Instituto Federal de Brasília
Campus Estrutural
Licenciatura em
matemática

THIAGO FERREIRA LOPES DE OLIVEIRA

USO DO SOFTWARE GEOGEBRA PARA O ENSINO DO CONCEITO DE LIMITES

Brasília 2024

THIAGO FERREIRA LOPES DE OLIVEIRA

USO DO SOFTWARE GEOGEBRA PARA O ENSINO DO CONCEITO DE LIMITES

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado na disciplina Trabalho de Conclusão de Curso, para obtenção de nota em Licenciatura em Matemática, do campus Estrutural, do Instituto Federal de Brasília (IFB).

Orientador(a): Prof. Me. Alcyone César Pereira Silva.

Brasília 2024

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Brasília

ANEXO 4 - FICHA DE APROVAÇÃO EM BANCA EXAMINADORA

Trabalho de Conclusão de Curso

Discente: THIAGO FERREIRA LOPES DE OLIVEIRA

Título: USO DO SOFTWARE GEOGEBRA PARA O ENSINO DO CONCEITO DE LIMITES

Trabalho aprovado em: 23/09/2024.

Brasília - DF, 23 de Setembro de 2024.

Banca Examinadora

Prof. Me. Alcyone César Pereira Silva

Orientador (Presidente)

Prof. Dra. Ana Maria Libório de Oliveira

Examinadora (membro)

Prof Me. Pedro Carvalho Brom

Examinador (membro)

Documento assinado eletronicamente por:

- **Alcyone Cesar Pereira Silva**, **PROFESSOR ENS BASICO TECN TECNOLOGICO**, em 24/09/2024 09:26:08.
- **Ana Maria Liborio de Oliveira**, **PROFESSOR ENS BASICO TECN TECNOLOGICO**, em 24/09/2024 09:55:16.
- **Pedro Carvalho Brom**, **PROFESSOR ENS BASICO TECN TECNOLOGICO**, em 24/09/2024 09:59:52.

Este documento foi emitido pelo SUAP em 22/09/2024. Para comprovar sua autenticidade, faça a leitura do QRCode ao lado ou acesse https://suap.ifb.edu.br/autenticar-documento/ e forneça os dados abaixo:

Código Verificador: 565014
Código de Autenticação: 91007b09f2

RESUMO: Este trabalho verifica a eficácia do *software* GeoGebra como ferramenta didática no ensino e aprendizagem do conceito de limites no cálculo diferencial e integral. A escolha do GeoGebra se deve às dificuldades tradicionais enfrentadas no ensino de limites, como a abstração e a visualização dos conceitos. A pesquisa, de natureza mista, combina métodos qualitativos e quantitativos, estruturada em três etapas principais: revisão bibliográfica, aplicação de questionário e análise de dados. A revisão bibliográfica aborda o conceito de limites, as dificuldades enfrentadas pelos estudantes e o uso de Recursos Educacionais Digitais como estratégia didática. O questionário, aplicado a vinte e quatro estudantes que compõem uma amostra heterogênea quanto ao seu nível matemático, matriculados no curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Brasília, visa avaliar a percepção dos estudantes sobre o uso do GeoGebra e seu impacto no entendimento de limites. A análise dos dados quantitativos utilizou técnicas de estatística descritiva, enquanto os dados qualitativos foram analisados por meio de análise de conteúdo. Os resultados de relevância onde cinquenta por cento dos respondentes indicam totalmente o uso do GeoGebra, isso, conjunto com mais dados relatam que ele não apenas facilita a visualização e compreensão de conceitos matemáticos complexos, mas também promove uma aprendizagem mais interativa e colaborativa. Este estudo contribui para o desenvolvimento de novas práticas pedagógicas para melhorar o ensino de matemática, oferecendo uma perspectiva inovadora sobre a internalização dos fundamentos matemáticos.

Palavras chave: Cálculo Diferencial. Tecnologia Educacional. Aprendizagem Ativa.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO **4**
2 OBJETIVOS **6**
2.1 Objetivo geral 6
2.2 Objetivos específicos 6
3 REFERENCIAL TEÓRICO **7**
3.1 O conceito de limite no cálculo diferencial e integral 7
3.2 As dificuldades dos estudantes 8
3.3 O uso de recursos educacionais digitais como estratégia didática 9
3.4 O papel do GeoGebra como recurso educacional digital e como objeto de aprendizagem 10
4 METODOLOGIA **11**
4.1 Revisão bibliográfica 11
4.2 Aplicação de questionário 11
5 ANÁLISE E DISCUSSÃO DE RESULTADOS **13**
5.1 Análise das vantagens do recurso gráfico do GeoGebra 13
5.2 Análise das desvantagens do recurso gráfico do GeoGebra 14
5.3 Utilidade do GeoGebra no aprendizado do conceito de limite 14
5.4 Nível de Utilização; Frequência; Familiaridade e Relevância do GeoGebra segundo os respondentes 14
5.5 Nível de formação acadêmica dos respondentes 17
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS **18**
REFERÊNCIAS **19**
APÊNDICE - QUESTIONÁRIO **21**
ANEXO **23**

1 INTRODUÇÃO

No mundo moderno, as novas tecnologias estão presentes em várias, senão todas, as facetas da vida cotidiana do indivíduo. As Tecnologias da Informação e Comunicação (TICs) e as Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDICs) são agregadas tanto para necessidades sociais quanto pessoais. Entretanto, sua utilização no âmbito acadêmico ainda é pouco explorada, trazendo a interrogativa de como incluí-las e usá-las para contribuir no processo de ensino-aprendizagem dos estudantes e entidades escolares.

O GeoGebra é um *software* criado para auxiliar no aprendizado de matemática e se encaixa na definição de Objetos de Aprendizagem (OAs), que são recursos educacionais que oferecem suporte ao processo de ensino e aprendizagem, possibilitando interatividade, colaboração e engajamento dos estudantes no processo de construção do conhecimento (Braga, 2013).

Tais aparatos digitais tornam-se indispensáveis para um ensino mais dinâmico e ativo necessitando de um ambiente próprio e equipado para essa inclusão. Em referência ao uso de ambientes informatizados, Amorim (2011) assinala que:

> No que concerne à matemática, o enfoque deve incidir na questão do pensamento matemático e da generalidade do modelo em um ambiente computacional, através de softwares próprios, feitos por designers, no ensino computacional, para que os estudantes possam, de maneira clara e prazerosa, interagir com a referida disciplina. Realmente, os ambientes informatizados são ferramentas de grande potencial no processo de ensino-aprendizagem, pois tornam as ações, reflexões e abstrações dos aprendizes mais naturais e intensas.(Amorim, 2011 p. 32-33).

Conforme Amorim, as ferramentas disponíveis nos ambientes informatizados atuam no sentido de tornar o processo ensino-aprendizagem mais prazeroso e mais natural.

Conquanto sua relevância, muitos estudantes enfrentam adversidades no aprendizado do cálculo, especialmente no entendimento do conceito de “limite”, que constitui a base para o desenvolvimento dos conceitos subsequentes de derivada e integral. Amorim (2011) esclarece que os estudantes apresentam uma dificuldade específica no entendimento das noções intuitivas de limite, derivada e integral. Com relação a limites de uma função, muitos ainda têm dificuldades em diferenciar a imagem de uma função do seu limite em um ponto.

