Elementar dos Números, o estudante mobiliza o algoritmo de modo cego, incapaz de adaptá-lo a contextos novos.

Tais dificuldades podem ser compreendidas em termos de obstáculos didáticos, no sentido proposto por Brousseau (2008), enquanto conhecimentos que, embora válidos em determinado domínio, tornam-se obstáculos quando estendidos indevidamente a outros. A redução do MMC e do MDC ao algoritmo, sem a construção da rede conceitual que os sustenta, exemplifica esse fenômeno. A Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1990), por sua vez, oferece outra chave de leitura, ao destacar que conceitos matemáticos não se aprendem isoladamente, mas em redes de situações, invariantes operatórios e representações.

[1] GeoGebra é um software livre de matemática dinâmica que integra geometria, álgebra, planilhas, gráficos, estatística e cálculo em um único ambiente. Disponível em: <https://www.geogebra.org>. Acesso em: 28 jun. 2026.

3.4 SEQUÊNCIA DIDÁTICA COMO DISPOSITIVO METODOLÓGICO

A sequência didática (SD), inicialmente sistematizada por Dolz, Noverraz e Schneuwly (2004) no campo do ensino de gêneros textuais, constitui hoje dispositivo metodológico de ampla aplicação interdisciplinar. Sua estrutura canônica articula uma apresentação da situação, uma produção inicial diagnóstica, uma sequência de módulos didáticos progressivos e uma produção final, que possibilita avaliação tanto do percurso quanto da aprendizagem. Zabala (1998), no contexto hispano-brasileiro, ampliou essa noção ao defini-la como um conjunto articulado de atividades ordenadas, estruturadas e relacionadas, planejadas com finalidades educativas explícitas.

No campo da Educação Matemática, a SD encontra interlocução natural com a Teoria das Situações Didáticas de Brousseau (2008), que propõe momentos de devolução, ação, formulação, validação e institucionalização. Ugalde e Roweder (2020) destacam que tal estrutura favorece o protagonismo discente, na medida em que organiza intencionalmente as condições para que o estudante atue como produtor de conhecimento. Vaz e Jesus (2014) mostram, em estudo específico sobre o uso do GeoGebra, que SD investigativas mediadas por geometria dinâmica conduzem o estudante por etapas de experimentação, conjecturação, formalização e generalização.

Adota-se neste trabalho a noção de SD inspirada nessa tradição, articulando a estrutura proposta por Zabala (1998) aos momentos didáticos de Brousseau (2008), configurando um percurso que parte da exploração visual e culmina na institucionalização dos conceitos de MMC e MDC.

3.5 O MMC E O MDC NA BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR

A Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018) apresenta a Matemática como ciência viva e investigativa, organizando o currículo do 6º ano em torno de cinco unidades temáticas (Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística). No tocante ao tema múltiplos e divisores, duas habilidades são diretamente mobilizadas pela presente proposta:

- EF06MA05: classificar números naturais em primos e compostos, estabelecer relações entre números, expressas pelos termos é múltiplo de, é divisor de, é fator de, e estabelecer, por meio de investigações, critérios de divisibilidade por 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 100 e 1000;

- EF06MA06: resolver e elaborar problemas que envolvam as ideias de múltiplo e de divisor.

Cabe destacar que a BNCC não estabelece habilidade específica para o cálculo de MMC e MDC. Os conceitos derivam da habilidade EF06MA06, situando-se no campo das ideias de múltiplo e de divisor mobilizadas em situações-problema. Tal opção curricular é relevante: o documento sugere que o tratamento desses conceitos deve subordinar-se à resolução de problemas, e não ao domínio do algoritmo. Essa diretriz reforça a pertinência de propostas como a que se desenvolve neste trabalho, que privilegiam a construção de significados.

4 METODOLOGIA

Esta pesquisa, integrada à disciplina de Projeto de Conclusão de Curso da Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Brasília, Campus Estrutural, caracteriza-se como qualitativa, bibliográfica e propositiva, no sentido em que se volta à produção fundamentada de um material didático passível de futura aplicação e validação empírica. Adota como dispositivo metodológico de organização o modelo de design instrucional ADDIE, articulado a elementos da Engenharia Didática Artigue (1995), Almouloud e Coutinho (2008)

A opção pelo ADDIE, formado pelas cinco fases de análise (*Analysis*), desenho (*Design*), desenvolvimento (*Development*), implementação (*Implementation*) e avaliação (*Evaluation*), justifica-se por sua adequação à produção sistemática de materiais educacionais. Reconhece-se, contudo, que o ADDIE recebe críticas relativas à sua linearidade e à eventual subestimação dos contextos de uso. Para mitigar tais limitações, o modelo é aqui complementado por elementos da Engenharia Didática proposta por Artigue (1995), em particular pela atenção à análise *a priori* dos conhecimentos prévios, das variáveis didáticas e dos comportamentos esperados, mesmo na ausência de experimentação efetiva.

4.1 ANÁLISE

A fase de análise consistiu na revisão da literatura sobre o ensino de MMC e MDC, com ênfase nos obstáculos de aprendizagem documentados por Brito et al. (2016), Pinto (2012) e Neto (2025), bem como na identificação das habilidades da BNCC (BRASIL, 2018) associadas ao tema. Em diálogo com Brousseau (2008) e Vergnaud (1990), tais dificuldades foram interpretadas como obstáculos didáticos decorrentes do tratamento exclusivamente algorítmico desses conceitos, o que reforçou a pertinência de uma proposta orientada à construção conceitual via visualização.

4.2 DESENHO

A fase de desenho compreendeu o planejamento pedagógico da SD. Foram explicitados o público-alvo (estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental), os objetivos de aprendizagem, as habilidades da BNCC mobilizadas, a organização em blocos progressivos, os recursos didáticos e os instrumentos avaliativos. A estruturação considerou, em paralelo, a tradição da SD Zabala (1998), Ugalde e Roweder (2020) e os momentos didáticos da Teoria das Situações Didáticas Brousseau (2008), possibilitando que cada bloco se organize em torno de uma situação-problema com fases de devolução, ação, formulação, validação e institucionalização.

A opção por iniciar pela exploração pictórica de frações, antes do tratamento direto do MMC e do MDC, fundamenta-se em Duval (1995): a operação de somar frações com denominadores distintos exige, do ponto de vista do registro pictórico, a constituição de uma divisão equivalente comum, o que prepara conceitualmente a noção de múltiplo comum.

4.3 DESENVOLVIMENTO

Na fase de desenvolvimento foram produzidos os materiais didáticos planejados, organizados em quatro blocos articulados: (i) atividades diagnósticas com frações pictóricas dinâmicas no GeoGebra; (ii) representações geométricas para o ensino do MDC, incluindo ladrilhamento de retângulos e versão geométrica do Algoritmo de Euclides; (iii) construções dinâmicas para o ensino do MMC, baseadas em trajetórias por reflexão em uma mesa de sinuca matemática; (iv) situações-problema contextualizadas e atividades de validação. Foram igualmente produzidos planos de aula, roteiros do estudante, manual do professor e descrições técnicas das construções no GeoGebra, apresentadas nos apêndices deste trabalho.

4.4 IMPLEMENTAÇÃO

A implementação é apresentada em nível propositivo, em conformidade com o caráter bibliográfico-propositivo do estudo. Trata-se da descrição detalhada das condições de aplicação da sequência, incluindo orientações didáticas, temporização sugerida e adaptações possíveis a contextos com diferentes níveis de infraestrutura tecnológica. A opção propositiva é assumida explicitamente: não se trata de limitação metodológica acidental, mas de delimitação consistente com o escopo de um TCC de graduação.

4.5 AVALIAÇÃO

A fase de avaliação, no presente estudo, articula-se em dois níveis. No primeiro, avalia-se a proposta em si, considerando-se a coerência entre objetivos e atividades, a progressão didática, a adequação ao nível de ensino, o potencial de promoção da compreensão conceitual, a viabilidade prática e a contribuição da visualização geométrica. No segundo nível, são indicados instrumentos passíveis de utilização em futuras aplicações empíricas, tais como observação docente sistematizada, registros escritos dos estudantes, protocolos verbais, questionários diagnósticos e análise de produções resolutivas.

5 DESENVOLVIMENTO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Neste capítulo é apresentada a Sequência Didática (SD) elaborada para o ensino de Mínimo Múltiplo Comum (MMC) e Máximo Divisor Comum (MDC), fundamentada nos referenciais teóricos discutidos anteriormente. A proposta organiza as atividades em blocos articulados, contemplando objetivos, recursos, procedimentos metodológicos e estratégias de avaliação, com o intuito de favorecer a construção dos conceitos por meio da visualização matemática, da investigação e do uso do GeoGebra. Ressalta-se, entretanto, que as atividades propostas não estão condicionadas exclusivamente à utilização de recursos tecnológicos. Em contextos nos quais o acesso a computadores, projetores ou outros equipamentos seja limitado, as mesmas ideias podem ser desenvolvidas por meio de materiais de baixo custo, como folhas quadriculadas, régua, compasso e demais instrumentos de desenho geométrico. Assim, as adaptações metodológicas necessárias ficam a critério do professor, respeitando as especificidades do contexto escolar e os recursos disponíveis, sem comprometer os objetivos de aprendizagem da sequência didática. Desse modo, busca-se oferecer uma proposta flexível e passível de implementação em diferentes realidades educacionais, valorizando a autonomia docente e ampliando as possibilidades de utilização do material.

5.1 ESTRUTURA GERAL DA SEQUÊNCIA

A SD proposta organiza-se em quatro blocos articulados, concebidos para favorecer a construção progressiva dos conceitos de MMC e MDC, conforme detalhado nas seções subsequentes. A configuração padrão prevê quatro aulas duplas consecutivas, mas a estrutura é flexível e admite reorganizações em função do tempo disponível, do ritmo da turma e do diagnóstico do professor.

O Bloco 1 dedica-se ao diagnóstico inicial e à exploração de frações pictóricas, mobilizando intuitivamente as ideias de divisão equivalente da unidade, denominador comum e equivalência. O Bloco 2 aborda o MDC por meio de ladrilhamento e de uma versão geométrica do Algoritmo de Euclides. O Bloco 3 trata do MMC mediante a investigação de trajetórias em uma mesa de sinuca matemática, articulada ao princípio da reflexão. O Bloco 4, por fim, dedica-se à resolução de situações-problema e à validação dinâmica das conjecturas no GeoGebra.

