Instituto Federal de Brasília
Campus Estrutural
Licenciatura em Matemática

GABRIEL RODRIGUES SILVA

ENGENHARIA DIDÁTICA E A OBMEP:
Uma abordagem no ensino de Geometria

Brasília
2024

GABRIEL RODRIGUES SILVA

ENGENHARIA DIDÁTICA E A OBMEP:
Uma abordagem no ensino de Geometria

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Brasília, *Campus* Estrutural como parte da exigência para obtenção do título de Licenciado.

Orientador(a): Dr. Vinicius Facó Ventura Vieira.
Coorientador(a): Ms. Everton Francisco Ferreira Santiago.

Brasília
2024

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Brasília

ANEXO 4-FICHA DE APROVAÇÃO EM BANCA EXAMINADORA

Trabalho de Conclusão de Curso

Discente: GABRIEL RODRIGUES SILVA

Título: ENGENHARIA DIDÁTICA E A OBMEP: Uma abordagem no ensino de Geometria

Trabalho aprovado em: 10/09/2024.

Brasília - DF, 13 de Setembro de 2024.

Banca Examinadora

Prof. Dr. Vinícius Facó Ventura Vieira

Orientador(a) (Presidente)

Prof. Me. Pedro Carvalho Brom

Examinador(a) (membro)

Prof Me Antonio Dantas Costa Neto

Examinador(a) (membro):

Documento assinado eletronicamente por:

- **Vinicius Faco Ventura Vieira** , **PROFESSOR ENS BASICO TECN TECNOLOGICO**, em 13/09/2024 10:50:43.
- **Antonio Dantas Costa Neto**, **COORDENADOR(A) DE CURSO - FUC1 - ES-GRAD-LM**, em 13/09/2024 11:44:12.
- **Pedro Carvalho Brom**, **PROFESSOR ENS BASICO TECN TECNOLOGICO**, em 13/09/2024 12:28:18.

Este documento foi emitido pelo SUAP em 05/09/2024. Para comprovar sua autenticidade, faça a leitura do QRCode ao lado ou acesse https://suap.ifb.edu.br/autenticar-documento/ e forneça os dados abaixo:

Código Verificador: 561078
Código de Autenticação: 78d83b2ca2

GABRIEL RODRIGUES SILVA

ENGENHARIA DIDÁTICA E A OBMEP:
Uma abordagem no ensino de Geometria

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Brasília, *Campus* Estrutural como parte da exigência para obtenção do título de licenciado.

Aprovado em [ ] de [ ] de [ ]

BANCA EXAMINADORA

_____
[Nome do Orientador]
[Departamento / Instituição a qual pertence]
Presidente(a) / Orientador(a)

_____
[Nome do segundo membro da banca]
[Departamento / Instituição a qual pertence]
Membro [interno ou externo]

_____
[Nome do terceiro membro da banca]
[Departamento / Instituição a qual pertence]
Membro [interno ou externo]

Dedico este trabalho à minha mãe, por toda dedicação e sacrifício. Que a senhora viva bastante para que eu possa retribuir o que fez por mim.

Dedico este trabalho, a você, Maria Andrea com toda minha gratidão.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus pela força que me dá todos os dias.

Agradeço a minha mãe, Maria Andrea da Silva, pelos sacrifícios, pela dedicação e pela paciência. Sem ela, eu não estaria nessa etapa da minha vida.

Gostaria de expressar minha gratidão à minha incrível namorada, Camila Martins Silva, por seu apoio nos momentos difíceis, por sempre me fazer rir e por ser um ponto de paz em minha vida. Agradeço seu companheirismo e dedicação.

Ao meu coorientador, Everton Francisco Ferreira Santigo, primeiramente por ser um excelente exemplo de profissional e por ter aceitado esse desafio. Agradeço de coração a sua ajuda e dedicação.

Ao meu orientador, Vinicius Facó Ventura Vieira, primeiramente por ter aceitado entrar neste desafio e por ser um exemplo como profissional. Sou profundamente grato pela sua ajuda e dedicação.

Eu ainda não sou quem gostaria de ser e preciso me esforçar para quem desejo ser. Mas com certeza, eu já não sou mais quem eu era.

2 Coríntios 5:17.

RESUMO

A geometria é um conhecimento importante para resolver problemas do cotidiano e sempre exerceu um papel fundamental na compressão do mundo. No entanto, no contexto educacional este conhecimento é reduzido a memorizar fórmulas e propriedades. Este trabalho teve como objetivo geral desenvolver, mapear e aprimorar um conjunto de habilidades cognitivas e competências práticas relacionadas à Geometria em alunos da terceira série do Ensino Médio. Para atingir esse objetivo, foi elaborada uma sequência didática utilizando a metodologia da Engenharia Didática, assim foram utilizados materiais didáticos para o desenvolvimento de habilidades específicas relacionadas à resolução de itens da OBMEP, tais como criatividade, modelagem, argumentação e raciocínio lógico. Foi feito um levantamento bibliográfico sobre novas tendencias na educação matemática. Além disso, foram realizadas avaliações durante o processo de ensino-aprendizagem com o intuito de verificar a aquisição de habilidades e competências pelos alunos. Para avaliar o impacto da sequência didática foi utilizado o teste estatístico de Wilcoxon, pois a distribuição dos dados coletados não seguiu a distribuição normal. Os dados serão coletados após aplicação dos testes. Os resultados obtidos mostraram que o uso de questões da OBMEP, aliado a uma sequência didática, foi eficaz na facilitação e compreensão dos conceitos de áreas de figuras planas. Esses resultados evidenciam o potencial da utilização das questões da OBMEP como ferramenta no ensino da Geometria.

Palavras-chave: Ensino de Geometria; Engenharia Didática; OBMEP; Teste de Wilcoxon.

RESUMO EM LÍNGUA ESTRANGEIRA

Geometry is important knowledge for solving everyday problems and has always played a fundamental role in understanding the world. However, in the educational context, this knowledge is reduced to memorizing formulas and properties. The general objective of this work was to develop, map, and enhance a set of cognitive skills and practical competencies related to Geometry in third-year high school students. To achieve this objective, a didactic sequence was developed using the methodology of Didactic Engineering. Educational materials were used to develop specific skills related to solving OBMEP items, such as creativity, modeling, argumentation, and logical reasoning. A literature review was conducted on new trends in mathematics education. Additionally, assessments were carried out during the teaching-learning process to verify the acquisition of skills and competencies by the students. To evaluate the impact of the didactic sequence, the Wilcoxon statistical test was used, as the distribution of the collected data did not follow a normal distribution. The data will be collected after the tests are administered. The results showed that the use of OBMEP questions, combined with a didactic sequence, was effective in facilitating the understanding of concepts related to the areas of plane figures. These results highlight the potential of using OBMEP questions as a tool in the teaching of Geometry.

Keywords: Geometry Teaching; Didactic Engineering; OBMEP; Wilcoxon statistical test.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – OBMEP, primeira fase, nível 01, 2019 32
Figura 2 – OBMEP, Primeira Fase, Nível 02, 2013 33
Figura 3 – Resolução questão 1 do Pré-Teste 35
Figura 4 – Resolução questão 2 do Pré-Teste 36
Figura 5 – Resposta do aluno n° 9 39
Figura 6 – Resposta do aluno n°14 39
Figura 7 – Resposta aluno n°15 39
Figura 8 – Resposta do aluno n°20 40
Figura 9 – Resposta do aluno n° 26 40
Figura 10 – Resposta aluno n° 17 40
Figura 11 – Resposta do aluno n° 14 41
Figura 12 – Resposta do grupo n°2 45
Figura 13 – Respostas do grupo n°3 45
Figura 14 – Resposta do grupo 3 46
Figura 15 – Respostas do grupo 2 47
Figura 16 – OBMEP, primeira fase, nível 01, 2019, adaptado 49
Figura 17 – OBMEP, primeira fase, nível 02, 2015 49
Figura 18 – Resolução questão 2 do Pós-Teste 51
Figura 19 – Resposta do aluno n° 2 53
Figura 20 – Resposta aluno n° 3 55
Figura 21 – Resposta aluno n° 13 56
Figura 22 – Teste de Wilcoxon pareados 60

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 – Número de respostas da primeira questão do pré-teste 37
Gráfico 2 – Número de acertos da primeira questão do pré-teste.....38
Gráfico 3 – Número de respostas da segunda questão do pré-teste 42
Gráfico 4 – Número de acertos da segunda questão do pré-teste.....42
Gráfico 5 – Número de respostas da primeira questão do pós-teste 52
Gráfico 6 – Número de acertos da primeira questão do pós-teste 53
Gráfico 7 – Número de respostas da segunda questão do pós-teste.....54
Gráfico 8 – Número de respostas corretas da segunda questão do pós-teste.....55
Gráfico 9 – Gráfico de distribuição de frequência Pré-Teste.....57
Gráfico 10 – Gráfico de distribuição de frequência Pós-Teste 59

LISTA DE FIGURAS

Tabela 1 57
Tabela 2 58

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
IMPA	Instituto de Matemática Pura e Aplicada
MCTIC	Ministério da Ciência, Tecnologia, Inovações e Comunicações
MEC	Ministério da Educação
OBMEP	Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas
OCDE	Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico
PIC	Programa de Iniciação Científica Jr
PISA	Programa Internacional de Avaliação de Estudantes
SBM	Sociedade Brasileira de Matemática
WWW	World Wide Web

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 13

2 REFERENCIAL TEÓRICO 16

2.1 Uma breve introdução sobre a OBMEP 16

2.1.1 Premiações e oportunidades 17

2.2 Desafios epistemológicos 17

2.3 Novas abordagens metodológicas 21

2.3.1 Resolução de problemas 21

2.3.2 Modelagem matemática 22

2.3.3 Etnomatemática 23

2.3.4 Jogos e materiais concretos 24

2.3.5 Tecnologias da informação e comunicação em educação matemática 26

2.3.6 História da matemática 26

3 METODOLOGIA 27

3.1 Metodologia aplicada 27

4 ATIVIDADES APLICADAS E ANÁLISE DE DADOS 31

4.1 Atividade n°1 – Pré-Teste 31

4.1.1 Escolha das questões do Pré-Teste 31

4.1.1.1 Questão 1: 31

4.1.1.2 Questão 2: 32

4.1.2 Classificação das questões segundo a BNCC 33

4.1.3 Divisão das questões em itens 34

4.1.4 Análise A Priori 36

4.1.5 Desenvolvimento da atividade 36

4.1.6 Análise A Posteriori 37

4.1.6.1 Questão 1 37

4.1.6.1.1 Erros comuns 38

4.1.6.2 Questão 2 41

4.2 Desenvolvimento da aula 43

4.2.1 Escolha da metodologia do Tangram 43

4.2.2 Desenvolvimento da aula 44

4.2.3 Análise da atividade proposta 44

4.2.3.1 Primeira etapa 44

4.2.3.2 Segunda etapa *46*
4.2.3.3 Terceira etapa *47*
4.3 Atividade n°3 47
4.3.1 Desenvolvimento da intervenção 47
4.3.2 Desenvolvimento da atividade 48
4.4 Atividade n°4 – Pós-Teste 48
4.4.1 Escolha das questões 48
4.4.1.1 Questão 1: *48*
4.4.1.2 Questão 2: *49*
4.4.2 Classificação das questões segundo a BNCC 49
4.4.3 Divisão das Questões em itens 50
4.4.4 Analise a Priori 51
4.4.5 Desenvolvimento da atividade 51
4.4.6 Analise a Posteriori 52
4.4.7 Análise dos Dados 56
5 CONCLUSÃO 61
REFERÊNCIAS 63
ANEXO A — PRÉ-TESTE 66
ANEXO B — PÓS-TESTE 68

1 INTRODUÇÃO

A palavra “Geometria” tem origem grega, onde *geo* significa terra e *metria* significa medida. Juntos, formam o termo “Geometria”, que originalmente se referia à medição de terras. (Marques, Caldeira, 2018, *apud* Eves, 1992)

A Geometria sempre exerceu um papel fundamental na compreensão do mundo. Povos antigos utilizavam deste conhecimento para demarcação de terras e construções (Olivia,1983). Este conhecimento matemático é utilizado para resolver problemas do cotidiano e é amplamente utilizado em diversas áreas, como: engenharia, física, arquitetura e mecânica (Meneses, 2007).