Uma das possíveis causas dessas dificuldades é a falta dos aspectos intuitivos, algébricos e geométricos do conceito de limites, bem como das suas propriedades e notações. Com o intuito de minimizar essas dificuldades e auxiliar os estudantes, surge a questão de como o uso de recursos educacionais digitais existentes (Wolfram Alpha, MATLAB, Maple, Maxima, Scilab e GeoGebra) pode ser relevante nesse contexto.

O GeoGebra, ferramenta essa com finalidade pedagógica mostra-se em suas características por ser um *software* de livre acesso, gratuito, disponível online e offline em dispositivos digitais como: computadores, tablets e celulares. Compatível com diversos navegadores, viabiliza o seu fácil manejo e descomplica barreiras de uso, seja por recursos tecnológicos avançados, recursos monetários e habilidades computacionais complexas.

No ensino de limites, os objetos de aprendizagem podem complementar a compreensão dos estudantes de forma interativa, dinâmica, enriquecendo a aprendizagem e ajudando-os a desenvolver habilidades de raciocínio matemático. No ensino de matemática, podem ser usados para ilustrar conceitos abstratos e complexos, tornando-os mais acessíveis aos estudantes.

O GeoGebra é uma ferramenta particularmente eficiente que permite aos estudantes explorarem conceitos matemáticos de forma interativa, facilitando a compreensão e a visualização de fenômenos matemáticos complexos (Hohenwarter & Fuchs, 2004). É um recurso educacional digital com um objetivo pedagógico definido e que pode ser reutilizado em diferentes contextos educacionais. Sobre a distribuição de seus elementos gráficos, pode-se observar:

> Sua interface dispõe de uma janela de Álgebra e outra de Geometria, em que cada objeto geométrico criado possui uma correspondência algébrica, ou seja, existe uma interatividade entre a zona gráfica e zona algébrica de modo que tudo que é construído na zona gráfica o próprio software mostrando uma expressão algébrica que representa tal figura construída. Por ser um programa de Geometria Dinâmica, o GeoGebra facilita a investigação dos alunos, que podem movimentar os objetos e acompanhar as variações ocorridas, fazer conjecturas e testá-las, além de relacionar os conteúdos algébricos geométricos. (Amorim, 2011)

Concebendo a ideia de que o GeoGebra integra zonas gráficas e algébricas, isso facilita a investigação e o aprendizado ao permitir a exploração interativa.

A justificativa desse trabalho é pautada na importância do cálculo diferencial e integral para a formação acadêmica dos estudantes. Contudo, observa-se que as abordagens convencionais muitas vezes se mostram pouco eficazes para atender às necessidades diversificadas dos estudantes.

Diante da necessidade de superar as dificuldades de aprendizagem associadas ao conceito de limite no ensino do cálculo, o *software* GeoGebra se apresenta como uma ferramenta capaz de catalisar uma aprendizagem substancial, interativa e colaborativa. Nesse contexto, delineia-se que a proposta do presente trabalho pode contribuir para o avanço do conhecimento teórico e prático sobre o ensino e a aprendizagem de cálculo, além de tornar a educação matemática mais eficiente, dinâmica, natural e prazerosa.

2 OBJETIVOS

2.1 Objetivo geral

Verificar a influência e a eficácia do *software* GeoGebra como ferramenta didática no ensino do conceito de limites, com foco na melhoria da compreensão dos estudantes e no aprimoramento das práticas pedagógicas.

2.2 Objetivos específicos

- Revisar a literatura sobre o conceito de limites no cálculo diferencial e integral, destacando as principais dificuldades enfrentadas pelos estudantes em contextos acadêmicos.
- Avaliar a percepção dos estudantes sobre a utilização do GeoGebra na compreensão e motivação em relação ao conceito de limite, por meio de questionários quantitativos e qualitativos.
- Identificar as vantagens e desvantagens do uso do GeoGebra como recurso educacional digital no ensino de limites, com base nas respostas dos estudantes e na análise de sua eficácia pedagógica.

3 REFERENCIAL TEÓRICO

Neste tópico, serão apresentados os principais conceitos e abordagens que fundamentam este trabalho de conclusão de curso. Inicialmente, será feita uma revisão sobre o conceito de limite no cálculo diferencial e integral, destacando as suas definições, propriedades, notações e aplicações. Em seguida, serão discutidas as principais dificuldades dos estudantes em relação ao conceito de limites e as possíveis causas e consequências dessas dificuldades. Posteriormente, será abordado o uso de recursos educacionais digitais como uma estratégia didática para o ensino e a aprendizagem de cálculo de limites, enfatizando o papel do *software* GeoGebra como um recurso educacional digital como objeto de aprendizagem para o estudo de limites.

3.1 O conceito de limite no cálculo diferencial e integral

O conceito de limite é crucial, pois, no âmbito do referencial teórico, é imperativo aprofundar a compreensão do conceito de limites no cálculo diferencial e integral, uma vez que esse é o cerne do estudo proposto. O conceito de limites é alicerce para a construção de diversos conceitos matemáticos. Sua aplicação transcende a mera formalidade matemática, representando uma ferramenta fundamental para assegurar que as variações infinitesimais entre grandezas sejam infinitamente pequenas, tão diminutas quanto se queira. Essas características de limite conferem robustez e rigor às operações matemáticas, garantindo a solidez na base do cálculo.

O estudo dos limites, muitas vezes, marca o início do percurso acadêmico em disciplinas de cálculo, permeando os cursos de graduação nas mais diversas áreas do conhecimento. Essa primazia no currículo destaca a importância desse conceito, uma vez que sua compreensão é intrinsecamente ligada à assimilação de outros conceitos matemáticos avançados. Por exemplo, a derivada, uma das pedras angulares do cálculo, é definida como um limite.

Assim, a clareza e aprofundamento na compreensão dos limites são vitais não apenas para o seu entendimento exclusivo, mas também para o desenvolvimento subsequente de habilidades analíticas e conceituais dos estudantes. Esse é o ponto de partida crucial que fundamenta a relevância deste projeto, que se propõe a explorar como os recursos educacionais digitais, especialmente o *software* GeoGebra, podem potencializar o entendimento do conceito de limites no contexto do cálculo. Essa abordagem não somente enriquece o processo de ensino e aprendizagem, mas também visa oferecer uma perspectiva alternativa e inovadora sobre o modo como os fundamentos matemáticos podem ser internalizados de maneira mais dinâmica.

O conceito de limites é uma ferramenta matemática que proporciona uma compreensão profunda do comportamento de funções à medida que variáveis se aproximam de determinados valores. Sua construção baseia-se na ideia de proximidade, em que se analisa o comportamento de uma função $f(x)$ à medida que a variável x se aproxima de um determinado ponto, geralmente representado por "*a".*

Ainda, segundo James Stewart, em seu livro *Cálculo volume 1* (8°ed.): Seja *f* uma função definida em algum intervalo aberto que contenha o número *a*, exceto possivelmente no próprio *a*. Então dizemos que o **limite de f(x) quando x tende a *a***

é L, e escrevemos:

$$\lim_{x \to a} f(x) = L$$

se para todo número ε > 0 houver um número δ > 0 tal que

$$\text{se } 0 < |x - a| < \delta \text{ então } |f(x) - L| < \epsilon$$

A construção formal do conceito de limites envolve critérios rigorosos, conforme observado na definição acima. Similar a essa, encontra-se por autores renomados na área. Hamilton Luiz Guidorizzi, em seu livro *Cálculo 1* (5°ed.), e George B. Thomas *Cálculo 1* (12°ed.), fornecem definições detalhadas que seguem a abordagem epsilon-delta.