5.2 BLOCO 1: DIAGNÓSTICO INICIAL COM FRAÇÕES PICTÓRICAS

Objetivo

Diagnosticar os conhecimentos prévios dos estudantes sobre frações, equivalência e operações elementares, mobilizando o GeoGebra como ambiente de visualização e manipulação dinâmica.

Duração e materiais

A aula prevê duas horas-aula de aproximadamente 50 minutos cada. São necessários computador, *notebook*, *tablet* ou *smartphone* com acesso ao GeoGebra, projetor multimídia, construções previamente elaboradas, roteiro impresso da atividade e caderno do estudante para registros.

Justificativa pedagógica

A escolha de iniciar com frações fundamenta-se em duas razões articuladas. Em primeiro lugar, a soma de frações com denominadores distintos constitui, no plano do registro pictórico, uma situação que demanda a constituição de uma divisão comum da unidade. Essa demanda prepara, sem nomeá-la, a noção de múltiplo comum, dispondo o terreno conceitual para a introdução do MMC. Em segundo lugar, as representações pictóricas dinâmicas permitem que os estudantes observem propriedades difíceis de captar em representações estáticas, como destacam Mathias, Silva e Leivas (2019) e Vaz e Jesus (2014).

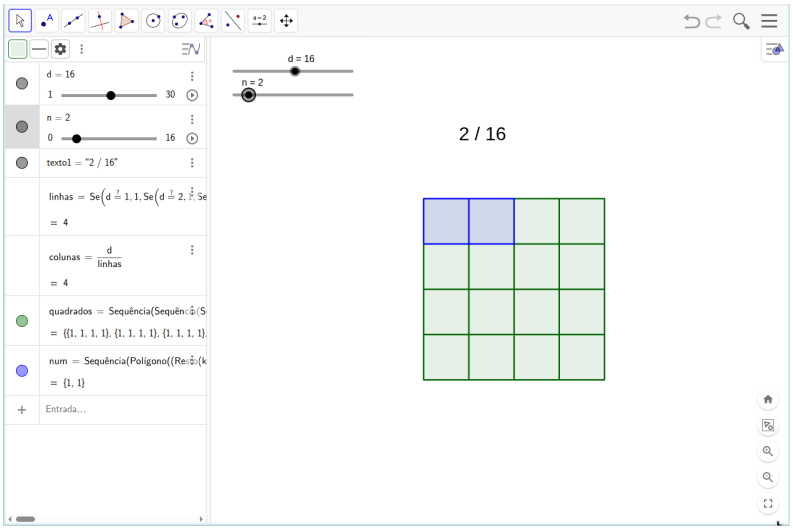
Tal abordagem mobiliza explicitamente a conversão entre registros, no sentido de Duval (1995): o estudante transita entre o registro pictórico (a malha quadriculada), o registro numérico (a fração escrita) e o registro verbal (a discussão coletiva), construindo compreensões cuja transferibilidade depende dessa coordenação multimodal.

Desenvolvimento

Inicialmente, o professor apresenta a construção dinâmica de frações pictóricas (Figura 1), composta por uma malha retangular dinâmica controlada por dois controles deslizantes: um referente ao denominador, outro ao numerador. A manipulação dos controles altera, respectivamente, a quantidade de partes da unidade e a quantidade destacada.

Durante essa exploração, o professor conduz a manipulação enquanto os estudantes sugerem frações para serem representadas. Entre as frações exploradas, poderão ser

Figura 1 – Construção dinâmica de frações pictóricas no GeoGebra.



Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

utilizadas:

$$\frac{1}{2}, \quad \frac{2}{3}, \quad \frac{3}{4}, \quad \frac{2}{5}, \quad \frac{4}{8}.$$

A construção organiza automaticamente a unidade em arranjos retangulares aproximadamente quadrados, evidenciando estruturas como $10 = 2 \times 5$, $12 = 3 \times 4$ e $16 = 4 \times 4$. Denominadores primos permanecem necessariamente organizados em uma única linha, o que introduz, de modo implícito e visual, a noção de divisor.

Em seguida, o professor conduz discussão coletiva orientada por questões como as seguintes: o que ocorre quando se aumenta o denominador? E quando se aumenta o numerador? Frações diferentes podem representar a mesma quantidade? Como reconhecer isso na figura?

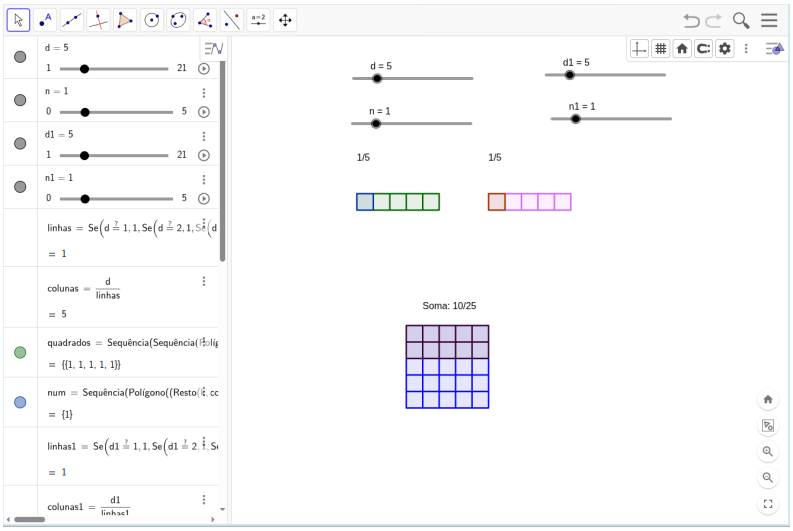
Escaneie o QR Code para acessar a construção interativa no GeoGebra.

Na segunda parte da aula, é apresentada a construção dinâmica de soma de frações (Figura 2), que dispõe duas frações representadas geometricamente e exige, para sua composição, a reorganização das malhas em divisões equivalentes. Sugere-se a exploração de exemplos como $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$, $\frac{1}{3} + \frac{1}{6}$ e $\frac{3}{4} + \frac{3}{16}$.

As construções interativas utilizadas nas atividades sobre operações com frações encontram-se disponíveis no GeoGebra e podem ser acessadas pelos QR Codes a seguir.

Soma de frações

Figura 2 – Construção dinâmica para representação visual da soma de frações.



Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

Escaneie o QR Code para acessar a construção interativa no GeoGebra.

Subtração de frações

Escaneie o QR Code para acessar a construção interativa no GeoGebra.

Multiplicação de frações

Escaneie o QR Code para acessar a construção interativa no GeoGebra.

Divisão de frações

Escaneie o QR Code para acessar a construção interativa no GeoGebra.

A intervenção pedagógica deve evitar a apresentação prematura do algoritmo formal. A prioridade recai sobre a observação visual e a formulação de hipóteses pelos estudantes. Perguntas orientadoras incluem: por que as figuras precisam estar divididas em partes do mesmo tamanho? Como transformar duas divisões distintas em uma mesma divisão? Que relação existe entre essa divisão comum e o cálculo com frações?

Síntese da aula

Espera-se que, ao final da aula, os estudantes reconheçam frações como partes de uma unidade dividida em partes iguais e percebam, intuitivamente, que a soma de frações com denominadores distintos exige a reorganização da unidade em partes equivalentes. Tal compreensão antecipa, em registro pictórico, a noção de denominador comum, que será retomada no Bloco 3 sob a forma de Mínimo Múltiplo Comum.

A descrição técnica das construções no GeoGebra, incluindo comandos e adaptações para subtração, multiplicação e divisão de frações, encontra-se no Apêndice A.

5.3 BLOCO 2: CONSTRUÇÃO VISUAL DO MDC

Objetivo

Construir o conceito de MDC como a maior medida comum capaz de dividir simultaneamente duas grandezas, articulando representação pictórica, ladrilhamento de retângulos e versão geométrica do Algoritmo de Euclides.

Desenvolvimento

A aula inicia-se com uma situação que mobiliza a noção de medida comum. Apresentam-se dois segmentos de comprimentos 12 e 18 unidades e questiona-se qual é a maior unidade capaz de medir exatamente os dois sem deixar restos. Essa formulação inicial preserva a integridade conceitual da definição clássica de MDC, oriunda dos *Elementos* de Euclides, segundo a qual o MDC é a maior medida que cabe um número inteiro de vezes em ambos os comprimentos.

A seguir, transita-se para a representação retangular: constrói-se, no GeoGebra, um retângulo de dimensões 18×12, e propõe-se a investigação do maior quadrado capaz de ladrilhá-lo integralmente sem sobras (Figura 3). Os estudantes testam diferentes medidas e identificam, por inspeção e validação dinâmica, que tal quadrado tem lado 6, donde $\mathrm{MDC}(12, 18) = 6$.

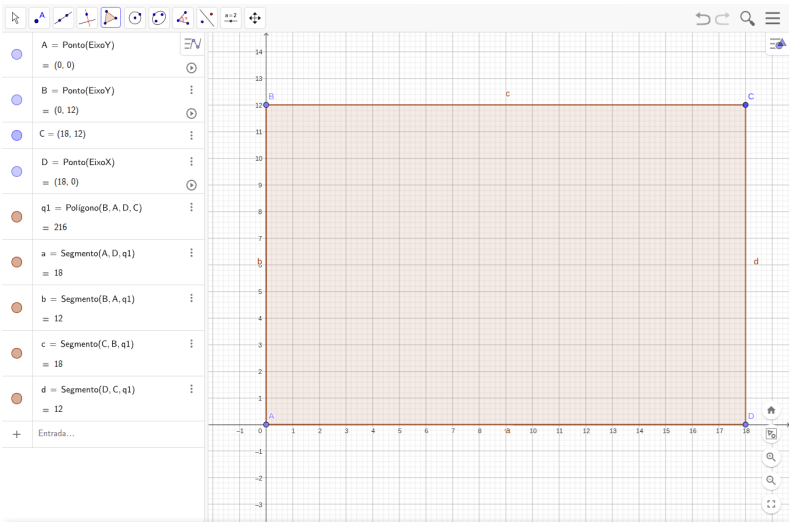
Em seguida, propõe-se a seguinte questão: Qual é o maior quadrado que consegue ladrilhar exatamente os dois retângulos sem deixar sobras?

Os estudantes são incentivados a testar diferentes medidas para o lado do quadrado e observar quais delas conseguem dividir simultaneamente as duas grandezas.