Porém, no contexto educacional, a geometria é um desafio tanto para os professores quanto para os alunos, pois nos livros didáticos este conteúdo é reduzido a memorizar fórmulas e propriedades, com isso deixando de lado o raciocínio lógico e suas aplicações (Lobato, Andrade, 2019).

O ensino da Geometria, na maioria das vezes é o último conteúdo a ser abordado, além disso Álgebra e Aritmética são exaustivamente trabalhados, enquanto a Geometria muitas vezes nem é abordada (Marques e Caldeira, 2018, Lorenzato !995).

Segundo o currículo em movimento do Distrito Federal, os conteúdos a serem desenvolvidos na etapa final do ensino fundamental são: “o estudo do espaço, da localização e da trajetória; das representações dos objetos no mundo físico; a geometria das medidas e proporções” (Distrito Federal, 2018, p.161).

O documento ainda afirma que a geometria tem relação estreita com a estética, pois é encontrada na arte, a simetria, o corpo humano, a exploração da natureza e as construções humanas (Distrito Federal, 2018).

Segundo a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), os estudantes podem desenvolver habilidades relacionadas ao pensamento geométrico.

> Em relação ao pensamento geométrico, eles desenvolvem habilidades para interpretar e representar a localização e o deslocamento de uma figura no plano cartesiano, identificar transformações isométricas e produzir ampliações e reduções de figuras. Além disso, são solicitados a formular e resolver problemas em contextos diversos, aplicando os conceitos de congruência e semelhança (Brasil, 2018, p.527).

A aprendizagem significativa da geometria por parte dos educandos é importante para a aquisição de habilidades que podem ser utilizadas em diversos

contextos, mostrando que o ensino da geometria não deve ser reduzido a decorar fórmulas e aplicar teoremas. Conforme a BNCC (2018):

> ... a Geometria não pode ficar reduzida a mera aplicação de fórmulas de cálculo de área e de volume nem a aplicações numéricas imediatas de teoremas sobre relações de proporcionalidade em situações relativas a feixes de retas paralelas cortadas por retas secantes ou do teorema de Pitágoras... (Brasil, 2018, p.272).

Porém, o ensino da geometria e a sua compreensão nas escolas vêm sendo defasados, o que levanta preocupações significativas sobre a qualidade da educação matemática ofertada aos alunos, segundo Lobato e Andrade (2019):

> Nas últimas décadas o estudo da geometria vem sendo defasado na maioria das escolas, não sendo explorado de maneira apropriada, sem os devido estímulos ao desenvolvimento de atividades práticas com base nas metodologias aplicadas em sala, fato este preocupante, uma vez que é matéria indispensável para o desenvolvimento humano (Lobato, Andrade 2019, p.2).

Segundo Lobato e Andrade (2019), a maneira que o ensino da geometria tem sido apresentado nas salas de aula, revela-se de uma maneira tradicional, baseada aos limites dos livros didáticos.

O ensino da geometria carece de abordagens pedagógicas modernas por parte dos docentes de matemática. Muitos se limitam ao uso exclusivo de livros didáticos fornecidos pela instituição de ensino, o que muitas vezes se revela ineficaz para promover o aprendizado e a compreensão profunda e significante do conteúdo apresentado. Segundo Lobato e Andrade (2019), o ensino baseado nos livros não resulta em aprendizagem satisfatória e cabe ao professor buscar maneiras de inovar e tornar o assunto atrativo.

Portanto, é importante que os professores de matemática adotem diferentes metodologias no ensino da geometria, com objetivo de engajar os alunos e promover uma aprendizagem significativa.

Uma alternativa para evitar os problemas vistos acima é o uso da OBMEP, Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas, como alternativa, pois segundo Alvez e Menezes (2023), a competição é uma ferramenta de incentivo e interesse em matemática para os estudantes do país.

A OBMEP é uma competição que é aplicada a todos alunos do 6° ao 9° do Ensino Fundamental e aos alunos do Ensino Médio das escolas públicas e podendo

ser aplicada também a alunos matriculados em escolas particulares. A olimpíada é aplicada em todas as regiões do Brasil e tem como objetivo principal estimular e desenvolver o estudo da matemática no país (OBMEP, 2024).

A olimpíada não se limita a ser apenas um teste de conhecimento matemático, suas questões são desafiadoras e buscam avaliar o conhecimento prévio dos participantes, como eles aplicam sua criatividade e raciocínio lógico na resolução dos problemas propostos. Segundo Bezerra, Souza e Medeiros (2022, p.15):

> ... ao se trabalhar a resolução de problemas, usando questões da OBMEP, instigando o aluno a resolver problemas desafiadores, como propostos pela olimpíada, desenvolve-se habilidades específicas, como a criatividade, o raciocínio, a argumentação e a modelagem (Bezerra, Souza e Medeiros 2022, p.15).

Este trabalho visa explorar a metodologia de engenharia didática e resolução de problemas no ensino da geometria. Para alcançar esse objetivo será utilizado o banco de questões da OBMEP, por serem questões que testam; o conhecimento dos estudantes, o pensamento crítico, o raciocínio lógico e a criatividade.

O objetivo geral deste trabalho é desenvolver, mapear e aprimorar um conjunto de habilidades cognitivas e competências práticas, em geometria, em alunos da terceira série do Ensino Médio para resolver questões da OBMEP, para os níveis 1 e 2 da primeira fase.

Para o desenvolvimento deste trabalho, será criada uma sequência didática utilizando a metodologia da engenharia didática. Para melhor aplicação e aderência da sequência didática, iremos realizar um levantamento sobre novas tendências metodológicas no ensino da matemática e decidiremos qual tendência matemática melhor se enquadra no contexto educacional dos estudantes que participaram deste trabalho.

Serão utilizados materiais didáticos focados no desenvolvimento de habilidades específicas relacionadas à resolução de itens da OBMEP, tais como criatividade, modelagem, argumentação e raciocínio lógico. Além disso, serão realizadas avaliações durante o processo de ensino-aprendizagem com o intuito de verificar a aquisição de habilidades e competências pelos alunos.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Uma breve introdução sobre a OBMEP

Conforme o regulamento da 19° OBMEP[1] (OBMEP, 2024), a olimpíada é o resultado de iniciativas e colaborações de diversas instituições, sendo elas: IMPA, SBM, MEC e MCTIC.

A OBMEP teve sua primeira edição em 2005 e premia estudantes do 6° ano do ensino fundamental ao 3° ano do ensino médio. Conforme (OBMEP, 2024), os objetivos da OBMEP são:

- Estimular e promover o estudo da matemática;
- Contribuir para a melhoria da qualidade da educação básica no país;
- Identificar jovens talentos e incentivar o ingresso em cursos universitários nas áreas científicas e tecnológicas;
- Incentivar o aperfeiçoamento dos professores das escolas públicas;
- Contribuir para a integração das escolas brasileiras com as universidades públicas, os institutos de pesquisa e com a sociedades científicas;
- Promover a inclusão social por meio da difusão do conhecimento.

A competição é organizada em três níveis, os quais se diferenciam de acordo com a etapa educacional dos participantes: no Nível 1 participam alunos do 6° e 7° do Ensino Fundamental; no Nível 2, participam alunos do 8° e 9° anos do Ensino Fundamental; e no Nível 3, os participantes são alunos dos três anos do Ensino Médio (Maciel, Basso, 2009).

A OBMEP é dividida em duas fases, sendo que na primeira todos os alunos participantes realizam uma prova de múltipla escolha com 20 questões, que possui caráter classificatório. Cerca de cinco por cento dos participantes que obtiverem melhor pontuação irão avançar para a próxima etapa, que é composta por uma prova discursiva com seis questões.

[1]Regulamento completo https://www.obmep.org.br/apresentacao.htm Acesso em: julho de 2024

2.1.1 Premiações e oportunidades

Conforme o regulamento (OBMEP, 2024), a olimpíada premia diversos participantes, incluindo alunos, professores, escolas e secretarias municipais. Os alunos que participam da competição podem receber medalhas de ouro, de prata, de bronze ou certificado de menção honrosa.

Além das medalhas ou certificados os alunos podem receber bolsas de estudo, sendo a principal delas o PIC (Programa de Iniciação Científica Jr). Os professores responsáveis pela inscrição dos alunos são premiados com cursos de aperfeiçoamento no IMPA. As escolas públicas frequentadas pelos participantes ganhadores recebem equipamentos de informática e livros e os municípios são premiados com construção de infraestrutura (quadra de futebol, vôlei etc.), além de troféus. Todas as premiações seguem os requisitos descritos no Item 6 do Regulamento da OBMEP.

2.2 Desafios epistemológicos

A epistemologia é o estudo de como as ideias de determinada ciência se desenvolvem. Ela busca entender os métodos e valores que a ciência busca conhecer e está ligada à teoria do conhecimento, ou seja, está preocupada em entender de como sabemos o que sabemos (Pais, 2011).

Para Bachelard (1996), os desafios no processo de conhecimento não são causados apenas por fatores externos, eles surgem também internamente, dentro do próprio processo de aquisição do conhecimento. As dificuldades nesse processo, ele chama de obstáculos epistemológicos. O autor ainda afirma que esses obstáculos podem levar à estagnação ou retrocesso no progresso do conhecimento.

Pais (2011), afirma que, os obstáculos epistemológicos não provem da falta de conhecimento, mas sim do choque entre o conhecimento novo e o conhecimento já prévio:

> Assim, esses obstáculos não se constituem na falta de conhecimento, mas, pelo contrário, são conhecimentos antigos, cristalizados pelo tempo, que resistem à instalação de novas concepções que ameaçam a estabilidade intelectual de quem detém esse conhecimento (Pais, 2011, p.39).

No livro, a formação do espírito científico publicado em 1996, Bachelard destaca os principais obstáculos epistemológicos, sendo eles: a experiência primeira,

o conhecimento geral, obstáculo verbal, conhecimento unitário e pragmático, substancialismo, realismo e animismo.

O primeiro obstáculo é a experiência primeira, pois essa experiência não é crítica e logo não é confiável. Para Bachelard:

> ...a experiência colocada antes e acima da crítica – crítica esta que é, necessariamente, elemento integrante do espírito científico. Já que a crítica não pôde intervir de modo explícito, a experiência primeira não constitui de forma alguma, uma base segura Bachelard (1996, p.29).

O segundo obstáculo é o conhecimento geral, pois para Bachelard (1996, p.69) “Nada prejudicou tanto o progresso do conhecimento científico quanto a falsa doutrina do geral, que dominou de Aristóteles a Bacon, inclusive, e que continua sendo, para muitos, uma doutrina fundamental do saber”.