Zuchi (2005) afirma que as dificuldades relativas ao ensino e à aprendizagem do conceito de limite são conhecidas há muito tempo e datam de mais de dois mil e quinhentos anos de história, envolvendo os processos de conceitualização e instrumentalização do mesmo.

Estudos elementares que embasam essa construção teórica incluem o “definition of limit”, proposto por Augustin-Louis Cauchy (1789-1857), e o teorema do confronto, que estabelece relações entre limites de funções. Além de outros matemáticos como Karl Weierstrass e Bernhard Riemann que, em seus trabalhos, auxiliam a investigação e um entendimento mais aprofundado sobre o tema.

3.2 As dificuldades dos estudantes

A complexidade inerente ao conceito de limites e disciplinas que a sucedem é amplamente reconhecida, evidenciando um desafio substancial para os estudantes. Conforme vem sendo abordado por vários autores em pesquisas recorrentes (Costa; Oliveira, 2020, Vieira; Rios; Vasconcelos, 2019, Wisland; Freitas; Ishida, 2014, Pagani; Allevato, 2014, Garzella, 2013, Resende, 2003, Barufi, 1997), cadenciando em suas citações os autores evidenciam dificuldades de aprendizagem e altos índices de reprovação e evasão.

As dificuldades em assimilar esse conceito são multifacetadas, fundamentadas em dois fatores primordiais. O primeiro refere-se à sua natureza epistemológica complexa, que envolve nuances conceituais e propriedades matemáticas intrincadas. O segundo fator está ligado aos processos mentais exigidos para a aquisição desse conhecimento, os quais demandam um elevado nível de abstração por parte dos aprendizes.

Essa complexidade é evidenciada pelas inúmeras pesquisas em Educação Matemática como Amorim (2011), Soares (2017), que abordam o tema, destacando as recorrentes dificuldades dos estudantes em internalizar e aplicar os princípios fundamentais dos limites.

No entanto, mesmo sendo discutida na maior parte das disciplinas de Cálculo I, a noção de limite é uma das que geram maiores dificuldades de aprendizagem por parte dos alunos. Os problemas podem estar ligados à noção intuitiva, à definição formal, ao cálculo de limites ou à metodologia empregada pelos professores, entre tantos fatores. (Soares, 2017)

A natureza epistemológica do conceito de limites implica compreender não apenas o significado literal da definição matemática, mas também as implicações teóricas e práticas desse conceito no contexto do cálculo. A ideia de aproximação

infinitesimal, central para a compreensão dos limites, requer uma apreciação profunda das nuances matemáticas envolvidas. Além disso, a aplicação prática dos limites a problemas do mundo real exige uma transição efetiva do conhecimento teórico para sua utilização em situações concretas. Esse primeiro fator contribui significativamente para as dificuldades de aprendizagem, uma vez que exige uma compreensão holística e integrada do conceito.

O segundo fator, relacionado aos processos mentais, destaca-se pela necessidade de os estudantes desenvolverem habilidades cognitivas avançadas. A compreensão dos limites demanda, não apenas uma apreciação superficial, mas a capacidade de realizar inferências, visualizar conceitos abstratos e relacionar o conhecimento prévio de maneira eficaz. A abstração requerida para compreender os limites, especialmente quando envolvem situações infinitesimais, pode ser um obstáculo significativo para muitos estudantes. A transição de uma compreensão concreta para uma abstração mais elevada é frequentemente um desafio, demandando estratégias pedagógicas inovadoras para superar essa barreira.

A literatura em Educação Matemática ressalta consistentemente essas dificuldades enfrentadas pelos estudantes no aprendizado do conceito de limites.

As dificuldades relativas ao ensino e aprendizagem de Limite são encontradas ao longo da história da Matemática e começam a aparecer desde a noção intuitiva e foram se agravando com a definição formal do conceito. (Gontijo, 2022 p. 175)

Substancialmente se pode referir ao autor Ubiratan D'Ambrosio (1932-2021), reconhecido por seu trabalho em educação matemática crítica, abordando a necessidade de repensar abordagens pedagógicas para superar esses desafios. Em seu livro *Educação Matemática: Da teoria à prática* (2001), D'Ambrosio discute como a aprendizagem de conceitos matemáticos avançados, como os de limites, pode ser facilitada por meio de uma abordagem mais contextualizada e conectada às experiências dos estudantes.

3.3 O uso de recursos educacionais digitais como estratégia didática

Muito se tem discutido ao se utilizar recursos digitais, tais com o propósito de contribuir com a educação:

> Há pouco tempo atrás, a pergunta era: é possível utilizar o computador no ensino? Haja vista a crescente utilização dessa ferramenta pela sociedade atual, com sua presença cada vez mais marcante nos diversos serviços oferecidos à população, a questão central hoje passa a ser: como potencializar as atividades de ensino inseridas em um ambiente informatizado? (Zuchi, 2005 p. 20).

Os recursos educacionais digitais são ferramentas que podem ser usadas para auxiliar no processo de ensino e aprendizagem. Eles incluem uma ampla variedade de materiais, como vídeos, animações, jogos, simulações e objetos de aprendizagem. Considerando-se esse contexto, os REDs não apenas complementam a aprendizagem, mas também entregam autonomia aos estudantes em seu próprio processo de ensino e aprendizagem.

Com base nisso, os REDs podem ajudar os estudantes a sanar suas dificuldades e exponenciar seu entendimento. Por exemplo, o *software* GeoGebra pode ser usado para criar objetos de aprendizagem que ilustram o conceito de limites e ajudam os estudantes a visualizar sua aplicação.

Espera-se que os resultados desse trabalho possam contribuir para o

desenvolvimento de novas práticas pedagógicas que utilizem recursos educacionais digitais. As investigações matemáticas aliadas à incorporação de TDIC são importantes possibilidades na busca por aprendizagens mais significativas (BARBOSA, 2001). Além disso, espera-se que esta pesquisa possa fornecer informações valiosas sobre o modo como os objetos de aprendizagem podem ser usados para melhorar a compreensão dos estudantes sobre conceitos matemáticos complexos.

3.4 O papel do GeoGebra como recurso educacional digital e como objeto de aprendizagem

O GeoGebra é uma ferramenta educacional interativa desenvolvida por Markus Hohenwarter, professor na Universidade de Salzburgo, Áustria. Criado com o intuito de integrar dinamicamente álgebra, geometria e cálculo. O GeoGebra tem como finalidade proporcionar aos estudantes uma plataforma que os auxilie a visualizar e explorar conceitos matemáticos de maneira interativa, facilitando a compreensão de temas complexos. Por possuir uma interface intuitiva e de fácil manejo, ele é altamente adaptativo aos níveis de escolarização e assuntos propostos à aprendizagem. Podendo acessá-lo através do link: https://www.GeoGebra.org/ .