Ao longo da exploração, espera-se que os estudantes percebam que diversas medidas podem ser utilizadas, mas existe uma medida comum máxima. Nesse caso, o maior quadrado capaz de ladrilhar simultaneamente os dois retângulos possui lado igual a 6.

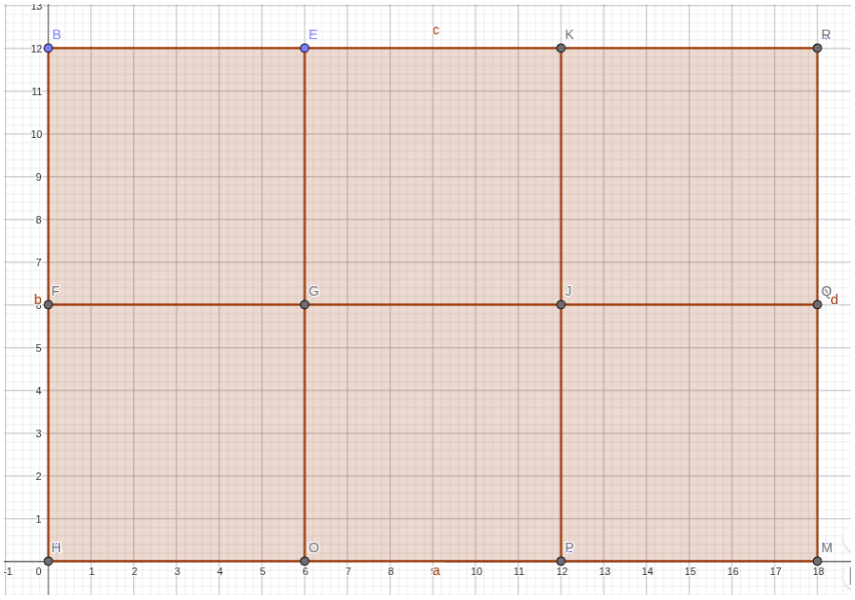
Conclui-se, portanto, que

Figura 3 – Representação do MDC como ladrilhamento por quadrados.



Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

Figura 4 – Ladrilhamento dos segmentos utilizando quadrados de lado 6.



Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

$$MDC(12, 18) = 6.$$

Nesse momento, o MDC é interpretado geometricamente como a maior medida capaz de dividir simultaneamente duas grandezas sem produzir restos.

Como material complementar, disponibiliza-se uma animação produzida com o auxílio de inteligência artificial, elaborada a partir da construção apresentada nesta pesquisa, com o objetivo de ilustrar, de forma dinâmica, o processo de identificação do máximo divisor comum. O vídeo pode ser acessado por meio do QR Code ou do endereço eletrônico a

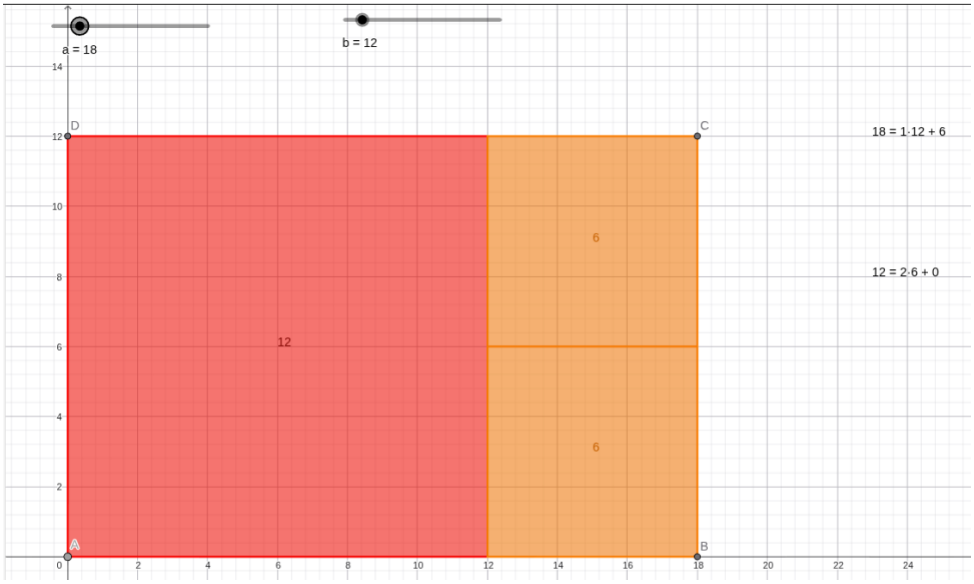
seguir:

https://youtu.be/U8pZtfF0XmQ

Do ladrilhamento ao Algoritmo de Euclides

A passagem para o Algoritmo de Euclides ocorre por meio de uma segunda construção, que reproduz geometricamente o processo de subtrações sucessivas. Em um retângulo de dimensões $a \times b$ (com $a > b$), removem-se sucessivamente os maiores quadrados possíveis, obtendo-se retângulos menores cujos lados correspondem aos restos das divisões sucessivas (Figura 5). A medida do último quadrado obtido corresponde ao MDC(a, b).

Figura 5 – Versão geométrica do Algoritmo de Euclides.



Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

Essa construção evidencia, em registro figural, o princípio fundamental do algoritmo:

Máximo Divisor Comum (MDC)

Escaneie o QR Code para acessar a construção interativa no GeoGebra.

$$\mathrm{MDC}(a, b) = \mathrm{MDC}(b, a \bmod b). \tag{5.1}$$

A justificativa da equivalência geométrica decorre do fato de que qualquer divisor comum de a e b é também divisor de $a - kb$, para todo inteiro k, e reciprocamente. A remoção do maior quadrado possível materializa, no plano figural, essa propriedade aritmética.

Ao final do processo, a medida do último quadrado obtido corresponde ao Máximo Divisor Comum procurado.

Construção dinâmica no GeoGebra

Após compreenderem o caso particular apresentado, os estudantes serão convidados a explorar uma construção dinâmica desenvolvida no GeoGebra.

A construção utiliza controles deslizantes que permitem alterar os valores dos números analisados e observar automaticamente:

- a decomposição do retângulo em quadrados;
- os quocientes obtidos em cada divisão;
- os restos produzidos;
- a sequência de divisões sucessivas do Algoritmo de Euclides;
- o valor final do MDC.

Dessa forma, os estudantes podem investigar diferentes exemplos, formular conjecturas e verificar regularidades presentes no algoritmo.

A descrição técnica completa da construção dinâmica encontra-se no Apêndice B.

Atividade proposta

Os estudantes são convidados a determinar o MDC dos seguintes pares: $(24, 16)$, $(30, 18)$, $(45, 30)$, $(42, 28)$ e $(56, 35)$. Para cada par, devem identificar geometricamente o maior quadrado que ladrilha o retângulo correspondente, registrar as divisões sucessivas observadas, determinar o MDC pelo Algoritmo de Euclides e comparar os resultados obtidos pelos dois métodos.

Avaliação

A avaliação ocorre de forma processual, considerando a participação nas discussões, a interpretação das representações geométricas, a identificação correta do MDC por meio das construções visuais, a compreensão da relação entre o procedimento geométrico e o Algoritmo de Euclides, e a qualidade dos registros produzidos.

Sentido pedagógico da abordagem

A proposta desenvolvida nesta aula busca favorecer a construção do conceito de Máximo Divisor Comum por meio da articulação entre representações geométricas e algébricas.

Ao interpretar o MDC como a maior unidade capaz de medir simultaneamente duas grandezas sem deixar sobras, os estudantes desenvolvem uma compreensão conceitual que antecede a formalização algébrica.

Além disso, a utilização do GeoGebra amplia esse processo ao possibilitar a manipulação dinâmica das figuras e a exploração de diferentes exemplos, permitindo que os estudantes observem regularidades, formulem conjecturas e construam significados para os conceitos matemáticos envolvidos.

5.4 BLOCO 3: CONSTRUÇÃO VISUAL DO MMC

Objetivo

Construir o conceito de MMC por meio da análise visual de trajetórias em uma malha quadriculada (mesa de sinuca matemática), identificando o primeiro encontro entre múltiplos comuns e fundamentando o resultado pelo princípio da reflexão.

Problema inicial

O professor apresenta uma malha retangular representando uma mesa de sinuca matemática, formada por quadrados de lado unitário, com dimensões $a \times b$ (por exemplo, 4×6, 3×4, 2×5).

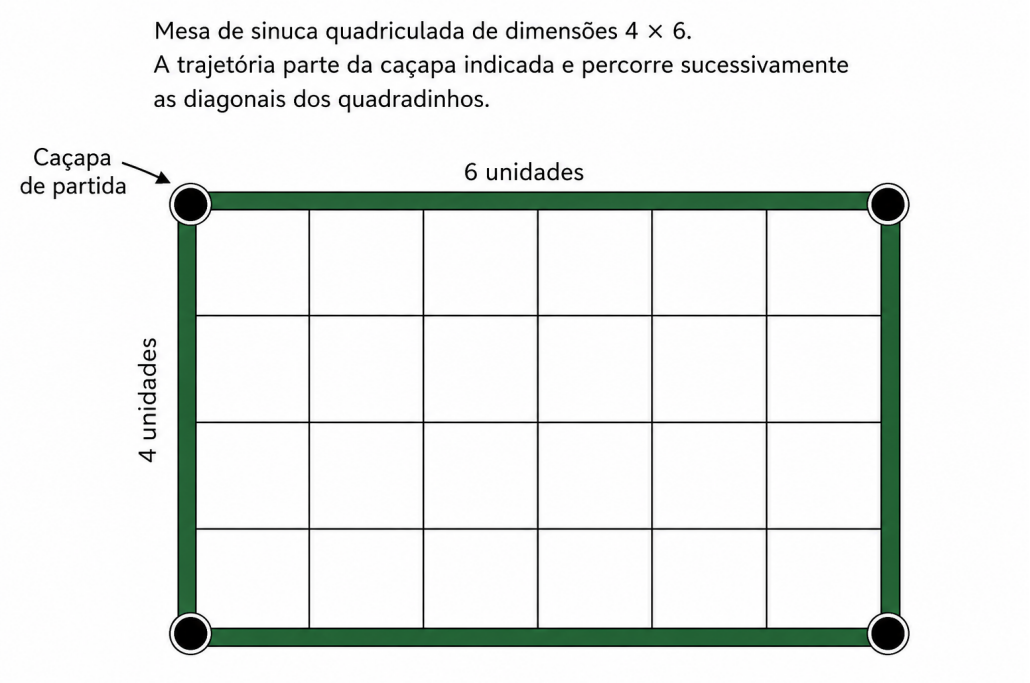
Uma trajetória parte de um vértice (caçapa de partida) e percorre sucessivamente as diagonais dos quadrados unitários, refletindo nas bordas até atingir outro vértice (Figura 6).