Portanto, utilizar um conhecimento geral para explicar todos os outros fatores não é valido cientificamente. O autor ainda afirma que, “a ciência do geral é uma suspensão da experiência, um fracasso do empirismo inventivo. Conhecer o fenômeno geral, valer-se dele para tudo compreender, não será, semelhante a outra decadência” (Bachelard, 1996, p.69).

O terceiro obstáculo é o verbal e para Bachelard é um dos obstáculos mais difíceis a superar. O autor mostra como metáforas podem ser prejudiciais para a aprendizagem. Segundo Bachelard (1996);

> Obstáculo verbal, isto é, a falsa explicação obtida com a ajuda de uma palavra explicativa, essa estranha inversão que pretende desenvolver o pensamento ao analisar um conceito, em vez de inserir um conceito particular numa síntese racional (Bachelard, 1996, p.27).

Bachelard (1996, p.101), ainda afirma que: “O perigo das metáforas imediatas para a formação do espírito científico é que nem sempre são imagens passageiras; levam a um pensamento autônomo; tendem a completar-se a concluir-se no reio da imagem”.

O quarto obstáculo é o conhecimento unitário e pragmático. Dividiremos este obstáculo em dois; conhecimento unitário e conhecimento pragmático. O primeiro fala sobre a tentativa de cientistas e filósofos da pré-ciência encontrar um conhecimento

que pode ser utilizado para explicar todos os fenômenos. Segundo Bachelard (1996, p.117):

> A necessidade de generalização extrema, às vezes por um único conceito, leva a ideias sintéticas que conservam o poder de seduzir. Todavia, em nossos dias, uma certa prudência retém o espírito científico. Restam apenas filósofos que procuram – senão a padra filosofal – a ideia filosofal que explique o mundo. Para o espírito pré-científico, a sedução da unidade de explicação por uma única característica é poderosa (Bachelard, 1996, p.117).

A segunda parte deste obstáculo fala do conhecimento pragmático, no qual todo conhecimento deve ter utilidade prática e caso não tenha é considerado um conhecimento falso. Bachelard (1996, p,117), afirma que; “O verdadeiro sem função é um verdadeiro mutilado. E, quando se descobre a utilidade, encontra-se a função real do verdadeiro. Esse modo de ver utilitário é, porém, uma aberração”.

O quinto obstáculo, o substancialista, segundo Bachelard (1996);

> O obstáculo substancialista, como todos os obstáculos epistemológico, é polimorfo. É constituído por intuições muito dispersas e até oposta. Por uma tendência quase natural, o espírito pré-científico condensa num objeto todos os conhecimentos em que esse objeto desempenha um papel, sem se preocupar com a hierarquia dos papéis empíricos (Bachelard, 1996, p.121).

O sexto obstáculo é o realismo. Para Bachelard (1996), o realista é um avarento, pois dão a objetos sentimentos de posse, ou seja, o objeto é aceito como um bem pessoal.

O autor ainda afirma que: “No dizer do avarento, seu amor pelo ouro é antes de tudo ódio pelo desperdício, é necessidade de ordem. Sob mil aspectos, é possível assim captar a ambivalência do sentimento de posse” (Bachelard, 1996, p.181).

O sétimo obstáculo, o animista, atribui características biológicas a substâncias. Este obstáculo pode gerar nos estudantes uma dificuldade em compreender princípios científico complexos que exigem argumentação racional.

Os obstáculos epistemológicos em matemática, de acordo com Pais (2011), estão presentes na fase de demonstração, mais do que no registro formal dela. Este fato ocorre porque o desenvolvimento das demonstrações matemáticas ocorre por meio de uma ruptura dos argumentos estabelecidos previamente.

De acordo com Pais (2011), na educação matemática os obstáculos têm maior influência na concepção da ideia, porém esses obstáculos não estão presentes na redação final do saber.

Pais (2011, p.43), afirma que, “Durante a aprendizagem, ao iniciar o contato com um conceito inovador, pode ocorrer uma revolução interna entre o equilíbrio aparente do velho conhecimento e o saber que se encontra em fase de elaboração”. Ou seja, durante o processo de aprendizagem matemática, o obstáculo ocorre quando o novo conhecimento entra em atrito com o conhecimento prévio do aluno, conhecimento esse que muitas vezes é acrítico.

Segundo Santiago (2012), a origem do bloqueio na aprendizagem surge de vários fatores, como; uma explicação mal organizada, um problema inconsistente, uma má interação entre professor e aluno, o emocional do estudante e defasagens em relação a conteúdos prévios.

Tendo esses desafios em vista, Santiago (2012, p.19), afirma “É notável, que o papel do professor da matemática moderna, é utilizar em muitas vezes, a assimilação com o lado prático da matemática, mas a complexidade da didática matemática está exatamente em saber realizar essa tarefa”.

Ou seja, para o melhor desempenho no processo educacional o docente deve tentar relacionar o conteúdo visto em sala com o conhecimento prático do aluno. Santiago (2012), afirma que:

> Quando o aluno é tomado pela aquisição de um novo conteúdo, seu lado cognitivo pode encaminhá-lo a compreender o que está sendo apresentado, e relacionar com outros tópicos, o que pode gerar conflitos em sua mente, e quando existir deficiência de um assunto anterior (Santiago, 2012, p.19).

Logo o papel do docente na aprendizagem significativa do aluno vai além de passar conteúdos e ministrar aulas. Santiago (2012), afirma que, o docente deve manter-se preparado para lidar com os desafios de modo a evitar que os obstáculos de aprendizagem ajam de maneira negativa na aprendizagem do educando.

2.3 Novas abordagens metodológicas

O Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (Pisa), é uma avalição externa que busca avaliar o conhecimento e habilidades dos estudantes na faixa etária dos 15 anos em matemática, leitura e ciência. O Brasil participa desta avaliação desde 2000 (Brasil, 2023).

Na avaliação realizada no ano de 2022, os resultados obtidos pelos estudantes brasileiros foram inferiores à média da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE) em matemática. No exame, 27% dos estudantes obtiveram pelo menos Nível 2 de proficiência em matemática, enquanto a média entre estudantes de outros países da OCDE é de 69%. Apenas 1% dos estudantes brasileiros obtiveram alto desempenho em matemática, enquanto a média da OCDE é de 9% (Brasil, 2023).

O exame realizado em 2022, escancarou o problema da educação matemática no Brasil, pois “73% dos estudantes brasileiros obtiveram proficiência abaixo do nível 2. Esse nível é considerado pela OCDE o padrão mínimo para que os jovens possam exercer plenamente sua cidadania” (Brasil, 2023).

Os resultados insatisfatórios dos estudantes brasileiros na avaliação do Pisa mostram uma dificuldade no ensino e aprendizagem matemática. Diante desses problemas, diversos pesquisadores buscam romper com a metodologia tradicional de ensino e criar abordagens e metodologias para a educação matemática.

2.3.1 Resolução de problemas

A metodologia de resolução de problemas busca trazer uma aprendizagem satisfatória desenvolvendo o raciocínio logico e a motivação ao estudar matemática. Segundo os autores Souza, Ohira e Pereira (2018, p.379), “Como metodologia de ensino, a resolução de problemas é extremamente eficaz para desenvolver o raciocínio lógico e para desenvolver uma motivação e entusiasmo nos alunos ao estudar a matemática.”

Os autores ainda afirmam:

> O educador deve usar em suas intervenções pedagógicas diferentes estratégias de ensino. Ao trabalhar com a metodologia de resolução de problemas, o educador pode explorar diferentes habilidades em seus alunos e assim promover uma aprendizagem com sentido e significado, superando

> uma abordagem mais tradicional e promovendo um ensino mais dinâmico (Souza, Ohira e Pereira, 2018. p, 380).

George Polya (1978), em seu livro a Arte de Resolver Problemas publicado em 1978, divide a resolução de problemas em quatro fases, sendo elas; compreender o problema, estabelecer um plano, executar o plano e fazer um retrospecto da resolução.

A utilização de resolução de problemas como metodologia de ensino além de ajudar a desenvolver o raciocínio lógico também desenvolve no aluno autonomia e protagonismo. De acordo com o currículo em movimento do Distrito Federal:

> Uma metodologia que pode auxiliar nesse processo de formação é a de resolução de problemas, sendo ela uma das estratégias para o desenvolvimento da autonomia e do protagonismo, especialmente quando são utilizados problemas abertos (Distrito Federal, 2018, p.82).

O currículo em movimento do Distrito Federal apoia o educador a utilizar novas ferramentas para a educação matemática. O documento ainda afirma que “Uma das alternativas metodológicas possíveis para que a aprendizagem matemática se realize de modo lúdico, reflexivo e crítico é a utilizações de situações-problemas” (Distrito Federal, 2018, p.154).

Segundo Distrito Federal (2018), implementação da metodologia em sala de aula poderá proporcionar uma formação de conceitos que auxiliem o estudante no exercício da sua cidadania o tornando protagonista do seu processo educacional.

2.3.2 Modelagem matemática

De acordo com, Lima *et al.* (2022), a modelagem matemática pode ser utilizada de diversas maneiras, tanto para trabalhos acadêmicos, quanto no processo educacional. Na pesquisa matemática, a modelagem é vista como abstração de um problema real. Então é construído um modelo matemático, que por sua vez é resolvido e é analisado a resolução e chega-se à conclusão se o modelo é ou não valido.

No processo educacional, a metodologia “[...] pode ser um caminho para despertar o interesse por tópicos matemáticos que ele ainda desconhece, (...)

desenvolvendo seu interesse e aguçando seu senso crítico” (Biembengut e Hein, 2014 *apud* Lima, *et at*. 2022).

A metodologia além de despertar o interesse do aluno e aguçar seu senso crítico, também o ajuda fora de sala de aula, pois instiga o estudante a desenvolver e testar estratégias na ação deste individuo sobre sua realidade. Segundo Gazzetta (1989 *apud* Lima, *et al*, 2022, p.29): “A estratégia da modelagem, ou seja, o caminho da criação do modelo, é o processo mediante o qual se definem as estratégias do indivíduo sobre a realidade”.

Os autores ainda afirmam que:

> [...] a modelagem como método de ensino se refere ao processo de observação da realidade do aluno, onde o mesmo a partir de seus questionamentos se defronta com problemas que, ao serem resolvidos devem modificar tanto sua ação, como sua forma de observar tal realidade, criando assim no mesmo um processo contínuo de análise e crítica da realidade em que ele está inserido (Lima, *et al.* 2022, p.6).

Segundo os autores (Lima, *et al*. 2022), podemos esquematizar a modelagem como um percurso de ida e volta que envolve: Formulação do problema, experimentação, abstração, resolução, validação, modificação e aplicação. Estas são as etapas que devemos seguir na aplicação dessa metodologia em sala de aula.

A modelagem matemática é uma ferramenta importante no processo de ensino e aprendizagem, porém ela por si não é capaz de solucionar todos os problemas que ocorrem com o ensino da matemática em sala de aula. (Lima, *et al*.2022).

Com base nisso podemos unir a modelagem com a utilização de projetos e sequências didáticas, pois desempenham um papel fundamental no processo educacional. Segundo Distrito Federal (2018):

> O trabalho com projetos e sequências didática também se apresenta como alternativa metodológica. Ele facilita a organização no tratamento de conteúdos e a frequência em que vão aparecer ao longo do ano, isso tendo em vista os objetivos de aprendizagem que se quer alcançar. Sua elaboração dependerá do diagnóstico inicial da turma e do planejamento do grupo de professores (Distrito Federal, 2018, p.155).