O GeoGebra, como objeto de aprendizagem no ensino ligado aos conceitos de Educação Matemática, tem papel fundamental e impactante na compreensão do estudo de limite no cálculo. Silva e Oliveira (2020), em suas pesquisas, exploram como o GeoGebra contribuiu, não apenas de forma teórica, mas de maneira prática no desenvolvimento de habilidades inerentes para o avanço acadêmico e profissional dos estudantes.

Corroborando esses achados, Costa e Souza (2019) destacaram a importância do GeoGebra como uma ferramenta que vai além da mera apresentação de conteúdo. Eles destacam que o *software* não apenas facilita o processo de ensino, mas também configura-se como um recurso catalisador no desenvolvimento de competências essenciais.

4 METODOLOGIA

A metodologia deste trabalho será com abordagem mista, combinando métodos qualitativos e quantitativos para investigar a eficácia do *software* GeoGebra no ensino e aprendizagem do conceito de limites. A metodologia foi estruturada em três etapas principais: revisão bibliográfica, aplicação de formulário com perguntas fechadas dispostas à parte quantitativa, onde foi utilizada uma técnica de estatística descritiva, e com perguntas discursivas destinadas à parte qualitativa, com uma técnica de análise de conteúdo.

4.1 Revisão bibliográfica

A primeira etapa consistiu em uma revisão bibliográfica sobre o conceito de limites no cálculo diferencial e integral, as dificuldades enfrentadas pelos estudantes na compreensão desse conceito e o uso de Recursos Educacionais Digitais (RED) como estratégia didática.

Pesquisadores vêm se preocupando com a questão da aprendizagem de estudantes no ensino de cálculo (Frota, (2001 e 2002); Lachini, (2001); Pinto (2001) e Sad, (1998)).

Em decorrência de abordagens metodológicas tradicionais, geralmente caracterizadas pela transmissão de conceitos e resolução de exercícios fechados com ênfase no treinamento algébrico, são apontados índices alarmantes de reprovação e evasão nas disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral (Costa; Oliveira, 2020, Vieira; Rios; Vasconcelos, 2019, Wisland; Freitas; Ishida, 2014, Pagani; Allevato, 2014, Garzella, 2013, Resende, 2003, Barufi, 1997).

Essa revisão permitiu a fundamentação teórica necessária para a compreensão aprofundada do objeto de estudo.

4.2 Aplicação de questionário

A segunda etapa envolveu a elaboração e aplicação de questionário a estudantes do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Brasília C*ampus*-Estrutural que cursam ou cursaram, Fundamentos da Matemática e Cálculos I, II e III.

O questionário foi estruturado com perguntas objetivas e discursivas, visando avaliar a percepção dos estudantes sobre a utilização do *software* GeoGebra e seu impacto no entendimento de limites. As perguntas objetivas incluíram escalas de Likert para medir o nível de relevância e eficácia do *software*, enquanto as perguntas discursivas permitiram uma análise mais aprofundada das experiências e opiniões dos estudantes.

A aplicação do questionário foi realizada de maneira online pelo Google Forms, visando um maior número de respondentes. Além disso, uma breve explicação anexada ao mesmo para dar base e promover/ relembrar os conteúdos acerca de limites.

4.3 Análise de dados

A terceira etapa consistiu na análise dos dados coletados por meio dos questionários. Os dados quantitativos foram analisados utilizando técnicas de estatística descritiva para reunir, organizar e identificar padrões e tendências nas

respostas dos estudantes. Os dados qualitativos foram analisados por meio de análise de conteúdo, categorizando as respostas discursivas em temas e subtemas relevantes para a pesquisa.

Esta análise permitiu a triangulação dos dados, proporcionando uma visão abrangente e detalhada sobre a eficácia do GeoGebra no ensino de limites.

5 ANÁLISE E DISCUSSÃO DE RESULTADOS

O presente trabalho teve como objetivo investigar a eficácia do *software* GeoGebra no ensino e aprendizagem do conceito de limites. Para tanto, foi aplicado um questionário aos respondentes, composto por questões discursivas e objetivas, visando avaliar a percepção dos estudantes sobre a utilização do *software* e seu impacto no entendimento dos conceitos matemáticos.

As questões discursivas revelaram que os estudantes apreciam a abordagem visual e interativa do GeoGebra, destacando que a ferramenta auxiliou na construção de um conhecimento mais sólido e intuitivo. Muitos relatam que, antes da utilização do *software*, tinham dificuldades em compreender a existência dos limites e a diferença entre limites laterais. Após a introdução do GeoGebra, esses conceitos tornaram-se mais claros e acessíveis.

Nas questões objetivas, os dados quantitativos corroboram as percepções qualitativas. Houve um aumento significativo no entendimento dos alunos em questões relacionadas a limites e limites laterais posterior ao GeoGebra. Esse resultado sugere que o *software* não apenas melhora a compreensão teórica, mas ainda, aprimora a capacidade dos estudantes na visualização gráfica e os auxilia em problemas de cunho geométrico mais trabalhosos e abstratos.

5.1 Análise das vantagens do recurso gráfico do GeoGebra

Os respondentes destacam várias vantagens significativas do recurso Gráfico do GeoGebra. Primeiramente, a ferramenta facilita a observação e análise de operações e funções, tornando conceitos abstratos mais acessíveis e compreensíveis. A visualização dinâmica de gráficos ajudando-os a entenderem melhor o comportamento das funções e a generalizarem casos específicos. A interatividade, como o uso de “controles deslizantes”, foi mencionada como um recurso valioso.

Além disso, o GeoGebra é considerado uma excelente ferramenta didática, útil para a aplicação de diversos conteúdos. Ele auxilia na visualização de gráficos e na plotagem de diferentes tipos de gráficos, como campos vetoriais. A ferramenta também ajuda na visualização e compreensão eficaz da construção algébrica, permitindo aos estudantes discernir melhor os conceitos e propriedades.

A visualização de figuras geométricas e tendências de gráficos é útil em aulas de geometria analítica, plana e espacial. A facilidade de uso do GeoGebra, incluindo a não necessidade de escrever em LaTex para comandos, torna o *software* mais acessível em sua linguagem. No entanto, ele ainda permite o uso da linguagem em LaTex para representações mais elucidativas.

A possibilidade de visualizar imediatamente os gráficos de funções complexas e cálculos auxilia na compreensão e na correção de erros. A visualização gráfica dos fenômenos matemáticos ajuda a firmar conceitos e torna o aprendizado mais engajador e motivador. Além de suas capacidades gráficas, o GeoGebra também é eficiente como calculadora, podendo ser utilizado como gabarito para diversas questões.

Aos respondentes, esses professores em formação destacam a utilidade do GeoGebra para visualizar teorias e situações abstratas, experimentar diferentes cenários e compreender o comportamento de funções e figuras geométricas. Para professores, o GeoGebra é um grande diferencial na didática e dinâmica das aulas.

Ele permite mais fluidez e lucidez, poupando tempo e facilitando a compreensão dos estudantes.