Cada diagonal unitária equivale, por convenção, a uma unidade de percurso. Propõe-se aos estudantes a questão investigativa: após quantas unidades de percurso a trajetória alcança novamente uma caçapa?

Investigação inicial e construção do conceito

Para a mesa 4×6, os estudantes contam 12 unidades de percurso. Em seguida, registram em seus cadernos os primeiros múltiplos de 4 e de 6, identificando o 12 como o menor valor comum às duas sequências. A relação entre o percurso e o múltiplo comum é, então, conjecturada pelos próprios estudantes. Novas mesas (por exemplo, 2×5, 3×4, 6×8, 5×7) são investigadas em grupos, ampliando o conjunto de evidências.

Figura 6 – Mesa de sinuca matemática utilizada para iniciar a investigação.



Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

A partir dessas observações, formaliza-se a definição: o menor valor positivo comum às tabuadas de dois números é chamado de Mínimo Múltiplo Comum, denotado por $\mathrm{MMC}(a, b)$.

Exploração dinâmica no GeoGebra

A construção dinâmica (descrita no Apêndice C) permite alterar as dimensões a e b por meio de controles deslizantes, acompanhar o percurso da bola, numerar automaticamente as diagonais percorridas e verificar o MMC correspondente. Antes da exploração da construção, os estudantes são convidados a formular previsões, justificando-as com base na noção recém-construída. Tal procedimento consolida a transição do pensamento visual para o pensamento aritmético generalizado.

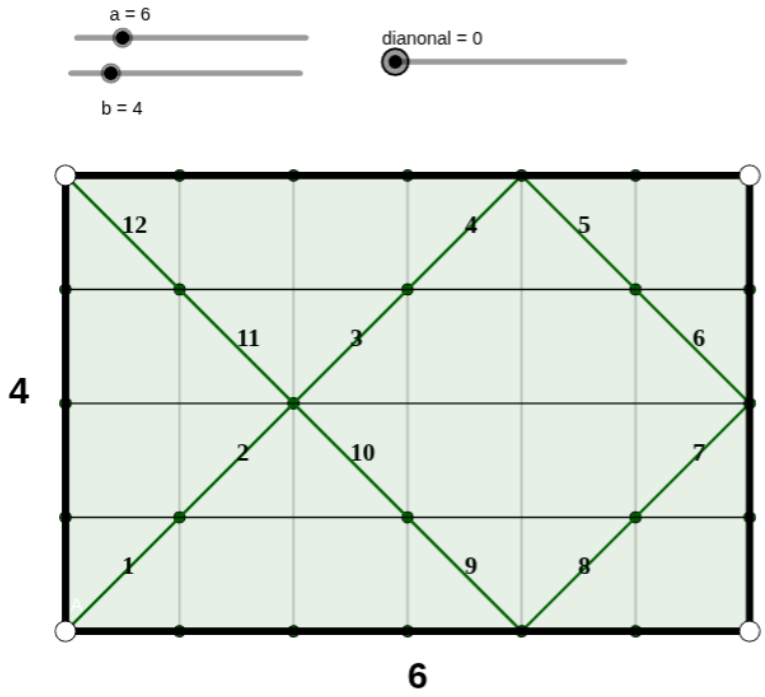
Fundamentação matemática

A construção geométrica admite fundamentação matemática rigorosa, que orienta a mediação docente ainda que não seja explicitada aos estudantes do 6º ano. Considere uma mesa retangular de dimensões $a \times b$, subdividida em quadrados unitários. Cada diagonal unitária tem projeção horizontal e vertical iguais a 1. Após n diagonais, a trajetória avança n unidades horizontal e verticalmente.

Pelo princípio da reflexão, em vez de considerar que a trajetória muda de direção ao atingir uma borda, imagina-se uma sequência de reflexões do retângulo original,

transformando a trajetória em uma reta única que percorre retângulos congruentes (Figura 7). Nessa configuração, as caçapas correspondem aos pontos cuja coordenada horizontal é múltipla de a e cuja coordenada vertical é múltipla de b.

Figura 7 – Representação da trajetória em mesas refletidas.



Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

Como o avanço horizontal e o vertical são iguais (ambos iguais a n), a primeira caçapa atingida corresponde ao menor $n > 0$ tal que $a \mid n$ e $b \mid n$, ou seja:

$$n = \text{MMC}(a, b). \tag{5.2}$$

Mínimo Múltiplo Comum (MMC)

Escaneie o QR Code para acessar a construção interativa no GeoGebra.

Adicionalmente, é possível mostrar que o número total de reflexões nas bordas, antes do encontro com a caçapa final, é função de $\text{MDC}(a, b)$, e que a caçapa final é determinada pelas paridades de $a/\text{MDC}(a, b)$ e $b/\text{MDC}(a, b)$. Tal resultado articula MMC e MDC em um mesmo modelo geométrico, oferecendo possibilidade de aprofundamento conceitual no Bloco 4.

Atividades propostas

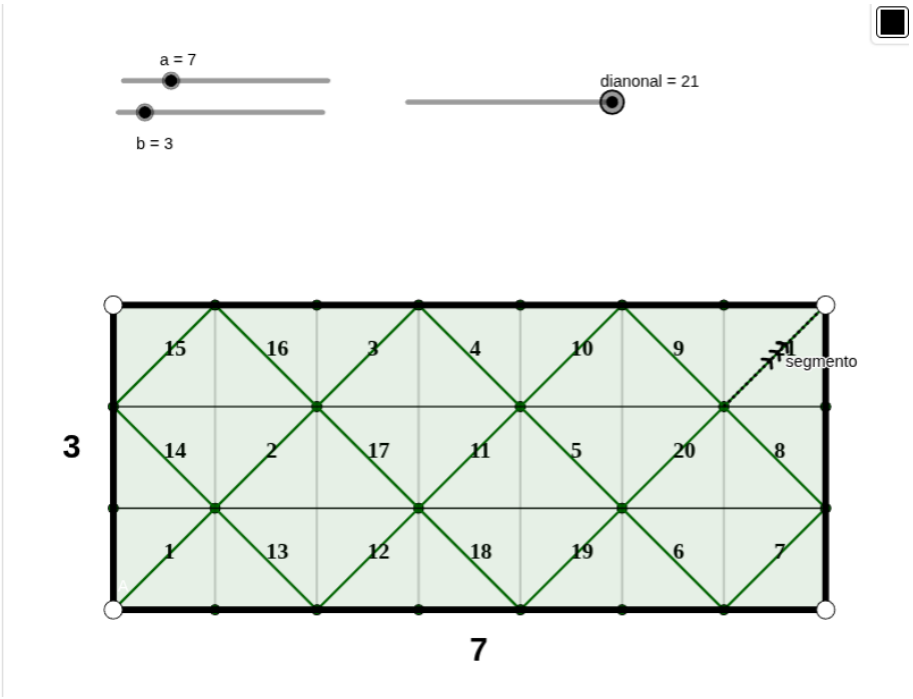
Os estudantes determinam o MMC dos pares correspondentes às mesas 2×5, 3×4, 4×6, 6×8, 9×12 e 5×7, comparando a contagem visual com a sequência aritmética de múltiplos.

Intervenção docente

A mediação docente deve estimular a generalização e a argumentação por meio de questões como: o número encontrado aparece nas duas tabuadas? Existe algum encontro comum anterior? O que ocorre quando uma dimensão é múltipla da outra (por exemplo, em uma mesa 3×6)?

E quando as dimensões são primas entre si (como 5 e 7)?

Figura 8 – Momento em que a trajetória alcança uma nova caçapa após percorrer 21 unidades.



Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

Como o GeoGebra confirma ou refuta as previsões?

Exploração com GeoGebra

Na sequência, o professor apresentará uma construção dinâmica desenvolvida no GeoGebra. Utilizando controles deslizantes, será possível modificar as dimensões da mesa e observar automaticamente o percurso realizado pela trajetória.

A construção dinâmica permite alterar os valores das dimensões a e b, visualizar a malha unitária, acompanhar a trajetória refletida dentro do retângulo, identificar cada

unidade de percurso por meio da numeração das diagonais e verificar automaticamente o MMC correspondente às dimensões escolhidas.

Antes de visualizar o resultado na tela, os estudantes serão incentivados a formular previsões sobre o número de diagonais unitárias percorridas em mesas maiores, justificando suas respostas com base no conceito de MMC recém-construído. Esse momento consolidará a transição do pensamento visual para o pensamento abstrato e aritmético.

A construção completa da atividade dinâmica encontra-se descrita no Apêndice C, permitindo que outros professores reproduzam ou adaptem o recurso em suas próprias práticas pedagógicas.

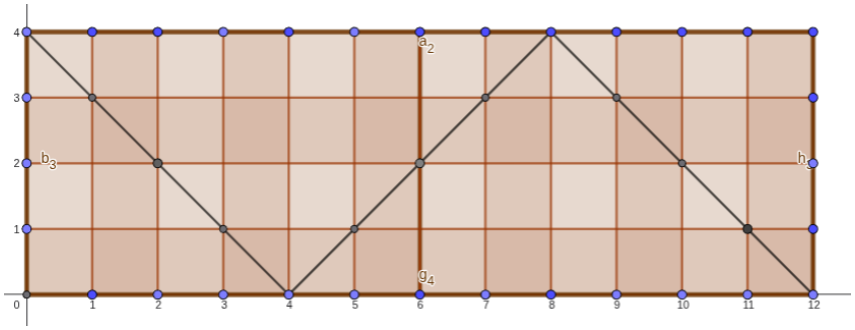
Fundamentação matemática da construção

Embora a atividade tenha sido elaborada para estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental, a construção geométrica utilizada possui uma justificativa matemática rigorosa que sustenta sua validade acadêmica.

Considere uma mesa retangular de dimensões a e b, subdividida em quadrados unitários. A trajetória inicia em uma das caçapas e percorre sucessivamente as diagonais dos quadrados da malha. Cada diagonal unitária possui projeção horizontal igual a uma unidade e projeção vertical igual a uma unidade. Assim, após percorrer n diagonais unitárias, a trajetória terá avançado n unidades horizontalmente e n unidades verticalmente, considerando a interpretação por reflexão.