2.3.3 Etnomatemática

A Etnomatemática segundo D' Ambrosio (2019, p.9) "[...] é considerada uma subárea da História da Matemática e da Educação Matemática, com relação muito natural com a Antropologia e as Ciências da Cognição".

Além destas áreas do conhecimento, ela tem forte laço com a política, pois para D'Ambrosio (2019, p.9); "A Etnomatemática é embebida de ética, focalizada na recuperação da dignidade cultural do ser humano".

No contexto educacional a Etnomatemática é uma ferramenta útil para os docentes, pois procura entender a realidade do estudante afim de chegar em uma ação pedagógica de forma mais natural. D'Ambrosio ainda afirma que; "à Etnomatemática procura entender a realidade e chegar a ação pedagógica de maneira natural mediante um enfoque cognitivo com forte argumentação cultural" (D'Ambrosio 1996 *apud* Dias, Carneiro, Silva e Carneiro, 2022, p.31).

A Etnomatemática ajuda a desenvolver o raciocínio qualitativo, pois sempre é relacionada a algo maior do que o simples exercício e atividade em sala de aula, D'Ambrosio (2019, p.47) afirma que: "Um enfoque etnomatemático sempre está ligado a uma questão maior de natureza ambiental ou de produção, a Etnomatemática raramente se apresenta desvinculada de outras manifestações culturais, tais como religião e arte".

Apesar de sua importância a Etnomatemática sofre rejeições de pesquisadores e professores mais conservadores. D'Ambrosio (2019, p.10) afirma que: "[...] a Etnomatemática, as Etnociência em geral, e a educação multicultural, vêm sendo objeto de críticas: por alguns, como resultado de incompreensão; por outros como protecionismo perverso".

D'Ambrosio (2019) afirma que a metodologia não tem como objetivo rejeitar ou ignorar a matemática acadêmica, mas tem como objetivo fortalecer as raízes da educação matemática. A proposta pedagógica de Etnomatemática é: "[...] fazer da matemática algo vivo, lindando com situações reais no tempo [agora] e no espaço [aqui]". D'Ambrosio (2019, p.49).

2.3.4 Jogos e materiais concretos

Os jogos como metodologia de ensino da matemática podem ser aliados do educador em sala de aula, pois são ferramentas que surgem da necessidade humana de diversão, distração e convivência, porém também podem ser uteis no ensino de

matemática de forma lúdica (Oliveira; Junior, 2018 *apud* Júnior; Biazatti; Siqueira, 2022).

Portanto, os jogos matemáticos podem ser utilizados pelos docentes como recursos para lecionar uma matemática formal de modo mais dinâmico e significativo, tornando assim o ato de estudar e aprender matemática mais prazeroso e atrativo (Pereira; Shumaher; Uliana, 2016 *apud* Júnior; Biazatti; Siqueira, 2022).

De acordo com os autores:

> [...] situar a matemática formal com um jogo e com a mediação do professor educador o aluno criara processos mentais que favorecem o surgimento do pensamento lógico e raciocínio, promovendo uma aprendizagem sólida e significativa (Júnior, Biazatti e Siqueira, 2022, p.137).

A utilização de jogos na educação matemática pode ser considerada como uma atividade de resolução de problemas pois, segundos os autores:

> [...]os jogos no ensino de matemática podem ser considerados como uma atividade de resolução de problemas pois, ao jogar, o aluno potencializa habilidades, tais como analisar, levantar hipóteses, fazer conjecturas, estabelecer relações e propor diferentes estratégias e soluções (Ribeiro, 2009 *apud* Dias; Carneiro; Silva; Carneiro, 2022, p.9).

Outra metodologia que torna o ensino lúdico para os alunos, são os materiais concretos que podem ser classificados de duas formas;

> [...] a primeira refere-se aos materiais concretos estáticos, ou seja, os que não permitem sua modificação, permite-se apenas a sua observação e sua forma não pode ser transformada. A segunda categoria refere-se aos materiais concretos dinâmicos, são aqueles que podem ser manipulados e suas formas se alteram no processo, podendo haver uma maior interação entre aluno e material, e ainda, podem ser materiais estruturados produzidos em larga escola, ou materiais não estruturados construídos pelos professores e alunos (Lorenzato, 2012 *apud* Júnior; Biazatti; Siqueira, 2022, p.138).

A utilização de materiais concretos tem grande relevância na educação matemática, pois torna o aluno mais ativo no seu processo de aprendizagem e possibilita que o educando tenha mais possibilidade de compressão do conteúdo aplicado pelo docente (Júnior; Biazatti; Siqueira, 2022).

Diante disso vale ressaltar que;

> A inclusão de materiais concretos no contexto pedagógico estreita a relação professor-aluno, auxilia no desenvolvimento cognitivo, promove a noção de

> investigação, estimula a concentração e o trabalho em equipe (Júnior; Biazatti; Siqueira, 2022, p.140).

Pode-se afirmar então que a utilização de jogos e materiais concretos são essenciais na educação matemática, a fim de desenvolver o cognitivo e a relação professor-aluno, além de ajuda a desenvolver o convívio entre os estudantes.

2.3.5 Tecnologias da informação e comunicação em educação matemática

Segundo Miranda (2007 *apud* Dias; Carneiro; Silva; Carneiro, 2022, p.9);

> [...]o termo Tecnologias da Informação e Comunicações (TIC) refere-se à conjugação da tecnologia computacional ou informática com a tecnologia das telecomunicações e tem na Internet e mais particularmente na World Wide Web (WWW) a sua mais forte expressão (2007 *apud* Dias; Carneiro; Silva; Carneiro, 2022, p.9)

O uso dessas tecnologias na educação matemática passou por 4 fases, sendo elas; 1° fase (1985); 2° fase (1990); 3° fase (1999) e 4° fase (2004). As fases são caracterizadas pela evolução da tecnologia de sua época e seu fácil acesso a aquisição de aparelhos tecnológicos (Dias; Carneiro; Silva; Carneiro, 2022).

Portanto, há diversas tecnologias que podem auxiliar o professor no ensino da matemática, essas tecnologias da informação e comunicação torna possível um ensino de matemática com maior eficácia (Dias; Carneiro; Silva; Carneiro, 2022).

2.3.6 História da matemática

O conhecimento matemático não é diferente de qualquer conhecimento humano, pois a compreensão de mundo dos indivíduos sofreu diversas evoluções com o passar das eras e com o conhecimento matemático não é diferente. Segundo Dias; Carneiro; Silva; Carneiro, (2022):

> A matemática escolar, hoje conhecida por nós, não é fruto de ideias rápidas tidas como eu em um “passe de mágica’. Tudo que hoje é ensinado nas aulas de matemática é produto da evolução da espécie humana e surgiu como resposta às necessidades dessa espécie. Um exemplo disso é a geometria que nasceu para ajudar os povos para medir suas terras ou os úmeros que surgiram para facilitar aos criadores de animais contarem seu rebanho (Dias; Carneiro; Silva; Carneiro, 2022, p.10).

Portanto;

> Todo esse conjunto de conhecimentos matemáticos, relativos ao passado da humanidade e sua evolução o lugar ou a época, são conhecidos com a História da Matemática e é ela que nos pode contar a origem das grandes descobertas matemáticas (Dias; Carneiro; Silva; Carneiro, 2022, p.10).

A história da matemática como recurso pedagógico que tem objetivo principal "[...] promover um ensino-aprendizagem da matemática que busque dar uma ressignificação ao conhecimento matemático produzido pela sociedade ao longo dos tempos" (Mendes, 2009, p.76 *apud* Dias; Carneiro; Silva; Carneiro, 2022, p.10).

3 METODOLOGIA

3.1 Metodologia aplicada

O objetivo específico deste trabalho é investigar uma abordagem destinada a simplificar o processo de aprendizagem matemática, com foco específico na área de geometria.

Portanto, optamos por adotar a metodológica Engenharia Didática com resolução de problemas para elaborar o trabalho e a criação da sequência didática.

A escolha da Engenharia Didática deu-se porque, segundo Fonseca (2011), essa metodologia envolve a execução de uma sequência de aulas cuidadosamente planejadas com o propósito de coletar dados que auxiliem na compreensão dos processos de ensino-aprendizagem em matemática.

É inegável que essa abordagem metodológica busca contribuir com o processo de ensino-aprendizagem da matemática. De acordo com Fonseca (2011, p.34):

> Esta metodologia de pesquisa da Educação Matemática permite estabelecer uma relação entre o que se ensina e o que é aprendido pelos alunos e leva o professor pesquisador a obter resultados concretos, na perspectiva de superar as dificuldades, inerentes ao conteúdo ensinado

A metodologia tem como objetivo integrar os conceitos teóricos a prática em sala de aula, conforme destacado por Santiago (2012, p.20), "A engenharia didática promove uma união entre o plano teórico da racionalidade do processo metodológico com a fase experimental do mesmo".

Santiago (2012) afirma que:

> Significa uma inserção nova em práticas educativas, sempre aliando a teoria com a prática, desenvolvendo as habilidades de cada aluno, com etapas de análise de toda a metodologia utilizada em alguma investigação realizada pelo professor (Santiago 2012, p.20).

Portanto, adotaremos essa metodologia para elaborar uma sequência didática com o objetivo de os alunos desenvolverem as habilidades necessárias para a resolução dos itens da OBMEP.

A execução desta metodologia é definida por quatro fases que devem ser feitas consecutivas. De acordo com Pais (2011):

> ...no que se refere ao seu planejamento, a escolha pela utilização de uma engenharia didática se faz pela execução de quatro fases consecutivas: análises preliminares; concepção e análise *a priori;* aplicação de uma sequência didática e a análise *a posteriore* e a avaliação (Pais 2011, p.101).

A primeira etapa, segundo Pais (2011), é a análise preliminar onde o pesquisador irá levantar constatações empíricas, destacar concepções dos indivíduos envolvidos e compreender o ambiente em que será feita a pesquisa.

A segunda etapa trata-se da análise a *priori*, ou seja, essa fase trata do estágio inicial de planejamento e avaliação, antes que seja aplicado em sala de aula. Nesse estágio, são identificados e especificados diversos fatores que são importantes e que podem influenciar o sistema de ensino.

A terceira etapa, a aplicação da sequência didática, é composta por um número de aulas que devem ser planejadas e analisadas previamente pelo professor. Essa análise tem como objetivo observar as situações de aprendizagem.

A quarta e última etapa, trata da análise a *posteriori* que é o tratamento e validação dos resultados obtidos na aplicação da sequência didática é a parte experimental da pesquisa.

A aplicação desse trabalho irá seguir as etapas abaixo:

1ª Etapa: Aplicação de um pré-teste com o objetivo de analisar as habilidades e competências dos alunos para resolução dos itens da OBMEP em geometria. A prova da olimpíada é concebida de modo que o aluno consiga resolver os itens utilizando lógica, raciocínio e criatividade. Iremos aplicar questões de maneira a

verificar o conhecimento prévio e as estratégias de resolução dos alunos, iremos buscar questões que foram aplicadas no Nível 1 e 2 da primeira fase da OBMEP.

Após análise dos resultados obtidos será feito a preparação e o desenvolvimento da sequência didática para alcançarmos o objetivo deste trabalho. Além disso, determinaremos quais questões do banco de questões da OBMEP serão utilizados. Também será decidido o número de aulas necessárias e os materiais necessários para a aplicação da sequência didática.