5.2 Análise das desvantagens do recurso gráfico do GeoGebra

Os respondentes também identificaram algumas desvantagens do recurso gráfico do GeoGebra. Mencionam que é necessário ter algum conhecimento prévio dos cálculos e do próprio *software* para utilizá-lo de maneira eficaz, o que pode ser um empecilho para novos usuários e autodidatas. A ferramenta requer uma certa familiaridade, o que pode demandar tempo e esforço para aprender a usá-la bem. Sugerindo-se a necessidade de cursos ou matérias específicas para ensinar o uso do GeoGebra.

Há relatos de dificuldades com a compilação de determinadas informações ou funções mais complexas, o que pode ser frustrante. A linguagem e os comandos do GeoGebra podem ser difíceis para alguns usuários, especialmente para escrever expressões mais complicadas.

A falta de tecnologia e recursos em algumas instituições pode limitar o uso do GeoGebra. Além disso, a dependência de dispositivos e internet pode ser uma barreira.

O uso do GeoGebra em suas configurações mais avançadas pode ser complexo e exigir um bom domínio dos conceitos e das ferramentas do *software*. Em alguns casos, pode ser custoso elaborar materiais utilizando o GeoGebra, o que pode ser um desafio para professores. A interatividade do GeoGebra, embora benéfica, pode também ser uma fonte de distração para alguns estudantes. O GeoGebra exige que o usuário tenha um bom domínio de conceitos matemáticos para sua aplicação eficaz, o que pode ser uma barreira inicial.

5.3 Utilidade do GeoGebra no aprendizado do conceito de limite

A maioria dos respondentes afirmou que seria interessante aprender ou ter aprendido o conceito de limite usando o recurso gráfico do GeoGebra. A visualização dinâmica do comportamento das funções ao se aproximarem de um ponto foi citada como um grande benefício, tornando o conceito de limite mais claro e menos abstrato.

A abordagem dinâmica do conceito de limite no GeoGebra auxilia a resgatar sua natureza geométrica. Amorim(2011), ao se referir ao ensino de Cálculo Diferencial e Integral, destaca que a metodologia puramente tradicional tem deixado de lado essa epistemologia, e focado no seu estudo algébrico. Assim, uma proposta que visa dinamizar o processo de aprendizagem é o esperado com o uso desse recurso educacional digital.

5.4 Nível de Utilização; Frequência; Familiaridade e Relevância do GeoGebra segundo os respondentes

Ao que tange a análise de dados por meio da estatística descritiva, com a obtenção de dados categorizados, demonstra-se a seguir a análise por meio dessa técnica:

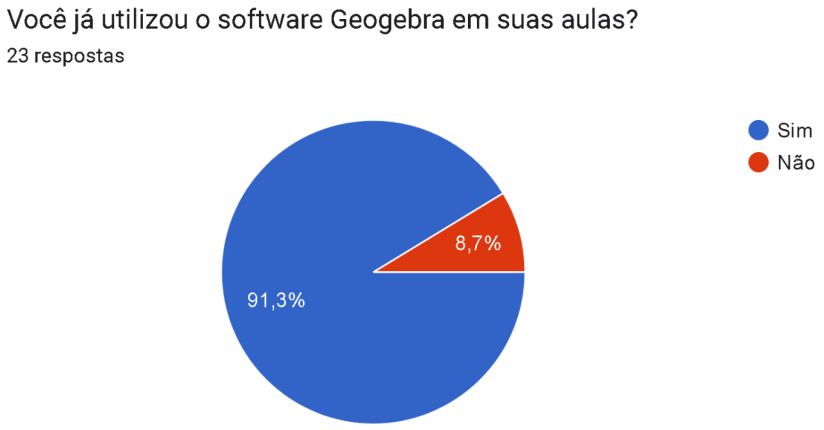


Gráfico 1: Frequência de utilização do GeoGebra em aula



Gráfico 2: Frequência de utilização do GeoGebra por parte dos estudantes

Os dados coletados no gráfico 1 indicam que o GeoGebra é amplamente utilizado pelos estudantes no contexto do aprendizado. A análise das respostas revelou que 91,3% dos estudantes utilizam o *software* em suas aulas e, não obstante a isso, no gráfico 2, revela uma frequência de uso média de 66,7% dos estudantes.

Afirmando as ideias centrais de aproveitamento de recursos gráficos encontrados no *software*, apontadas em trabalhos de autores como Costa e Sousa (2013) supracitados nesse trabalho.

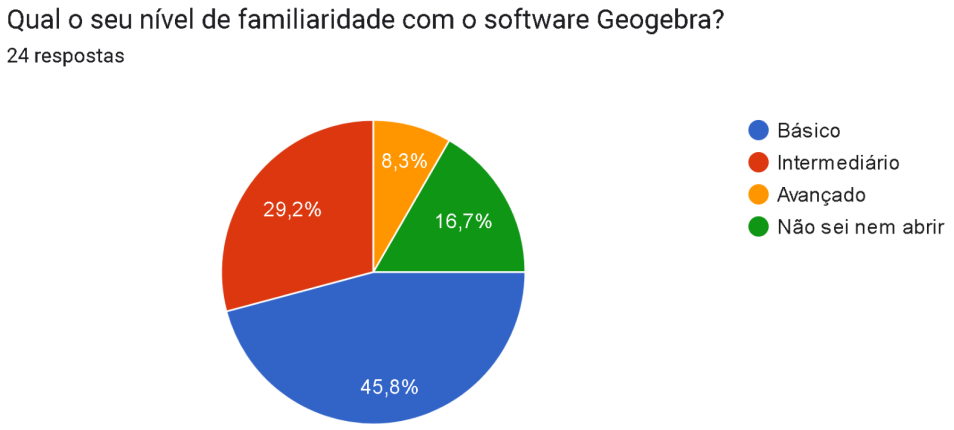


Gráfico 3: nível de familiaridade com o GeoGebra

Quanto à familiaridade com o GeoGebra indicada no gráfico 3, onde os estudantes classificam seu nível de conhecimento e conforto ao utilizar o *software*. A maioria dos respondentes indicou um nível básico com 45,8% ou intermediário com 29,2% dos estudantes quanto à familiaridade, o que infere que o GeoGebra é uma ferramenta bem integrada ao seu processo de aprendizagem.

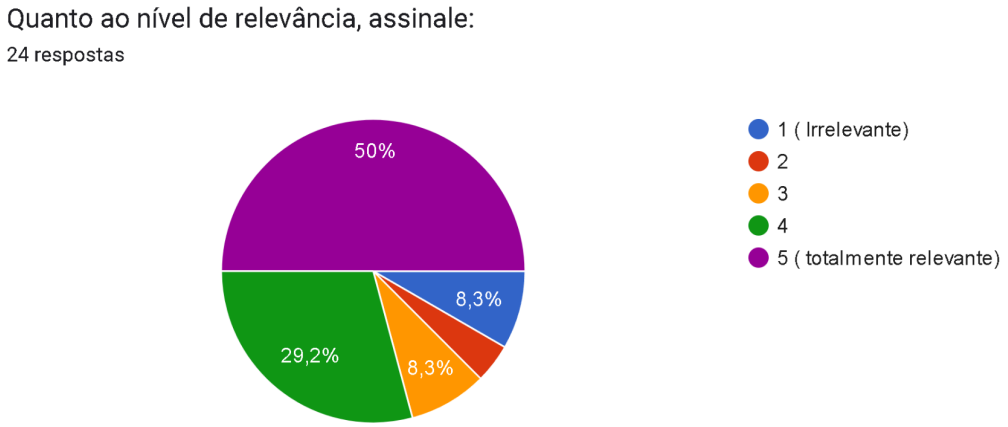


Gráfico 4: Relevância do GeoGebra no aprendizado de limites

As respostas expressas no gráfico 4 indicam uma alta relevância para o uso do GeoGebra no aprendizado do conceito de limites. A predominância de respostas nos níveis 4 e 5 com 29,2% e 50% respectivamente designa que os estudantes percebem o GeoGebra como uma ferramenta altamente relevante para o entendimento de limites.