Para compreender matematicamente o processo, utiliza-se o princípio da reflexão. Em vez de considerar que a trajetória muda de direção ao atingir uma borda da mesa, imaginam-se sucessivas cópias refletidas, ou espelhadas, do retângulo original. Nessa nova interpretação, a trajetória torna-se uma única linha reta percorrendo diversos retângulos congruentes.

Figura 9 – Representação da trajetória em mesas refletidas.



Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

Nessa configuração ampliada, as caçapas aparecem exatamente nos encontros entre as linhas verticais correspondentes aos múltiplos de a e as linhas horizontais correspondentes aos múltiplos de b. Em outras palavras, uma nova caçapa aparece quando a trajetória

alcança simultaneamente uma distância horizontal que é múltipla de a e uma distância vertical que é múltipla de b.

Como a trajetória segue pelas diagonais dos quadrados unitários, o avanço horizontal e o avanço vertical são iguais na representação refletida. Portanto, se a bola percorreu n unidades de percurso, ela avançou n unidades na horizontal e n unidades na vertical.

Assim, a trajetória em linha reta alcançará uma nova caçapa somente quando esse valor n for, ao mesmo tempo, múltiplo de a e múltiplo de b.

Se n representa a quantidade de diagonais unitárias percorridas até a primeira caçapa encontrada, tem-se que: a $\mid n$ e $b \mid n$.

Logo, n é um múltiplo comum de a e b. Como a trajetória é interrompida assim que a primeira caçapa é atingida, o valor obtido é necessariamente o menor múltiplo comum positivo dessas duas dimensões:

n = MMC(a,b).

Conclui-se, assim, que o número de diagonais unitárias percorridas pela trajetória corresponde exatamente ao Mínimo Múltiplo Comum das dimensões da mesa.

Vale ressaltar que essa mesma fundamentação geométrica também permite investigar relações com o Máximo Divisor Comum MDC(a, b), especialmente quando se analisam o número de reflexões nas bordas, a caçapa de destino e a relação entre múltiplos e divisores. Essa possibilidade evidencia a riqueza didática do problema escolhido.

5.5 BLOCO 4: RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E VALIDAÇÃO DINÂMICA

Objetivo

Mobilizar os conceitos de MMC e MDC na resolução de situações-problema, utilizando representações geométricas e recursos dinâmicos do GeoGebra para validar estratégias, formular conjecturas e justificar respostas.

Desenvolvimento

A aula retoma as construções dos blocos anteriores e propõe a comparação sistemática entre as situações que mobilizam MMC e MDC, conforme síntese apresentada na Tabela 1.

Em seguida, os estudantes resolvem, em grupos, situações-problema contextualizadas, tais como: dois semáforos que iniciam ciclos simultaneamente (4 e 6 minutos); cordas a serem cortadas em pedaços iguais (20 e 30 metros); atividades esportivas com periodicidades distintas (8 e 12 dias); organização de equipes com igual número de integrantes (18 e 24 estudantes); sinais luminosos sincronizados (9 e 15 segundos). Para cada situação, os estudantes devem identificar se o problema mobiliza MMC ou MDC, justificar a escolha

Tabela 1 – Comparação entre as estruturas conceituais do MMC e do MDC.

MMC	**MDC**
Relaciona-se a múltiplos	Relaciona-se a divisores
Menor múltiplo comum	Maior divisor comum
Encontro de ciclos periódicos	Maior medida comum
Ideia de repetição/sincronização	Ideia de divisão em partes iguais

Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

matematicamente, resolver pelo método que considerarem mais adequado e representar a situação por desenhos, esquemas ou construções geométricas, antes de recorrer a procedimentos algorítmicos.

Validação dinâmica e síntese

A validação no GeoGebra retoma as construções dos blocos anteriores, agora utilizadas para verificar conjecturas formuladas pelos próprios estudantes. A discussão coletiva final aborda questões de generalização: toda situação envolvendo repetição periódica está associada ao MMC? Toda situação envolvendo divisão em partes iguais está associada ao MDC? É possível identificar o conceito pertinente apenas a partir do contexto?

A institucionalização final retoma os significados construídos e os formaliza, em consonância com o momento de institucionalização da Teoria das Situações Didáticas Brousseau (2008).

5.6 AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM

A avaliação concebe-se como processo contínuo e formativo, articulando observação docente, análise de produções escritas, registros de discussões coletivas e atividade avaliativa final. Mais do que verificar respostas corretas, busca-se identificar como os estudantes mobilizam representações, formulam conjecturas e articulam diferentes registros semióticos.

Como atividade de consolidação, propõe-se uma avaliação em duas etapas complementares. Na primeira, os estudantes resolvem visualmente problemas envolvendo MMC e MDC, mobilizando ladrilhamentos, trajetórias e malhas. Na segunda, resolvem os mesmos problemas por procedimentos aritméticos formais. A comparação entre as duas resoluções permite identificar não apenas o domínio do algoritmo, mas, sobretudo, a coordenação entre registros pictórico, numérico e simbólico, no sentido de Duval (2006).

5.7 ARTICULAÇÃO COM O MODELO ADDIE

A sequência didática alinha-se às cinco fases do modelo ADDIE. A fase de análise sustenta-se na revisão da literatura sobre dificuldades de aprendizagem de MMC e MDC. A fase de desenho explicita a arquitetura dos quatro blocos. A fase de desenvolvimento materializa-se na produção dos planos de aula, dos roteiros, do manual do professor e das construções no GeoGebra apresentadas nos apêndices. A fase de implementação, em nível propositivo, descreve as condições de aplicação. A fase de avaliação opera em dois níveis articulados, conforme indicado na seção de metodologia.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho investigou o potencial da visualização geométrica como recurso didático para o ensino de MMC e MDC no 6º ano do Ensino Fundamental, oferecendo, como produto, uma sequência didática estruturada em quatro blocos articulados, fundamentada em referenciais da Educação Matemática e do Design Instrucional, e mediada pelo software GeoGebra.

Retomando os objetivos específicos, considera-se que a revisão bibliográfica permitiu mapear as dificuldades documentadas no ensino desses conceitos, recorrentemente associadas à ênfase em procedimentos algorítmicos desvinculados da construção de significados. A identificação das habilidades EF06MA05 e EF06MA06 da BNCC (BRASIL, 2018) situou a proposta no horizonte curricular vigente, evidenciando, em particular, que o documento curricular não estabelece habilidade específica para o cálculo de MMC e MDC, subordinando tais procedimentos à resolução de problemas que mobilizem as ideias de múltiplo e de divisor. Esse achado curricular reforça a pertinência de propostas como a aqui apresentada, orientadas à construção conceitual e não ao mero domínio do algoritmo.

A análise crítica do potencial da visualização geométrica, sustentada por Duval (1995), Duval (2006), Arcavi (2003) e Presmeg (2006), mostrou-se produtiva ao oferecer um quadro coerente para articular registros pictóricos, numéricos e simbólicos, atribuindo à conversão entre registros o papel cognitivo central na aprendizagem. A produção da sequência didática, dos planos de aula, dos roteiros e das construções no GeoGebra concretizou, em nível propositivo, essa orientação teórica.

Reconhecem-se, no entanto, limitações importantes do estudo. A primeira é o caráter estritamente propositivo da pesquisa, sem aplicação empírica em sala de aula, o que impede afirmações sobre os efeitos efetivos da proposta na aprendizagem dos estudantes. A segunda é a dependência, embora não exclusiva, do acesso a tecnologias digitais, o que pode limitar a aplicabilidade em contextos escolares com infraestrutura precária, ainda que se tenha buscado prever versões com materiais manipuláveis. A terceira limitação é metodológica: o modelo ADDIE, mesmo articulado a elementos da Engenharia Didática, opera predominantemente em registro *a priori*, sem o momento de análise *a posteriori* que caracterizaria validação mais robusta.

Como agenda de pesquisa futura, propõe-se: a aplicação da sequência em turmas reais do 6º ano do Ensino Fundamental, em estudo qualitativo com análise *a posteriori* no quadro da Engenharia Didática; a investigação dos processos de apropriação docente da proposta, incluindo eventuais transposições didáticas operadas pelos professores; o estudo comparativo entre turmas que utilizam a sequência visual e turmas submetidas ao ensino tradicional baseado em fatoração simultânea; e a ampliação da proposta para

outros conteúdos da aritmética escolar, como divisibilidade, números primos e frações.

Mais do que apresentar um conjunto fechado de atividades, esta pesquisa propõe um modo de compreender o ensino de Matemática em que a exploração, a descoberta e a construção de significados ocupam lugar central, em consonância com as orientações da Educação Matemática contemporânea. Espera-se, assim, contribuir para a prática docente e para o debate sobre estratégias didáticas que articulem rigor matemático, mediação tecnológica e protagonismo discente.

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, S. A.; COUTINHO, C. d. Q. e. S. Engenharia didática: características e seus usos em trabalhos apresentados no gt-19/anped. **Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 3, n. 1, p. 62–77, 2008.

ARCAVI, A. The role of visual representations in the learning of mathematics. **Educational Studies in Mathematics**, v. 52, n. 3, p. 215–241, 2003.

ARTIGUE, M. Ingeniería didáctica. In: ARTIGUE, M.; DOUADY, R.; MORENO, L.; GOMEZ, P. (Ed.). **Ingeniería didáctica en educación matemática**. México: Grupo Editorial Iberoamérica, 1995. p. 33–59.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular: Educação é a Base**. Brasília, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 11 maio 2026.

BRITO, E. R. G. et al. Mmc e mdc: como ensinar? um desafio para o professor. In: **Anais do III Congresso Nacional de Educação**. [S.l.]: Editora Realize, 2016.

BROUSSEAU, G. **Introdução ao estudo das situações didáticas: conteúdos e métodos de ensino**. São Paulo: Ática, 2008.

DOLZ, J.; NOVERRAZ, M.; SCHNEUWLY, B. **Gêneros orais e escritos na escola**. Campinas: Mercado de Letras, 2004.

DUVAL, R. **Sémiosis et pensée humaine: Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels**. Berne: Peter Lang, 1995.

DUVAL, R. A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. **Educational Studies in Mathematics**, v. 61, n. 1-2, p. 103–131, 2006.

MATHIAS, C. V.; SILVA, H. A.; LEIVAS, J. C. P. Provas sem palavras, visualização, animação e geogebra. **Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo**, v. 8, n. 2, 2019.