2ª Etapa: Aplicação da sequência de atividades. Nesta fase, será aplicada 4 aulas de geometria, nessas aulas iremos utilizar a metodologia de Jogos e Materiais Concretos, a metodologia do Tangram, slides, projetor e quadrado branco. As aulas serão aplicadas em uma turma do terceiro ano do Ensino Médio em uma escola pública do Distrito Federal. Após a conclusão dessa sequência, procederemos a análise dos dados coletados e das observações feitas durante a realização das atividades.

3ª Etapa: Aplicação do pós-teste com o objetivo de avaliar a sequência didática. A avaliação da sequência didática será constituída pela comparação dos resultados obtidos no pré-teste e no pós-teste. Nesta etapa, será realizado a análise dos resultados obtidos, os quais serão baseados nas produções dos alunos. Iremos aplicar questões da OBEMP de forma a verificar se houve aprendizagem por parte dos participantes após a sequência didática, logo iremos aplicar questões sobre temas abordados na sequência.

O teste estatístico que será utilizado para mensurar e acompanhar a unidade observacional é o teste de Wilcoxon. Segundo (Virgillito, 2017), o objetivo deste teste é verificar se há diferenças significativas entre dois conjuntos de dados efetuadas “antes e depois” de certo tratamento.

Logo, utilizaremos esse método estatístico para comparar os resultados obtidos no pré-teste e no pós-teste, e verificar se a sequência didática ajudou os alunos a melhorarem o entendimento em relação à Geometria. A coleta dos dados será obtida através das respostas dos alunos em ambos os testes. Iremos analisar nessa etapa apenas alunos que participaram de todas as atividades da pesquisa, excluindo assim

dados de alunos que faltaram em alguma aula. Nessa etapa analisaremos então 25 alunos.

O pré-teste será a primeira etapa do trabalho e servirá para verificar se os alunos têm as habilidades necessárias para resolver itens da OBMEP. A interversão será a sequência didática na qual serão ministradas aulas com o objetivo de estimular e desenvolver as habilidades necessárias para a resolução de itens da olimpíada. Após a sequência didática, será aplicado o pós-teste, que tem como objetivo verificar a aquisição e o desenvolvimento de habilidade e competência dos alunos.

Decidimos utilizar uma abordagem lúdica para prosseguirmos com a interversão didática, utilizando da metodologia de jogos e materiais concretos. Para isto, buscamos recursos didáticos que poderiam ser combinados com a metodologia.

Recursos didáticos tem um papel essencial para a compreensão e utilização das noções matemáticas. Segundo a BNCC:

> Desse modo recursos didático como malhas quadrilhadas, ábacos, jogos, livros, calculadoras, planilhas eletrônicas e *softwares* de geométrica dinâmica têm um papel essencial para a compreensão e utilização das noções matemáticas **(**Brasil, 2018, p.276**).**

Portando, decidiu-se utilizar o Tangram[2] como recurso didático no desenvolvimento da atividade proposta. Segundo Silva *et al* (2015, p. 6):

> Pode-se usar o Tangram como recurso didático, em todos os níveis de ensino da educação básica, sendo aplicado no ensino de geometria, na formação de figuras, facilitando a visualização, percepção e assimilação das formas geométricas pelos educandos. Além de promover um melhor entendimento das fórmulas utilizadas para calcular a área, e trabalhar o perímetro e os ângulos internos das figuras geométricas encontradas no Tangram (Silva et al., 2015, p.6).

Do exposto, decidiu-se utilizar o Tangram como ferramenta para desenvolver a atividade lúdica com o objetivo de gerar maior adesão dos estudantes, pois durante a correção da atividade anterior foi observado muitas abstenções. Para Silva *et al* (2015, p. 6):

[2] O Tangram é um jogo de quebra-cabeça geométrico, constituído por 7 peças; 5 triângulos (Dois grandes, um médio e dois pequenos), um quadrado e um paralelogramo, formados a partir de recortes de uma figura com a forma de um quadrado.

> O Tangram é um quebra-cabeça, que pode ser usado como recurso didático, para tornar as aulas mais atrativas e manter a atenção dos alunos, possibilitando um ensino mais significativo. Este jogo pode ser aplicado para trabalhar diferentes conteúdos, nos vários níveis de ensino, cabendo ao professor fazer as adaptações necessárias Silva *et al* (2015, p. 6).

O quebra cabeça também pode ser utilizado para trabalhar o conceito de área. De acordo com Silva *et al* (2015, p. 6): “Utiliza-se o Tangram também para o ensino do conceito de área, pois cada quadrado que compõe o Tangram quadriculado representa uma unidade quadrada (u^2) de área”.

A população alvo da desta pesquisa são alunos da terceira série do Ensino Médio de escolas públicas do Governo do Distrito Federal, localizadas na Região Administrativa Samambaia Norte. A amostragem será por conveniência, pois, como iremos aplicar uma sequência de aulas, será necessário maior acessibilidade ao local da pesquisa

4 ATIVIDADES APLICADAS E ANÁLISE DE DADOS

4.1 Atividade n°1 – Pré-Teste

4.1.1 Escolha das questões do Pré-Teste

Com o intuito de verificar os conhecimentos prévios dos estudantes decidiu-se buscar questões cujo tema principal seria área de quadrados e triângulos. O motivo da delimitação do tema deve-se ao fato de serem temas simples abordados durante o ensino fundamental.

Portanto, buscou-se questões sobre o tema no banco de questões da OBMEP, dando preferência para provas que foram aplicadas em anos anteriores. Durante a pesquisa, selecionamos duas questões.

4.1.1.1 Questão 1*:*

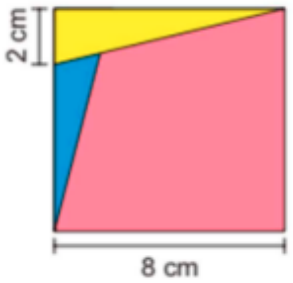
A primeira questão tem como objetivo trabalhar áreas de triângulos e quadrado. A questão foi aplicada como forma de avaliar os conhecimentos prévios dos alunos em geometria, pois áreas de quadrados e triângulos são amplamente abordadas durante o processo educacional e estão estritamente ligadas ao objetivo deste trabalho.

Espera-se que o aluno consiga calcular as áreas dos triângulos e do quadrado. Espera-se que o aluno compreenda que a área do quadrilátero rosa é a área do quadrado subtraído da soma das áreas dos triângulos. A figura 1 abaixo mostra a questão escolhida:

Figura 1 – OBMEP, primeira fase, nível 01, 2019

1) O quadrado abaixo está dividido em dois triângulos e um quadrilátero. O triângulo amarelo tem o dobro da área do triângulo azul. Qual é a área do quadrilátero rosa?

a) 36 cm²
b) 48 cm²
c) 52 cm²
d) 56 cm²
e) 60 cm²



Fonte: http:/www.obmep.org.br/provas.htm

4.1.1.2 Questão 2*:*

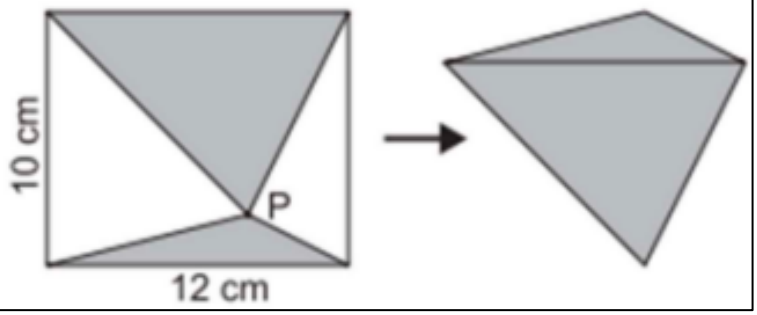
A segunda questão tem como objetivo trabalhar áreas de triângulos juntamente com sistema de equações. A questão foi aplicada com o objetivo de verificar as estratégias de resolução de problema dos alunos, pois na resolução deste problema os participantes deveriam construir equações a fim de encontrar as áreas.

A figura 2 abaixo mostra a questão escolhida:

Figura 2 – OBMEP, Primeira Fase, Nível 02, 2013

4) Juliana desenhou, em uma folha de papel, um retângulo de comprimento 12 cm e largura 10 cm. Ela escolheu um ponto P no interior do retângulo e recortou os triângulos sombreados como na figura. Com esses triângulos, ela montou o quadrilátero da direita. Qual é a área do quadrilátero?

a) 58 cm²
b) 60 cm²
c) 64 cm²
d) 66 cm²
e) 70 cm²



Fonte: http://www.obmep.org.br/provas.htm

4.1.2 Classificação das questões segundo a BNCC

Para melhor análise dos resultados obtidos, optamos por enquadrar as questões nos objetos de conhecimento e nas habilidades descritas na Base Nacional Curricular Comum (BNCC). Isto se faz necessário, pois, conhecendo as habilidades que cada questão visa cobrir, o processo de correção e elaboração do plano de intervenção didática torna-se mais coeso.

Dito isto, a primeira questão busca trabalhar a ideia de cálculo de áreas de figuras planas. Portanto, buscou-se na BNCC os objetos de conhecimento e as habilidades que melhor se enquadram no item.

Na pesquisa feita na BNCC, o objeto de conhecimento que se enquadrou melhor foi no primeiro problema foi;

> Equivalência de área de figuras planas: cálculo de áreas de figuras que podem ser decompostas por outras, cujas áreas podem ser facilmente determinadas como triângulos e quadriláteros (Brasil, 2018, p.308).

Tendo o objeto de conhecimento decidido agora precisa-se definir a habilidade que a questão cobre, a habilidade que mais se encaixa na questão é: “(EF07MA31)

Estabelecer expressões de cálculo de área de triângulos e de quadriláteros” (Brasil, 2018, p.309).

A segunda questão trabalha com dois objetos de conhecimento, sendo eles; Equações polinomiais do primeiro grau e área de figuras planas. A primeira habilidade que mais se enquadra é:

> (EF07MA18) Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de primeiro grau, redutíveis à forma $ax + b = c$, fazendo uso das propriedades da igualdade (Brasil, 2018, p.307).

A segunda habilidade que se enquadra em relação a medida da área dos triângulos é:

> (EF08MA19) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de áreas de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadrilátero, triângulos e círculos), em situações como determinar medidas de terrenos (Brasil, 2018, p.315).

4.1.3 Divisão das questões em itens

A divisão das questões em itens é uma maneira de simplificar o processo de resolução, servindo como uma forma de guiá-los a resolver cada passo de uma vez.

A divisão também é útil para delimitar as dificuldades dos alunos, pois os itens foram construídos de forma a verificar onde se encontram as maiores dificuldades dos alunos. As questões escolhidas para a aplicação do pré-teste foram questões do Nível I e II.

Dito isto, reestruturamos a primeira questão, figura 1, da seguinte maneira;

a) Como você calcularia a área do triângulo amarelo? Justifique sua resposta.
b) Como você calcularia a área do triângulo azul? Justifique sua resposta.
c) Como você calcularia a área do quadrado? Justifique sua resposta.
d) Como você calcularia a área do quadrilátero rosa? Justifique sua resposta.