Esses resultados inferem e corroboram a eficácia do GeoGebra como recurso educacional digital, destacando sua importância no ensino de conceitos matemáticos complexos. A utilização frequente e a alta familiaridade dos estudantes com o *software* demonstra que ele é uma ferramenta valiosa para a visualização e compreensão do conceito de limites, contribuindo significativamente para o processo de ensino e aprendizagem.

5.5 Nível de formação acadêmica dos respondentes

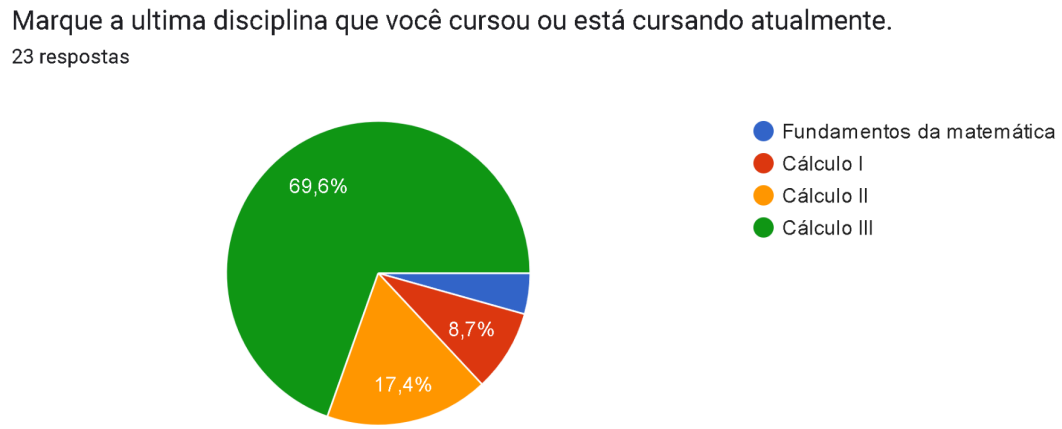


Gráfico 5: Nível acadêmico dos respondentes

Os respondentes estão cursando ou já cursaram matérias como Fundamentos da Matemática, Cálculo I, II e III, majoritariamente Cálculo III. Isso indica que os participantes têm um nível avançado de conhecimentos matemáticos, o que pode influenciar suas percepções sobre a utilidade do GeoGebra.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao longo desse trabalho há apontamentos que evidenciam a utilização das TDIC como ferramenta que complementam o processo de ensino, tornando os estudantes ativos e contribuintes em sua própria construção de conhecimento. O autor Paulo Freire em seu livro *Pedagogia da autonomia* ressalta a importância do diálogo, da reflexão crítica e da participação ativa dos alunos no processo educativo. Demonstrando a importância da independência do estudante em sua jornada acadêmica e construção social.

A análise dos resultados obtidos nessa pesquisa revela que o *software* GeoGebra é amplamente valorizado pelos estudantes como uma ferramenta eficaz para o ensino e aprendizagem do conceito de limites. A interatividade e a visualização dinâmica proporcionadas pelo *software* facilitam a compreensão de conceitos abstratos, tornando-os mais acessíveis e menos intimidadores para os estudantes.

No entanto, a pesquisa também destacou algumas desvantagens e desafios associados ao uso do GeoGebra, como a necessidade de conhecimento prévio e a dependência de tecnologias. Esses fatores devem ser considerados ao implementar o *software* como recurso didático, garantindo que os estudantes recebam o suporte necessário para superar essas barreiras.

Em suma, utilizando à revisão bibliográfica, os dados quantitativos e qualitativos envolvidos na pesquisa do trabalho. O GeoGebra mostra-se como uma ferramenta útil e versátil no processo de ensino-aprendizagem, enriquecendo o método de ensino, tal qual, o ensino de limite. Sua utilização pode potencializar a compreensão dos estudantes, promovendo um aprendizado mais dinâmico e engajador. A integração de recursos educacionais digitais, como o GeoGebra, representa uma abordagem inovadora e eficaz para enfrentar as dificuldades históricas associadas ao ensino de conceitos matemáticos complexos.

REFERÊNCIAS

AMORIM, Frank Victor. **Experiência de atividades para o cálculo diferencial e integral com o *software* GeoGebra**. 2011. 190f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Centro de Ciências Exatas e da Terra, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2011.

BARBOSA, J.C. **Modelagem Matemática e os professores: a questão da formação**. Bolema, Rio Claro, SP, v. 14, n. 15, 2001.

BARBOSA, M, A. **O insucesso no ensino e aprendizagem na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral**. 2004. 101f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica do Paraná, Curitiba, 2004.

BARUFI, M. C. B. **A construção/negociação de significados no curso universitário inicial de Cálculo Diferencial e Integral**. São Paulo: FE-USP, 1999.

BRAGA, Juliana Cristina (Org.). **Objetos de Aprendizagem - Volume 1**: Introdução e Fundamentos. Santo André: Editora da UFABC, 2014.

COSTA, LS.; OLIVEIRA, C. C. **Investigando a produção de significados em Cálculo diferencial e integral.** Brazilian Electronic Journal of Mathematics, v. 1, n. 1, 2020, 73-87 p. DOI: https://doi.org/10.14393/BEJOM-v1-n1-2020-50262.

Costa, A. F. & Souza, G. C. **O uso do *software* GeoGebra no ensino de cálculo: uma revisão sistemática**. 2019.

FROTA, M. C. R. **Duas abordagens distintas da estratégia de resolução de exercícios no estudo de cálculo In**: Educação Matemática: a prática educativa sob o olhar de professores de cálculo. Belo Horizonte: Editora FUMARC, 2001.

GARZELLA, F. A. C. **A disciplina Cálculo 1: análise das relações entre as práticas pedagógicas do professor e seus impactos nos alunos.** 2013. 275f. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2013.

HOHENWARTER, Markus; FUCHS, Andreas. **GeoGebra: Matemática e Tecnologia em Educação**. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2004.

LACHINI, J. **Subsídios para explicar o fracasso de alunos em Cálculo In: Educação Matemática: a prática educativa sob o olhar de professores de cálculo**. Belo Horizonte: Editora FUMARC, 2001.

PAGANI, E. M. L.; ALEVATTO, N. S. G. **Ensino e aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral: um mapeamento das teses e dissertações produzidas no Brasil**. Revista Vidya, Santa Maria, RS, v. 34, n. 2, p. 61-74, 2014.