NETO, A. M. S. **Critérios de divisibilidade: desafios de aprendizagem em uma escola do campo**. Tese (Monografia (Licenciatura em Matemática)) — Universidade Estadual de Goiás, 2025.

PINTO, F. M. **O ensino do MMC e do MDC na Matemática: um estudo sobre métodos e possíveis aplicações em sala de aula**. Tese (Monografia (Licenciatura em Matemática)) — Instituto Federal de São Paulo, 2012.

PRESMEG, N. C. Research on visualization in learning and teaching mathematics: Emergence from psychology. In: GUTIÉRREZ, A.; BOERO, P. (Ed.). **Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: Past, Present and Future**. Rotterdam: Sense Publishers, 2006. p. 205–235.

UGALDE, M. C. P.; ROWEDER, C. Sequência didática: uma proposta metodológica de ensino-aprendizagem. **Revista de Estudos e Pesquisas sobre Ensino Tecnológico (EDUCITEC)**, v. 6, 2020.

VAZ, D. A. F.; JESUS, P. C. C. Uma sequência didática para o ensino da matemática com o software geogebra. **Estudos**, Goiânia, v. 41, n. 1, p. 59–75, 2014.

VERGNAUD, G. La théorie des champs conceptuels. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, v. 10, n. 2-3, p. 133–170, 1990.

ZABALA, A. **A prática educativa: como ensinar**. Porto Alegre: Artmed, 1998.

Apêndices

APÊNDICE A – CONSTRUÇÃO DAS OPERAÇÕES PICTÓRICAS NO GEOGEBRA

Este apêndice apresenta os comandos utilizados nas construções dinâmicas de frações pictóricas e operações associadas. O objetivo é permitir reprodução, adaptação e aperfeiçoamento por outros docentes.

A.1 REPRESENTAÇÃO DINÂMICA DE FRAÇÕES PICTÓRICAS

A primeira construção foi elaborada para representar uma fração por meio de uma malha retangular dinâmica. Para isso, foram utilizados dois controles deslizantes:

- d: representa o denominador da fração;
- n: representa o numerador da fração.

A partir desses controles, o GeoGebra organiza automaticamente a unidade em linhas e colunas, conforme o denominador selecionado.

Definição da quantidade de linhas

```
linhas = Se(d == 1, 1,
Se(d == 2, 1,
Se(d == 3, 1,
Se(d == 4, 2,
Se(d == 5, 1,
Se(d == 6, 2,
Se(d == 7, 1,
Se(d == 8, 2,
Se(d == 9, 3,
Se(d == 10, 2,
Se(d == 11, 1,
Se(d == 12, 3,
Se(d == 13, 1,
Se(d == 14, 2,
Se(d == 15, 3,
Se(d == 16, 4,
Se(d == 17, 1,
```

```
Se(d == 18, 3,
Se(d == 19, 1,
Se(d == 20, 4,
Se(d == 21, 3,
Se(d == 22, 2,
Se(d == 23, 1,
Se(d == 24, 4,
Se(d == 25, 5,
Se(d == 26, 2,
Se(d == 27, 3,
Se(d == 28, 4,
Se(d == 29, 1, 5))))))))))))))))))))))))))))
```

Definição da quantidade de colunas

```
colunas = d / linhas
```

Construção da malha quadriculada

```
quadrados = Sequência(
Sequência(
Polígono(
(j, -i),
(j + 1, -i),
(j + 1, -i - 1),
(j, -i - 1)
),
j, 0, colunas - 1),
i, 0, linhas - 1)
```

Representação visual do numerador

```
num = Sequência(
Polígono(
(Resto(k, colunas), -Quociente(k, colunas)),
(Resto(k, colunas) + 1, -Quociente(k, colunas)),
(Resto(k, colunas) + 1, -Quociente(k, colunas) - 1),
(Resto(k, colunas), -Quociente(k, colunas) - 1)
),
k, 0, n - 1)
```

Com essa construção, o denominador define a quantidade total de partes da unidade, enquanto o numerador determina quantas dessas partes serão destacadas.

A.2 CONSTRUÇÃO 2 – REPRESENTAÇÃO VISUAL DA SOMA DE FRAÇÕES

A segunda construção foi desenvolvida para representar geometricamente a soma de duas frações. Para isso, foram utilizados quatro controles deslizantes:

- d: denominador da primeira fração;
- n: numerador da primeira fração;
- $d1$: denominador da segunda fração;
- $n1$: numerador da segunda fração.

Controles deslizantes

```
d = ControleDeslizante(1, 10, 1, 1, 200, false, true, false, false)

n = ControleDeslizante(0, d, 1, 1, 200, false, true, false, false)

d1 = ControleDeslizante(1, 10, 1, 1, 200, false, true, false, false)

n1 = ControleDeslizante(0, d1, 1, 1, 200, false, true, false, false)
```

Definição das colunas das frações

```
colunas = d / linhas

colunas1 = d1 / linhas1
```

Construção da segunda malha com deslocamento horizontal

```
quadrados1 = Sequência(
Sequência(
Polígono(
(j + 8, -i),
(j + 9, -i),
(j + 9, -i - 1),
(j + 8, -i - 1)
```

```
),
j, 0, colunas1 - 1),
i, 0, linhas1 - 1)
```

Representação visual do numerador da segunda fração

```
num1 = Sequência(
Polígono(
(Resto(k, colunas1) + 8,
-Quociente(k, colunas1)),
(Resto(k, colunas1) + 9,
-Quociente(k, colunas1)),
(Resto(k, colunas1) + 9,
-Quociente(k, colunas1) - 1),
(Resto(k, colunas1) + 8,
-Quociente(k, colunas1) - 1)
),
k, 0, n1 - 1)
```

Comandos para a soma de frações

```
nSoma = n * d1 + n1 * d

dSoma = d * d1
```

Exibição do resultado

```
Texto(n + "/" + d + " + " + n1 + "/" + d1
+ " = " + nSoma + "/" + dSoma, (2,-7))
```

A construção permite que o estudante observe geometricamente a necessidade de reorganizar a unidade em partes equivalentes antes de realizar a soma de frações com denominadores diferentes.

A.3 ADAPTAÇÃO PARA A REPRESENTAÇÃO PICTÓRICA DE OPERAÇÕES COM FRAÇÕES

A estrutura utilizada na soma pode ser adaptada para representar outras operações envolvendo frações, como subtração, multiplicação e divisão.

Subtração de frações

Para representar a diferença entre frações, altera-se apenas o sinal utilizado no comando do numerador da operação.

```
nSoma = n * d1 - n1 * d
```

```
dSoma = d * d1
```

Multiplicação de frações

Para a multiplicação, não é necessário construir denominadores comuns. Basta multiplicar numeradores e denominadores diretamente.

```
nSoma = n * n1
```

```
dSoma = d * d1
```

Divisão de frações

Para a divisão, utiliza-se a ideia de inversão da segunda fração.

```
nSoma = n * d1
```

```
dSoma = d * n1
```

Essas adaptações permitem ampliar o uso da construção dinâmica, favorecendo a investigação visual de diferentes operações com frações e fortalecendo a articulação entre representações geométricas e procedimentos algébricos.

APÊNDICE B – CONSTRUÇÃO DO MDC NO GEOGEBRA

Este apêndice apresenta a construção desenvolvida no GeoGebra para representar o Máximo Divisor Comum (MDC) por meio de uma abordagem pictórica. A proposta consiste em representar dois números como as dimensões de um retângulo e investigar qual é o maior quadrado capaz de ladrilhar completamente essa região.

B.1 OBJETIVO DA CONSTRUÇÃO

A construção tem como finalidade permitir que o estudante visualize o MDC como a maior medida comum capaz de dividir simultaneamente duas grandezas. Além disso, a construção estabelece relação com o Algoritmo de Euclides, pois evidencia a decomposição sucessiva de um retângulo em quadrados.

B.2 CONTROLES DESLIZANTES

Foram utilizados dois controles deslizantes:

- a: representa a medida horizontal do retângulo;
- b: representa a medida vertical do retângulo.

```
a = ControleDeslizante(1, 30, 1, 1, 200, false, true, false, false)

b = ControleDeslizante(1, 30, 1, 1, 200, false, true, false, false)
```

B.3 CONSTRUÇÃO DO RETÂNGULO

```
A = (0, 0)

B = (a, 0)

C = (a, b)

D = (0, b)

retangulo = Polígono(A, B, C, D)
```

B.4 CONSTRUÇÃO DA MALHA UNITÁRIA

A malha unitária auxilia a contagem visual das medidas do retângulo e permite que o estudante perceba a relação entre área, divisão e medida comum.

```
malhaVertical = Sequência(
Segmento((i, 0), (i, b)),
i, 0, a)

malhaHorizontal = Sequência(
Segmento((0, j), (a, j)),
j, 0, b)
```

B.5 CÁLCULO DO MDC

```
mdc = MDC(a, b)
```

B.6 CONSTRUÇÃO DOS QUADRADOS DE LADO IGUAL AO MDC

Após calcular o valor do MDC, a região retangular é ladrilhada por quadrados de lado igual a essa medida.

```
quadradosMDC = Sequência(
Sequência(
Polígono(
(i * mdc, j * mdc),
((i + 1) * mdc, j * mdc),
((i + 1) * mdc, (j + 1) * mdc),
(i * mdc, (j + 1) * mdc)
),
i, 0, a / mdc - 1),
j, 0, b / mdc - 1)
```

B.7 TEXTO EXPLICATIVO

```
Texto("MDC(" + a + ", " + b + ") = " + mdc, (0, -2))
```

B.8 INTERPRETAÇÃO PEDAGÓGICA

A construção permite que os estudantes observem que o MDC corresponde ao maior lado possível de um quadrado que ladrilha completamente o retângulo formado pelas medidas a e b. Assim, a ideia de divisor comum deixa de ser apenas um procedimento numérico e passa a ser compreendida visualmente como uma medida comum.

APÊNDICE C – CONSTRUÇÃO DO MMC NO GEOGEBRA

Este apêndice apresenta a construção desenvolvida no GeoGebra para representar o Mínimo Múltiplo Comum (MMC) por meio de uma situação geométrica baseada em uma trajetória dentro de um retângulo. A proposta consiste em observar o movimento de uma trajetória diagonal que reflete nas bordas até atingir uma caçapa, permitindo relacionar o número de diagonais percorridas ao MMC das dimensões do retângulo.