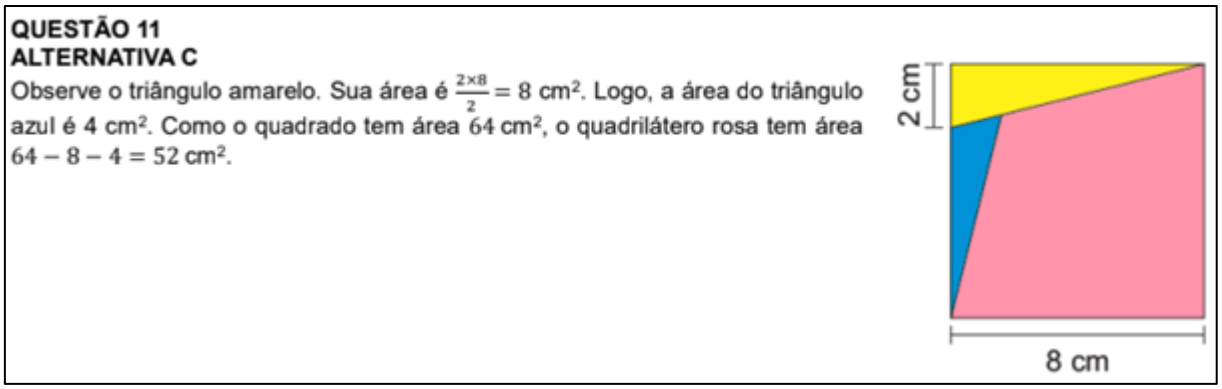
A divisão da questão seguiu desta maneira, pois para alcançar o objetivo proposto o aluno deve compreender inicialmente a necessidade de determinar a área do triângulo amarelo, o que demonstraria a habilidade EF07MA31. Após isto espera-se que o aluno releia o enunciado para poder responder o item b.

Após a resolução dos itens passados os alunos deveriam responder o item posterior. Espera-se que o aluno demonstre a habilidade EF07MA31 para determinar a área do quadrado. Em seguida os alunos estariam aptos para resolver o item d.

Sobre o item d, espera-se que o aluno interprete que a área pedida é a área do quadrado subtraída da soma das áreas dos triângulos. Seguindo esses passos, os participantes conseguiriam encontrar a área do quadrilátero rosa, resolvendo assim a questão.

A figura abaixo mostra o processo de resolução da questão:

Figura 3 – Resolução questão 1 do Pré-Teste



Fonte: http://www.obmep.org.br/provas.htm

A segunda questão, figura 2, ficou da seguinte maneira:

a) Como você calcularia a altura do triângulo hachurado maior? Justifique sua resposta.
b) Como você calcularia a altura do triângulo hachurado menor? Justifique sua resposta.
c) Sabendo as alturas de ambos os triângulos, como você calcularia suas áreas? Justifique sua resposta.
d) Como você calcularia a área do quadrilátero? Justifique sua resposta.

A divisão da segunda questão deu-se desta forma, pois, para calcular a área do quadrilátero, os estudantes deveriam observar que a figura é formada pelos triângulos hachurados. Para resolver o segundo problema deve-se determinar as áreas dos triângulos e somá-las, descobrindo assim o valor da figura desejada.

Nos itens a e b, os alunos deveriam primeiramente criar expressões algébricas para descobrir as alturas dos triângulos, demonstrando domínio da habilidade

EF07MA18. Feito isto, os estudantes deveriam utilizar as expressões algébricas dos itens anteriores no item c, com o objetivo de descobrir as áreas dos triângulos hachurados. Em seguida, os alunos deveriam somar as equações obtidas no item c, pois a área do quadrilátero é igual a soma das áreas dos triângulos hachurados.

A figura abaixo mostra o processo de resolução da questão:

Figura 4 – Resolução questão 2 do Pré-Teste

Como a área do quadrilátero é igual à soma das áreas dos triângulos, basta calcular as áreas dos triângulos e somá-las. Logo, chamaremos a altura do triângulo maior de h_1 e do triângulo menor de h_2. Como $h_1 + h_2 = 10$, temos que, $h_2 = 10 - h_1$. Calculando as áreas dos triângulos, $A_1 = \frac{1}{2} \times 12 \times h_1$ e $A_2 = \frac{1}{2} \times 12 \times (10 - h_1)$, logo, $A_1 = 6h_1$ e $A_2 = 60 - 6h_1$.
Como $A_Q = A_1 + A_2$, temos; $A_Q = 6h_1 + 60 - 6h_1$
Logo podemos afirmar que a área do quadrilatero é: $A_Q = 60cm^2$

Fonte: Elaborado pelo autor

4.1.4 Análise A Priori

A atividade aplicada aos alunos tem como objetivo verificar os conhecimentos e as habilidades em geometria. Foi aplicado um pré-teste para alunos do terceiro ano do Ensino Médio. O pré-teste consistia em um questionário com as duas questões divididas em quatro itens envolvendo áreas de figuras planas.

Espera-se que os alunos sejam capazes de calcular áreas de figuras planas, interpretar e desenvolver estratégia para resolução das questões.

4.1.5 Desenvolvimento da atividade

Esta atividade foi realizada no dia 7 de março de 2024, por volta das 07:30h, em uma escola pública do Distrito Federal, a atividade foi aplicada em turmas do terceiro ao do Ensino Médio. A duração da atividade foi de 100 minutos.

Nos primeiros 20 minutos houve a apresentação do pesquisador e do tema do trabalho, expondo os objetivos. Foi explicado que o desempenho dos alunos na atividade proposta não iria afetar a média escolar. Foi explicado também que os dados pessoais dos participantes seriam resguardados e as regras do trabalho, que seria individual e sem pesquisa.

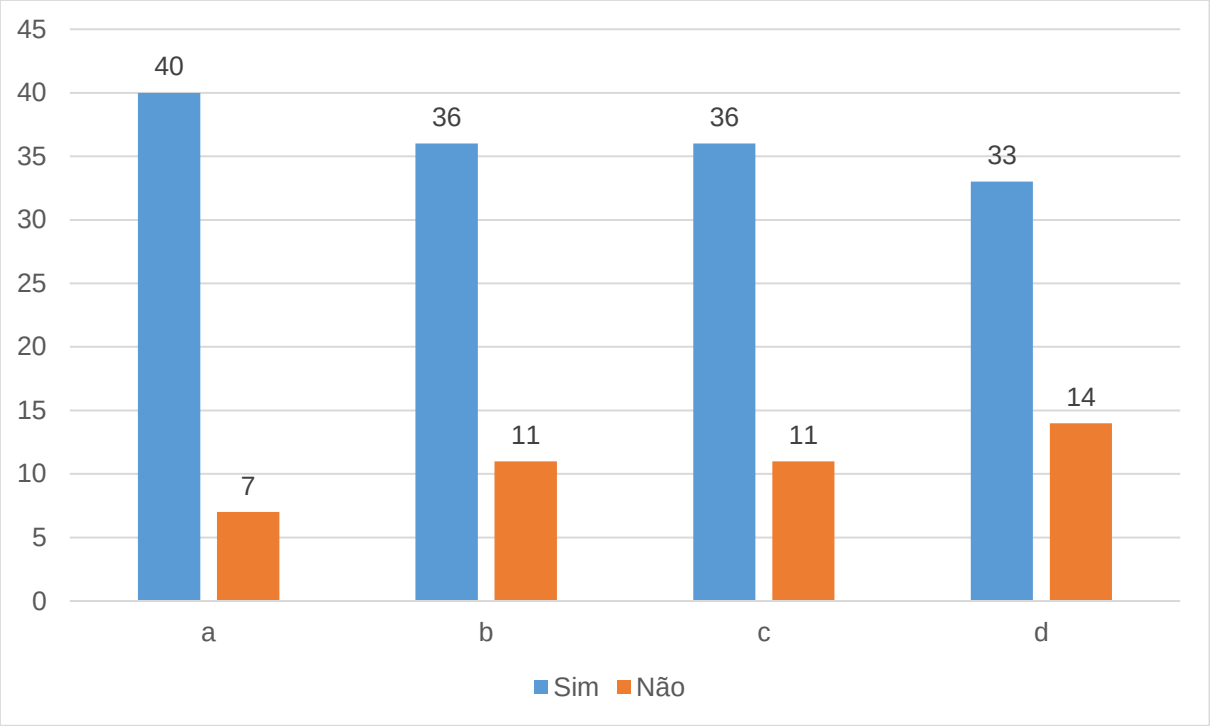
4.1.6 Análise A Posteriori

Após a aplicação do pré-teste foi feita a correção e a análise das respostas dos alunos.

4.1.6.1 Questão 1

O gráfico abaixo mostra a relação de alunos que responderam os itens da primeira questão:

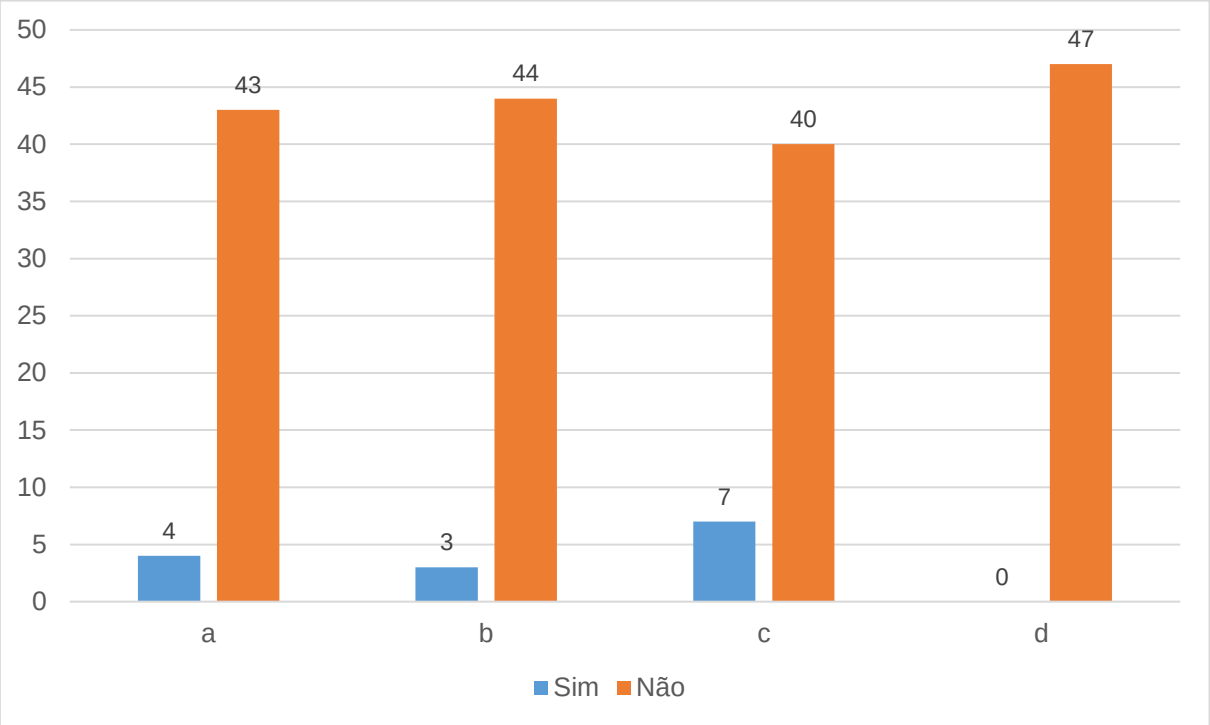
Gráfico 1 – Número de respostas da primeira questão do pré-teste



Fonte: dados da pesquisa

O gráfico abaixo mostra o número de alunos que responderam corretamente os itens da primeira questão:

Gráfico 2 – Número de acertos da primeira questão do pré-teste



Fonte: dados da pesquisa

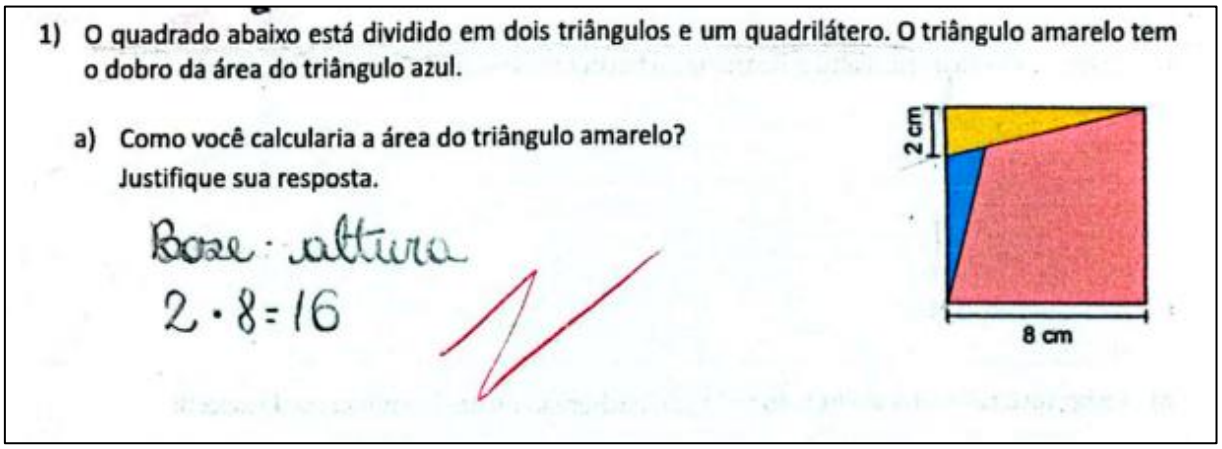
4.1.6.1.1 Erros comuns

Após análise das respostas dos alunos foram observados erros comuns. Os estudantes demonstraram dificuldade para calcular as áreas das figuras contidas no problema.

Nas figuras 5 e 6, a seguir pode-se observar que os alunos compreenderam que, para calcular a área do triângulo, deve-se saber da base e altura da figura, porém esqueceram de dividir o resultado por dois. Este fato ocorre, pois os alunos aprenderam decorando fórmulas e após alguns meses esquecem delas.

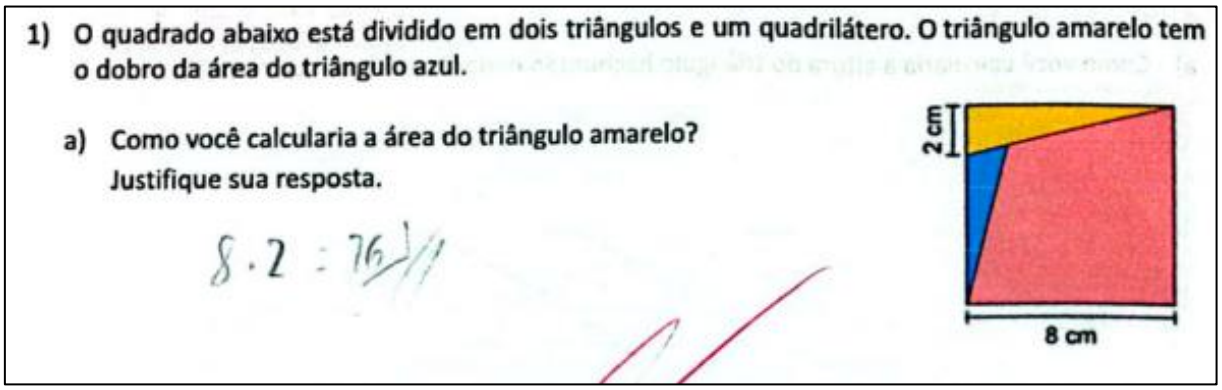
Alguns exemplos:

Figura 5 – Resposta do aluno n° 9



Fonte: elaborado pelo autor

Figura 6 – Resposta do aluno n°14



Fonte: elaborado pelo autor

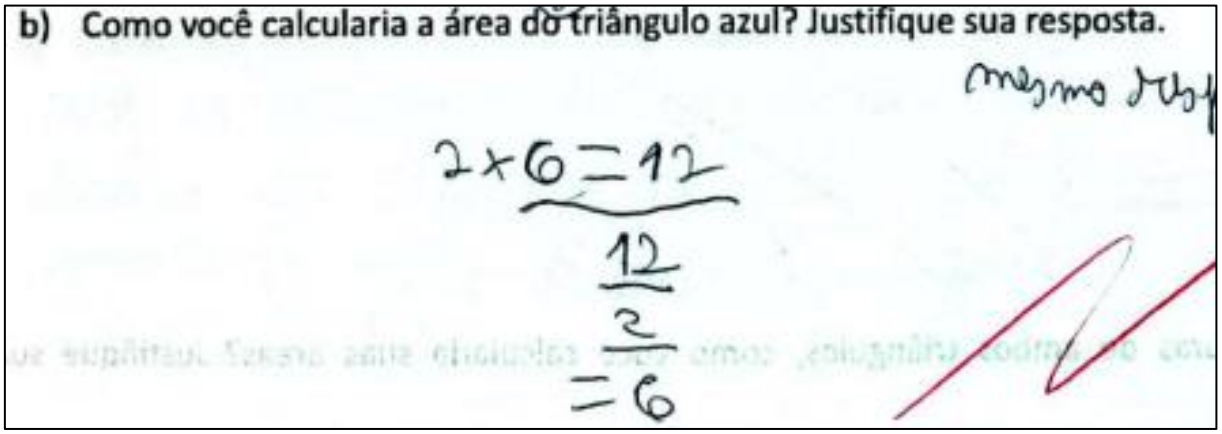
Alguns erros são cometidos por falta de atenção. Alguns exemplos:

Figura 7 – Resposta aluno n°15



Fonte: elaborado pelo autor

Figura 8 – Resposta do aluno n°20

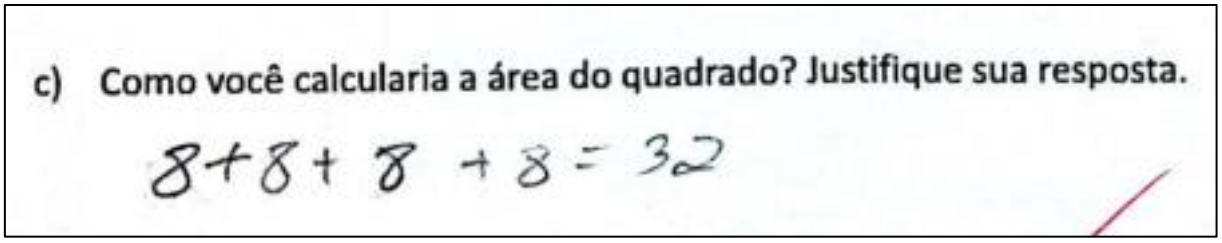


Fonte: elaborado pelo autor

O erro descrito nas figuras 7 e 8 foi causado pela falta de atenção dos participantes, pois para resolver o item b, da questão 1, o aluno deveria compreender que a área pedida é a metade da área do item anterior, o que estava escrito no enunciado. Ou ainda, os alunos demonstraram a dificuldade de entender proporcionalidade.

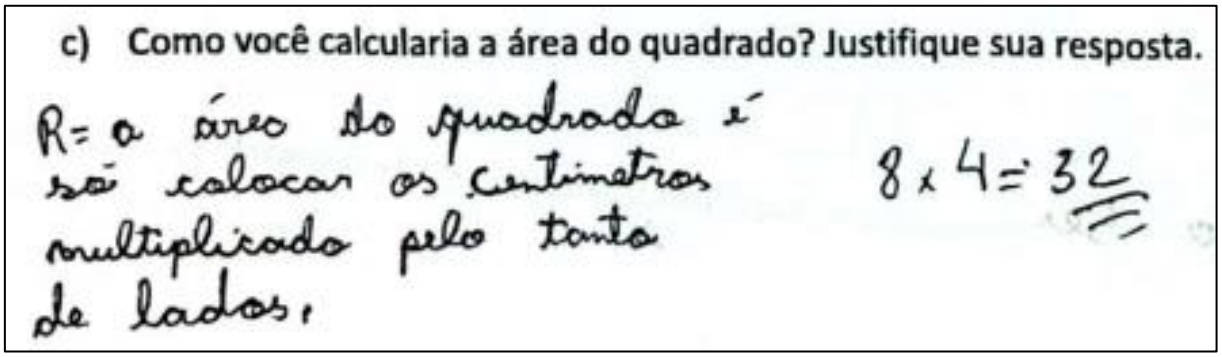
Outros exemplos:

Figura 9 – Resposta do aluno n° 26



Fonte: elaborado pelo autor

Figura 10 – Resposta aluno n° 17

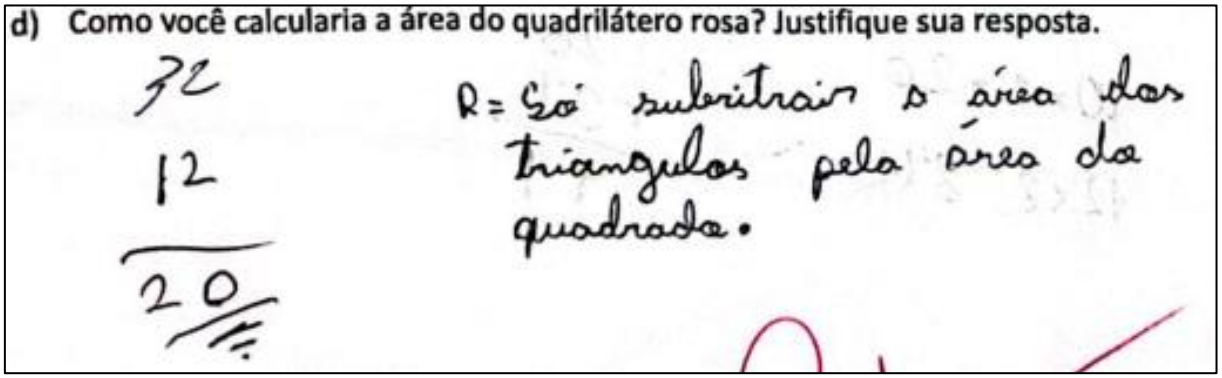


Fonte: elaborado pelo autor

Os erros encontrados nas figuras 9 e 10 mostram que os alunos compreendem as características dos quadrados, pois sabem que os lados de um quadrado são iguais, porém não sabem como calcular sua área.