PINTO, M. M. F. **Discutindo a transição dos cálculos para a análise real. In:**

Educação matemática: a prática educativa sob o olhar de professores de cálculo. Belo Horizonte: Editora FUMARC, 2001.

RESENDE, W. M. **O ensino de Cálculo: Dificuldades de natureza epistemológica**. 2003. 468f. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, 2003.

SAD, L. A. **Cálculo Diferencial e Integral: uma abordagem epistemológica de alguns aspectos**. (Tese de Doutorado em Educação Matemática). Rio Claro SP: Instituto de Geociências e Ciências Exatas/ UNESP, 1998.

Silva, A. C. M. & Oliveira, J. C. **O uso do *software* GeoGebra no ensino de matemática: uma revisão sistemática**. 2020.

Soares, G. d. O. and Cury, H. N. (2017). **O conteúdo de limite em cursos de licenciatura em matemática: uma pesquisa à luz da teoria dos três mundos da matemática**. Revista Brasileira De Educação Em Ciências E Educação Matemática, 1(1), 64. https://doi.org/10.33238/rebecem.2017.v.1.n.1.18557

STEWART, James. **Cálculo: volume 1**. 8. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2015.

VIEIRA, A. R. L.; RIOS, P. P. S.VASCONCELOS, C. A. de. **Aprendizagem significativa e a estratégia do uso de mapas conceituais no ensino de Cálculo Diferencial e Integral no curso de Bacharelado em Engenharia Elétrica**. Revista de ensino de engenharia, v. 39, n. 2, p. 93-102, 2019.

WISLAND, B.; FREITAS, M. C. D.; ISHIDA, C. Y. **Desempenho acadêmico dos alunos em curso de Engenharia e Licenciatura na disciplina de Cálculo I.** Iberoamerican Journal of Industrial Engineering, Florianópolis, SC, v. 6, n. 11, 2014. 94-112 p.

ZUCHI, Ivanete. **A abordagem do conceito de limite via sequência didática: do ambiente lápis papel ao ambiente computacional**. Curitiba: Appris, 2005.

APÊNDICE A - QUESTIONÁRIO

Questões objetivas

Marque a última disciplina que você cursou ou está cursando atualmente.

Fundamentos da matemática

Cálculo I

Cálculo II

Cálculo III

Você já utilizou o *software* GeoGebra em suas aulas?

Sim

Não

Com que frequência você utiliza o GeoGebra?

Frequentemente

Às vezes

Raramente

Nunca usei

Qual o seu nível de familiaridade com o *software* GeoGebra?

Básico

Intermediário

Avançado

Não sei nem abrir

Quanto ao nível de relevância, assinale:

1 (Irrelevante)

2

3

4

5 (totalmente relevante)

Questões discursivas

Descreva com suas palavras as vantagens sobre o recurso gráfico do GeoGebra.

Descreva com suas palavras as desvantagens sobre o recurso gráfico do GeoGebra.

Para você, seria interessante aprender ou ter aprendido o conceito de limite usando esse recurso gráfico?

ANEXO A - PASSO A PASSO

O GeoGebra para o ensino do conceito de limite

O *software* em questão tem por suas características: uma visualização dinâmica, um aprendizado ativo, aplicação prática, flexibilidade e acessibilidade.

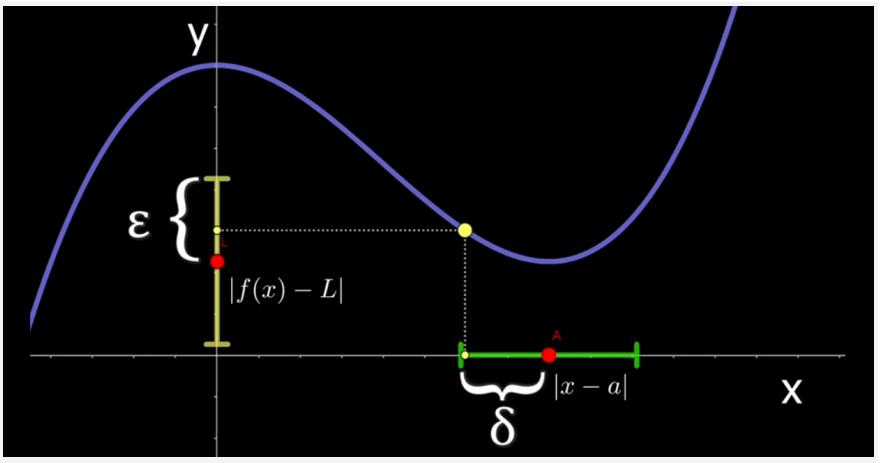
Definição de limite
Seja I um intervalo aberto ao qual pertence o número real a. Seja f uma função definida para x e I - {a}. Dizemos que o limite de f(x), quando x tende a *a,* é L e escrevemos:

$$\lim_{x \to a} f(x) = L$$

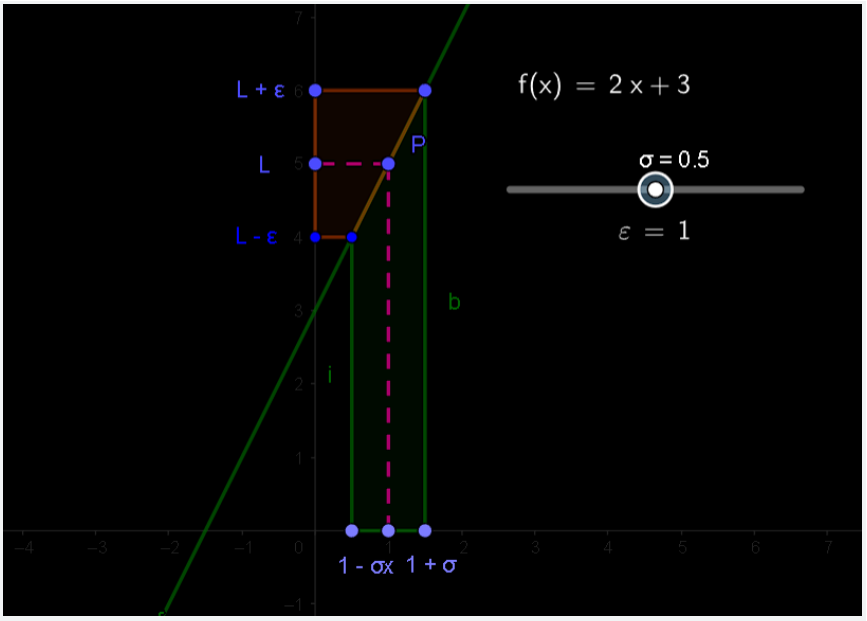
se para todo $\varepsilon > 0$ arbitrário, existe $\delta > 0$

tal que se $0 < |x - a| < \sigma$, então $|f(x) - L| < \varepsilon$

Geometricamente podemos interpretar da seguinte forma.



O limite de 2x + 3 quando x tende à 1 é 5.
A partir dessa afirmação pode-se observar o comportamento da função à medida que nos aproximamos de x = 1.