C.1 OBJETIVO DA CONSTRUÇÃO

A construção tem como objetivo favorecer a compreensão do MMC como o menor múltiplo comum entre duas medidas. No contexto geométrico, o MMC aparece como a menor quantidade de avanços unitários necessária para que a trajetória encontre simultaneamente uma borda vertical e uma borda horizontal, chegando a uma caçapa.

C.2 CONTROLES DESLIZANTES

Foram utilizados dois controles deslizantes:

- a: representa a largura do retângulo;
- b: representa a altura do retângulo.

```
a = ControleDeslizante(1, 20, 1, 1, 200, false, true, false, false)

b = ControleDeslizante(1, 20, 1, 1, 200, false, true, false, false)
```

C.3 CONSTRUÇÃO DO RETÂNGULO

```
A = (0, 0)

B = (a, 0)

C = (a, b)

D = (0, b)
```

```
mesa = Polígono(A, B, C, D)
```

C.4 CONSTRUÇÃO DA MALHA QUADRICULADA

```
linhasVerticais = Sequência(
Segmento((i, 0), (i, b)),
i, 0, a)

linhasHorizontais = Sequência(
Segmento((0, j), (a, j)),
j, 0, b)
```

C.5 CÁLCULO DO MMC

```
mmc = MMC(a, b)
```

C.6 TRAJETÓRIA POR REFLEXÃO

Para representar a trajetória de forma simplificada, utiliza-se o princípio da reflexão. Em vez de alterar a direção da trajetória a cada colisão com a borda, considera-se que o retângulo é refletido sucessivamente, transformando o percurso em uma linha reta.

```
trajetoriaRefletida = Segmento((0, 0), (mmc, mmc))
```

C.7 PONTO FINAL DA TRAJETÓRIA

```
pontoFinal = (mmc, mmc)
```

C.8 TEXTO EXPLICATIVO

```
Texto("MMC(" + a + ", " + b + ") = " + mmc, (0, -2))

Texto("Quantidade de diagonais unitárias percorridas: "
+ mmc, (0, -3))
```

C.9 INTERPRETAÇÃO PEDAGÓGICA

A construção permite que os estudantes visualizem que o MMC corresponde ao menor número que é múltiplo simultaneamente de a e de b. No modelo geométrico, esse valor indica o primeiro instante em que a trajetória completa um número inteiro de larguras e alturas, chegando a uma caçapa do retângulo.

Além do aspecto algorítmico, a proposta favorece uma interpretação geométrica do conceito, permitindo que os estudantes associem o MMC à sincronização de movimentos periódicos e à repetição de padrões. O uso do princípio da reflexão transforma uma trajetória com sucessivas mudanças de direção em um único segmento de reta, simplificando a visualização e evidenciando a relação entre o percurso realizado e o menor múltiplo comum das dimensões do retângulo.

Essa abordagem amplia as possibilidades de exploração em sala de aula, estimulando a formulação de conjecturas, a experimentação com diferentes dimensões e a comparação entre os resultados obtidos visualmente e aqueles determinados pelos procedimentos aritméticos tradicionais.

APÊNDICE D – PLANO E AULA DO BLOCO 1

D.1 INTRODUÇÃO E JUSTIFICATIVA

Este bloco tem como objetivo diagnosticar os conhecimentos prévios dos estudantes sobre frações e operações com frações, utilizando representações pictóricas no GeoGebra. A proposta busca favorecer a visualização das partes de uma unidade, a compreensão do numerador e do denominador e a interpretação geométrica das operações.

A atividade justifica-se pela necessidade de superar uma abordagem exclusivamente algorítmica das frações, possibilitando que os estudantes compreendam o significado das operações antes da formalização dos procedimentos.

D.2 MANUAL DO PROFESSOR

Objetivo da atividade

Investigar e desenvolver a compreensão dos estudantes sobre frações e operações com frações por meio de representações pictóricas dinâmicas no GeoGebra.

Tempo estimado

- Apresentação da proposta: 10 minutos;
- Exploração inicial da representação de frações: 20 minutos;
- Atividade guiada com soma e subtração: 30 minutos;
- Discussão coletiva e sistematização: 20 minutos;
- Registro individual dos estudantes: 20 minutos.

Materiais

- computador, notebook, tablet ou celular com acesso ao GeoGebra;
- projetor multimídia;
- atividade impressa;
- quadro e pincel.

Desenvolvimento

Inicialmente, o professor apresentará uma fração simples e discutirá com os estudantes o significado do numerador e do denominador. Em seguida, utilizará a construção dinâmica no GeoGebra para representar diferentes frações em uma malha retangular.

Após essa etapa, os estudantes deverão observar como a unidade é dividida e como o numerador indica a quantidade de partes destacadas. Na sequência, o professor apresentará a soma de duas frações e discutirá a necessidade de reorganizar a unidade em partes equivalentes.

Durante a exploração da construção dinâmica, recomenda-se que o professor proponha questionamentos como:

- O que representa o denominador na figura?
- O que acontece quando alteramos apenas o numerador?
- Por que duas frações precisam estar divididas em partes equivalentes para serem somadas?
- Como a representação geométrica ajuda a compreender o algoritmo da soma?

A formalização algébrica deverá ocorrer somente após a exploração visual, permitindo que os estudantes construam inicialmente uma compreensão intuitiva das operações.

D.3 MANUAL DO ALUNO

Objetivo da atividade

Compreender frações e operações com frações por meio de representações visuais construídas no GeoGebra.

Orientações

1. Observe a fração apresentada pelo professor.
2. Identifique o numerador e o denominador.
3. Modifique os valores nos controles deslizantes.
4. Registre o que acontece com a figura quando o denominador muda.
5. Compare duas frações e observe como a soma é representada.
6. Responda às questões propostas na atividade impressa.

D.4 AVALIAÇÃO

A avaliação será realizada de forma processual, considerando:

- a participação nas discussões propostas;
- a capacidade de interpretar as representações pictóricas;
- a compreensão da relação entre numerador, denominador e unidade;
- a identificação da necessidade de partes equivalentes para realizar operações;
- os registros produzidos durante a atividade.

D.5 CONSIDERAÇÕES PEDAGÓGICAS

A utilização do GeoGebra como recurso didático possibilita que os estudantes manipulem diretamente as representações das frações, estabelecendo relações entre linguagem geométrica e linguagem algébrica.

Ao favorecer a exploração, a formulação de hipóteses e a validação por meio da observação, a atividade aproxima-se da perspectiva das demonstrações sem palavras e das metodologias investigativas, promovendo uma aprendizagem mais significativa e reduzindo a memorização mecânica de algoritmos.

APÊNDICE E – PLANO E AULA DO BLOCO 2

E.1 INTRODUÇÃO E JUSTIFICATIVA

Este bloco tem como objetivo desenvolver o conceito de Máximo Divisor Comum (MDC) por meio de uma abordagem visual e geométrica. A atividade parte da ideia de ladrilhamento de retângulos, em que os estudantes investigam qual é o maior quadrado capaz de dividir simultaneamente duas medidas.

A proposta justifica-se por possibilitar que o estudante compreenda o MDC como uma medida comum, e não apenas como resultado de um algoritmo numérico. A construção favorece a formulação de conjecturas, a exploração de padrões e a relação entre representações geométricas e procedimentos algébricos.

E.2 MANUAL DO PROFESSOR

Objetivo da atividade

Construir o conceito de Máximo Divisor Comum (MDC) como a maior medida capaz de dividir simultaneamente duas ou mais grandezas, estabelecendo relações entre a abordagem pictórica e o Algoritmo de Euclides.

Tempo estimado

- Retomada da ideia de divisor: 15 minutos;
- Apresentação da situação geométrica: 15 minutos;
- Exploração no GeoGebra: 30 minutos;
- Relação com o Algoritmo de Euclides: 25 minutos;
- Sistematização e registro: 15 minutos.

Materiais

- atividade impressa contendo malhas quadriculadas;
- régua;

- computador com o software GeoGebra instalado;
- projetor multimídia;
- tela de projeção ou parede adequada para exibição;
- quadro e pincel.

Desenvolvimento

O professor iniciará retomando os conceitos de divisor e divisor comum por meio de exemplos simples do cotidiano, incentivando os estudantes a identificar medidas que dividem simultaneamente diferentes segmentos.

Em seguida, será apresentado um retângulo construído no GeoGebra, cujas dimensões poderão ser alteradas por meio de controles deslizantes. Os estudantes serão convidados a investigar qual é o maior quadrado capaz de preencher completamente essa região sem deixar espaços vazios.

Após a exploração inicial, o professor conduzirá uma discussão coletiva, estimulando os estudantes a comparar diferentes exemplos e formular hipóteses sobre a relação entre o lado do quadrado obtido e os divisores das medidas do retângulo.

Na sequência, será apresentada a decomposição sucessiva do retângulo em quadrados, estabelecendo uma conexão visual com o Algoritmo de Euclides. Os estudantes poderão observar que o processo geométrico produz exatamente o mesmo resultado obtido pelo algoritmo das divisões sucessivas.

Questões norteadoras

Durante a atividade, recomenda-se que o professor proponha perguntas como:

- Qual é o maior quadrado que consegue preencher completamente o retângulo?
- Por que quadrados maiores deixam espaços vazios?
- O que esse lado representa em relação às duas medidas do retângulo?
- Existe relação entre essa construção e os divisores dos números?
- O que acontece quando alteramos as dimensões do retângulo?

E.3 MANUAL DO ALUNO

Objetivo da atividade

Compreender o MDC como a maior medida comum capaz de dividir duas grandezas utilizando representações geométricas.

Orientações

1. Observe o retângulo apresentado pelo professor.
2. Identifique suas dimensões.
3. Investigue qual é o maior quadrado capaz de preencher completamente a figura.
4. Registre a medida do lado desse quadrado.
5. Compare o resultado obtido com o valor do MDC calculado pelo algoritmo.
6. Explique, com suas palavras, por que esse valor representa o Máximo Divisor Comum.

E.4 AVALIAÇÃO

A avaliação será realizada continuamente durante toda a atividade, considerando:

- a participação nas discussões propostas;
- a capacidade de interpretar as representações geométricas;
- a identificação correta do maior quadrado capaz de ladrilhar o retângulo;
- a compreensão da relação entre a construção visual e o Algoritmo de Euclides;
- os registros produzidos pelos estudantes durante a atividade.

E.5 CONSIDERAÇÕES PEDAGÓGICAS

A proposta busca favorecer uma aprendizagem investigativa, em que o estudante constrói o conceito de Máximo Divisor Comum a partir da observação, da experimentação e da argumentação matemática.