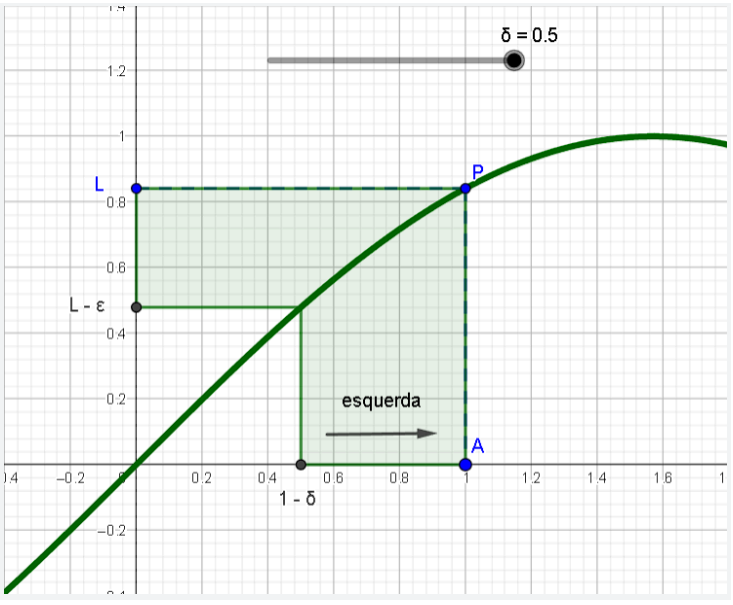


Estabelecer um delta e um épsilon é de fundamental importância para demonstrar a veracidade do limite.
A ideia de tão perto quanto se queira, ou ainda, tão diminuto quanto. São sanadas na utilização dessas variáveis, deixando a ideia de limite menos vaga e dando robustez a sua definição.

Limites laterais

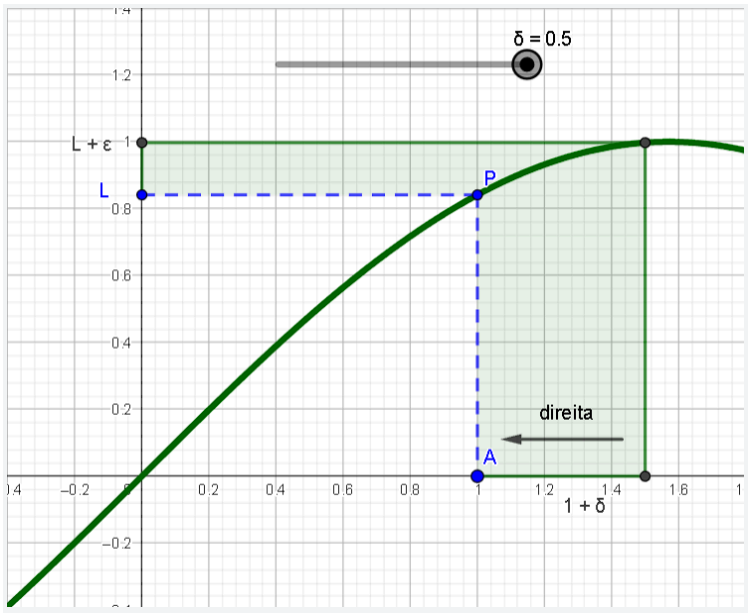
Consiste em estudar a função quando x assume valores maiores de "*a"* e valores menores de "*a",* separadamente.

A seguir percebemos o estudo pela esquerda e observamos que ele está tendendo a 1.

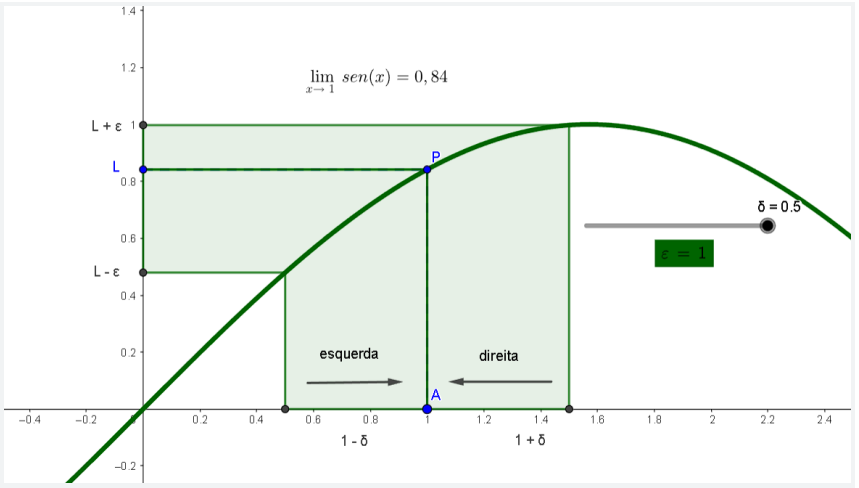


A seguir percebemos o estudo pela direita e observamos que ele está tendendo a

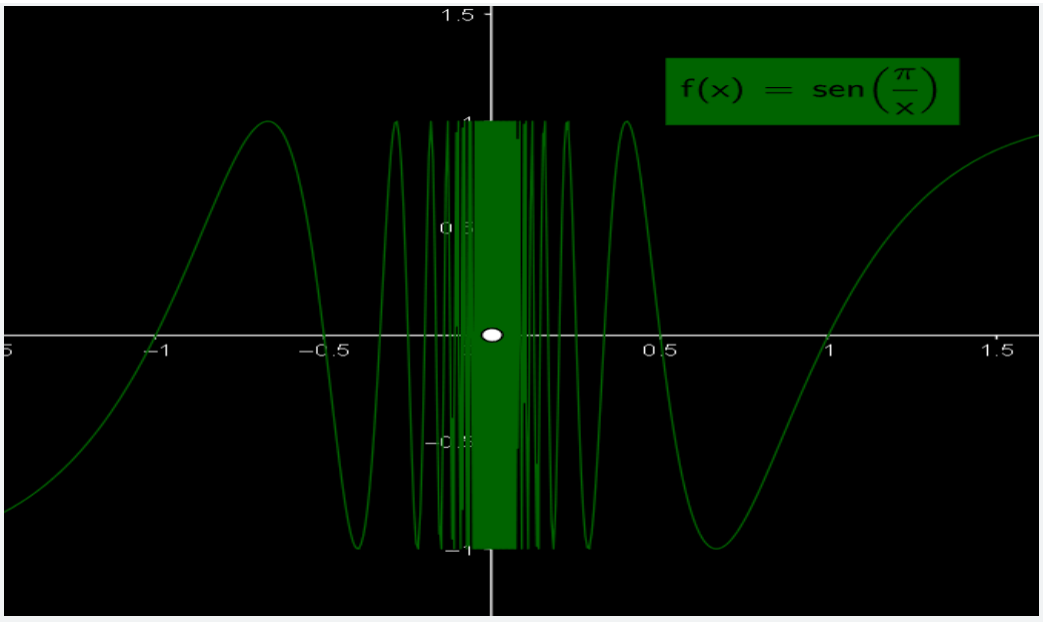
1.



Quando os limites laterais convergem para um mesmo valor dizemos que o limite existe, como na imagem abaixo.



Algumas funções são de difícil visualização, porém com a ajuda de visualização gráfica fica mais claro observar o limite. Nesse caso a não existência do mesmo.


1.5
1
0.5
−1
−0.5
0.5
1
1.5
−1
f(x) = sen(π/x)