Ao interpretar o MDC como uma medida geométrica comum, o estudante passa a compreender o significado do conceito antes da aplicação de algoritmos formais. A utilização do GeoGebra amplia essa possibilidade ao permitir alterações dinâmicas nas dimensões do retângulo, possibilitando a formulação de conjecturas, a comparação de diferentes exemplos e a validação das propriedades observadas.

Dessa forma, a atividade integra representações geométricas e algébricas, contribuindo para uma aprendizagem mais significativa e para o desenvolvimento do raciocínio matemático.

APÊNDICE F – PLANO E AULA DO BLOCO 3

F.1 INTRODUÇÃO E JUSTIFICATIVA

Este bloco tem como objetivo desenvolver o conceito de Mínimo Múltiplo Comum (MMC) por meio de uma construção geométrica baseada em trajetórias diagonais em uma malha retangular. A proposta busca mostrar que o MMC corresponde ao menor valor que é múltiplo simultaneamente de duas medidas.

A atividade fundamenta-se na ideia de uma mesa de sinuca matemática, na qual uma trajetória diagonal percorre sucessivamente quadrados unitários até atingir uma caçapa. A quantidade de diagonais percorridas corresponde ao Mínimo Múltiplo Comum das dimensões do retângulo.

Essa abordagem permite que o estudante compreenda o MMC como um fenômeno geométrico associado à repetição de padrões, favorecendo uma aprendizagem significativa antes da formalização do algoritmo tradicional.

F.2 MANUAL DO PROFESSOR

Objetivo da atividade

Construir o conceito de Mínimo Múltiplo Comum (MMC) como o menor múltiplo comum entre duas grandezas, utilizando uma trajetória geométrica em uma malha quadriculada.

Tempo estimado

- Retomada da ideia de múltiplos: 15 minutos;
- Apresentação da mesa de sinuca matemática: 15 minutos;
- Exploração da construção no GeoGebra: 35 minutos;
- Discussão sobre o princípio da reflexão: 20 minutos;
- Sistematização e registro das conclusões: 15 minutos.

Materiais

- atividade impressa contendo malhas quadriculadas;
- régua;
- computador com o software GeoGebra instalado;
- projetor multimídia;
- tela de projeção ou parede adequada para exibição;
- quadro e pincel.

Desenvolvimento

O professor iniciará retomando a definição de múltiplo e múltiplo comum por meio de exemplos simples e da construção de sequências numéricas.

Em seguida, apresentará uma mesa retangular subdividida em quadrados unitários e explicará que uma bola parte de uma caçapa seguindo uma trajetória diagonal de 45°, refletindo nas bordas da mesa até atingir outra caçapa.

Inicialmente, os estudantes deverão prever em qual ponto a trajetória terminará e quantos quadrados serão percorridos.

Após esse momento investigativo, será utilizada a construção dinâmica no GeoGebra, permitindo alterar livremente as dimensões da mesa e observar como a trajetória se modifica.

Na sequência, será apresentado o princípio da reflexão, interpretando cada reflexão como uma continuação da trajetória em uma cópia refletida do retângulo. Dessa forma, o percurso passa a ser representado por um único segmento de reta, tornando evidente que a quantidade de diagonais unitárias percorridas corresponde ao Mínimo Múltiplo Comum das dimensões do retângulo.

Por fim, o professor relacionará a construção visual com o algoritmo tradicional do MMC, destacando que ambos conduzem exatamente ao mesmo resultado.

Questões norteadoras

Durante a atividade, recomenda-se que o professor proponha perguntas como:

- O que acontece quando a trajetória encontra uma borda da mesa?
- Existe um padrão no percurso realizado?
- Em que momento a trajetória alcança novamente uma caçapa?
- Quantas diagonais unitárias foram percorridas?

- Qual relação existe entre essa quantidade e os múltiplos das dimensões da mesa?
- Como essa construção se relaciona com o conceito de MMC?

F.3 MANUAL DO ALUNO

Objetivo da atividade

Compreender o conceito de Mínimo Múltiplo Comum por meio da observação de uma trajetória geométrica em uma malha retangular.

Orientações

1. Observe as dimensões da mesa apresentada pelo professor.
2. Acompanhe o percurso realizado pela trajetória diagonal.
3. Conte a quantidade de diagonais unitárias percorridas até atingir uma caçapa.
4. Registre esse valor.
5. Calcule o MMC das dimensões do retângulo utilizando o método tradicional.
6. Compare os dois resultados obtidos.
7. Explique, com suas palavras, a relação entre a trajetória observada e o MMC.

F.4 AVALIAÇÃO

A avaliação ocorrerá durante todo o desenvolvimento da atividade, considerando:

- a participação nas discussões propostas;
- a capacidade de identificar padrões na trajetória;
- a interpretação correta da representação geométrica;
- a compreensão da relação entre o percurso realizado e o conceito de MMC;
- a comparação entre a abordagem visual e o procedimento algorítmico;
- os registros produzidos pelos estudantes ao longo da atividade.

F.5 CONSIDERAÇÕES PEDAGÓGICAS

Esta proposta procura transformar o conceito de Mínimo Múltiplo Comum em uma experiência visual e investigativa, permitindo que o estudante construa significados antes da formalização dos procedimentos algébricos.

A utilização do princípio da reflexão favorece a compreensão geométrica do problema, enquanto a construção dinâmica no GeoGebra possibilita a experimentação com diferentes dimensões, estimulando a formulação de conjecturas e a validação de resultados.

Ao relacionar movimentos periódicos, trajetórias e múltiplos comuns, a atividade amplia as possibilidades de ensino do MMC, aproximando conceitos abstratos de representações concretas e fortalecendo o desenvolvimento do raciocínio matemático.

APÊNDICE G – PLANO E AULA DO BLOCO 4

G.1 INTRODUÇÃO E JUSTIFICATIVA

Este bloco tem como objetivo sistematizar os conceitos de Mínimo Múltiplo Comum (MMC) e Máximo Divisor Comum (MDC) desenvolvidos nos blocos anteriores, promovendo a articulação entre as representações geométricas, os procedimentos algorítmicos e a resolução de situações-problema.

A proposta busca consolidar a aprendizagem por meio da comparação entre os dois conceitos, incentivando os estudantes a identificar quando cada um deles deve ser utilizado e a justificar matematicamente suas escolhas. Dessa forma, pretende-se superar a utilização mecânica de algoritmos, favorecendo uma compreensão conceitual baseada em investigação, argumentação e visualização geométrica.

G.2 MANUAL DO PROFESSOR

Objetivo da atividade

Consolidar os conceitos de MMC e MDC, diferenciando suas aplicações em situações-problema e relacionando os procedimentos numéricos às representações geométricas desenvolvidas nas aulas anteriores.

Tempo estimado

- Retomada dos blocos anteriores: 15 minutos;
- Comparação entre MMC e MDC: 20 minutos;
- Resolução de situações-problema: 35 minutos;
- Socialização das estratégias utilizadas: 20 minutos;
- Registro final e avaliação: 10 minutos.

Materiais

- atividade impressa contendo situações-problema;
- construções do GeoGebra desenvolvidas nos blocos anteriores;

- projetor multimídia;
- computador com GeoGebra;
- quadro e pincel.

Desenvolvimento

O professor iniciará retomando as construções geométricas utilizadas para representar o MDC e o MMC, solicitando que os estudantes expliquem, com suas próprias palavras, o significado de cada conceito.

Em seguida, será construída coletivamente uma tabela comparativa destacando as principais características de cada conteúdo:

MMC	MDC
Relaciona-se aos múltiplos	Relaciona-se aos divisores
Menor múltiplo comum	Maior divisor comum
Encontro de ciclos	Maior medida comum
Ideia de repetição	Ideia de divisão em partes iguais

Após essa sistematização, serão apresentadas situações-problema envolvendo organização de eventos, sincronização de horários, divisão de materiais, ladrilhamentos e agrupamentos.

Os estudantes deverão analisar cada problema, identificar qual conceito é adequado para sua resolução e justificar matematicamente sua escolha antes de realizar os cálculos.

Durante toda a atividade, o professor deverá estimular diferentes estratégias de resolução, valorizando argumentos visuais, representações geométricas e procedimentos algorítmicos.

Questões norteadoras

Sugere-se que o professor conduza a discussão utilizando perguntas como:

- O problema envolve repetição ou divisão?
- Estamos procurando um múltiplo ou um divisor?
- Existe uma representação geométrica para essa situação?
- Como podemos justificar nossa resposta além do cálculo?
- A construção visual confirma o resultado obtido pelo algoritmo?

G.3 MANUAL DO ALUNO

Objetivo da atividade

Aplicar os conceitos de MMC e MDC em diferentes situações-problema, compreendendo o significado matemático de cada procedimento.

Orientações

1. Leia atentamente cada situação proposta.
2. Identifique se o problema envolve múltiplos ou divisores.
3. Registre qual conceito será utilizado (MMC ou MDC).
4. Justifique sua escolha antes de realizar os cálculos.
5. Resolva o problema utilizando o método que considerar mais adequado.
6. Sempre que possível, represente a situação por meio de desenhos, esquemas ou construções geométricas.
7. Compare sua estratégia com a dos demais colegas durante a discussão coletiva.

G.4 AVALIAÇÃO

A avaliação será realizada de forma processual, considerando:

- participação nas discussões e atividades propostas;
- capacidade de diferenciar os conceitos de MMC e MDC;
- utilização adequada das representações geométricas;
- coerência das justificativas apresentadas;
- resolução correta das situações-problema;
- desenvolvimento da argumentação matemática.

G.5 CONSIDERAÇÕES PEDAGÓGICAS

Este bloco encerra a sequência didática retomando os conceitos construídos ao longo das atividades anteriores e promovendo sua integração em um contexto mais amplo de resolução de problemas.

Ao relacionar procedimentos algorítmicos, representações geométricas e argumentação matemática, a proposta contribui para uma aprendizagem significativa, permitindo que os estudantes compreendam não apenas como calcular MMC e MDC, mas principalmente quando e por que utilizar cada conceito.

A utilização das construções desenvolvidas no GeoGebra ao longo da sequência fortalece a visualização matemática e favorece a formulação de conjecturas, a validação de resultados e o desenvolvimento do pensamento investigativo, alinhando-se aos objetivos da proposta pedagógica apresentada neste trabalho.