Outro Exemplo:

Figura 11 – Resposta do aluno n° 14



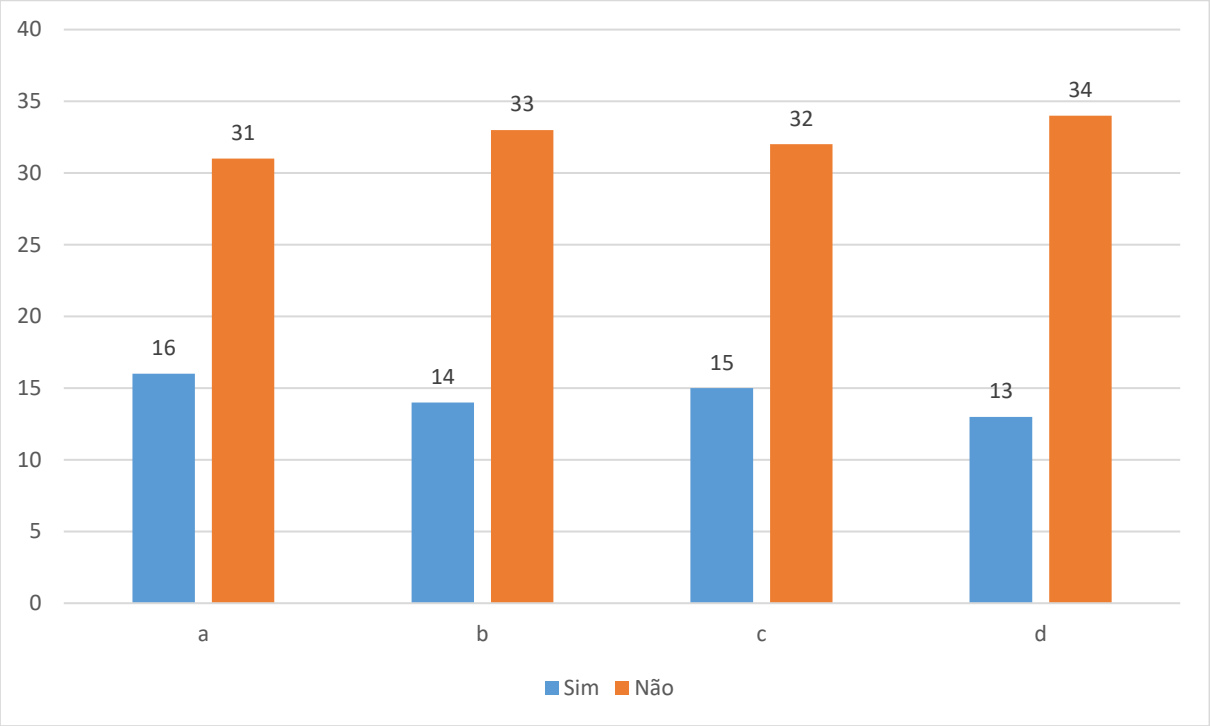
Fonte: elaborado pelo autor

Durante a análise foi observado que alguns alunos compreenderam o item d, da primeira questão, figura 1, porém como os resultados obtidos nos itens anteriores estavam errados, os estudantes erraram o item.

4.1.6.2 Questão 2

O gráfico abaixo mostra o número de alunos que responderam os itens da segunda questão:

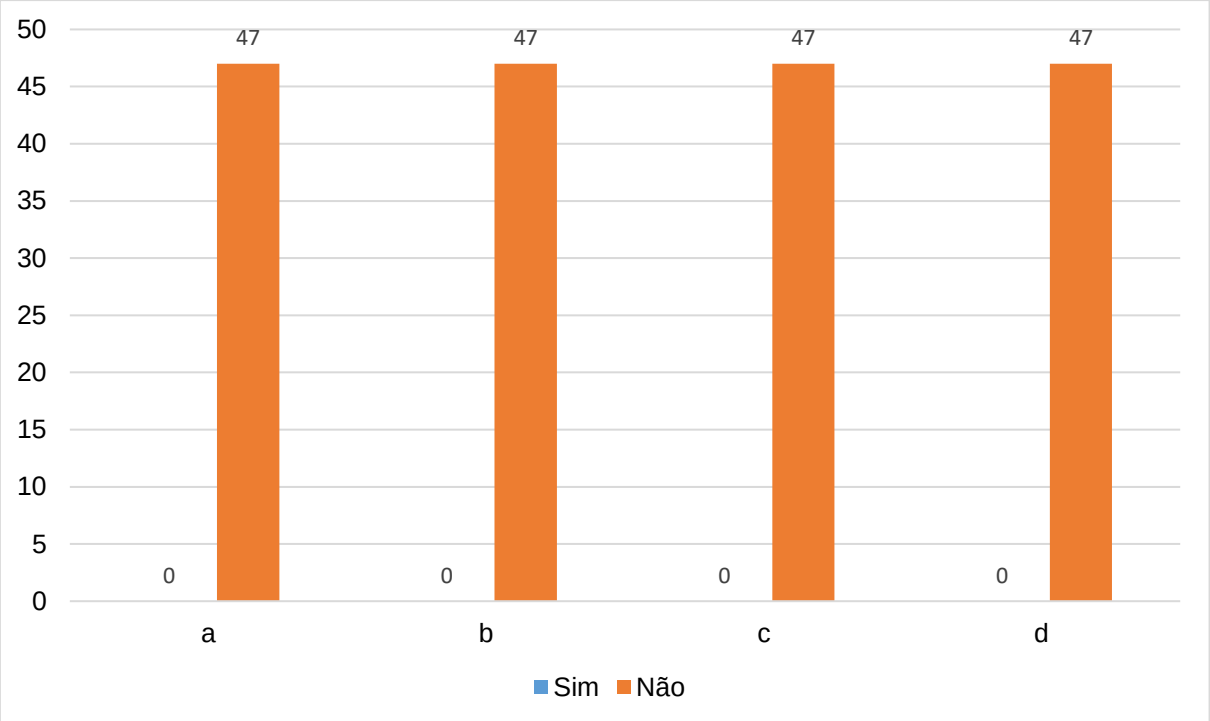
Gráfico 3 – Número de respostas da segunda questão do pré-teste



Fonte: dados da pesquisa

O gráfico abaixo mostra o número de alunos que acertaram os itens da segunda questão:

Gráfico 4 – Número de acertos da segunda questão do pré-teste



Fonte: dados da pesquisa

4.2 Desenvolvimento da aula

4.2.1 Escolha da metodologia do Tangram

Durante a aplicação do pré-teste foi observado certo desânimo dos alunos em relação à resolução do questionário. Sempre que os alunos encontravam algum problema que a resposta não era obvia, eles ficavam desestimulados. Podemos observar isso no grande índice de abstenção representado no gráfico 3.

Do exposto, decidimos utilizar uma abordagem lúdica para prosseguirmos com a interversão didática, utilizando da metodologia de jogos e materiais concretos. Para isto, buscamos recursos didáticos que poderiam ser combinados com a metodologia.

O jogo consistia em três etapas e seria realizado em grupos. Os grupos que venceriam o jogo iriam ganhar uma caixa do chocolate. Então, com a ajuda do professor da turma, dividiu-se a turma em grupos formados por afinidade, cada grupo tinha em média 5 alunos. As regras do jogo eram:

- Todas as peças do Tangram devem ser utilizadas e não podem ser sobrepostas;
- Os grupos não podem utilizar aparelhos eletrônicos para pesquisa;
- Cada etapa valerá: 4 pontos para o primeiro grupo que terminar, 3 pontos para o segundo, 2 para o terceiro e 1 para o quarto;
- O primeiro grupo que terminar cada etapa será o vencedor da etapa;
- Os professores irão avaliar a figura formada, caso não haja a aprovação dos professores a tentativa será anulada;
- Todos os grupos devem concluir as etapas;
- A próxima etapa começara somente quando todos os grupos encerarem a etapa atual;
- O vencedor será o grupo que obtiver maior pontuação, somando cada etapa;

O jogo consistia em três etapas, a primeira etapa era para os alunos utilizarem as peças do Tangram para formarem figuras de animais. A segunda etapa era calcular a área do animal formado. A terceira e última etapa era voltar as peças para o formato original do Tangram.

Aplicou-se a atividade com o intuito de instigar os alunos a perceberem que não importa a figura formada pelos grupos. Caso utilizem todas as peças, a área sempre será igual a figura original entregue a eles.

4.2.2 Desenvolvimento da aula

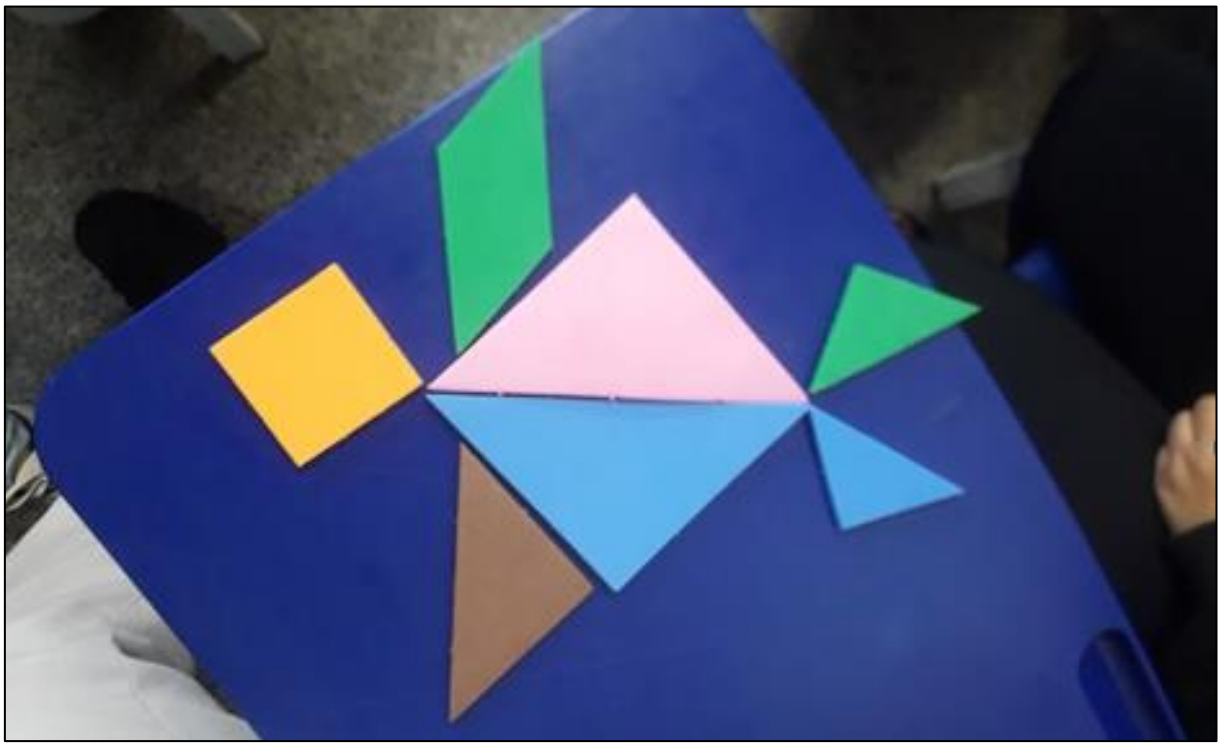
Esta atividade foi aplicada no dia 14 de março de 2024, por volta de 07:30h, em uma escola pública do Distrito Federal. A atividade foi realizada em turmas do terceiro ano do Ensino Médio. A atividade teve duração de duas horas/aulas, ou seja, cerca de 100 min em cada turma. A atividade ocorreu sem problemas e todos os alunos participaram. Porém, durante a segunda etapa do jogo foi necessária uma mudança de estratégia, pois alguns grupos não conseguiram encontrar o valor correto da área, então decidi que a resposta mais próxima da correta seria a vencedora. Minha participação como orientador da atividade foi concluída sem nenhum problema, o professor titular da turma auxiliou na distribuição dos grupos e no controle da turma. Os alunos utilizaram o Tangram, folhas em branco, régua, lápis e papel. Foi fornecido por mim o Tangram e as folhas em branco.

4.2.3 Análise da atividade proposta

4.2.3.1 Primeira etapa

A primeira etapa do jogo consistia em construir figuras de animais utilizando todas as peças do Tangram. Os alunos a princípio tiveram certas dificuldades em construir as figuras, porém, com o passar do tempo, todos os grupos conseguiram concluir a etapa. Vejamos alguns exemplos de construções:

Figura 12 – Resposta do grupo n°2



Fonte: elaborado pelo autor

Figura 13 – Respostas do grupo n°3

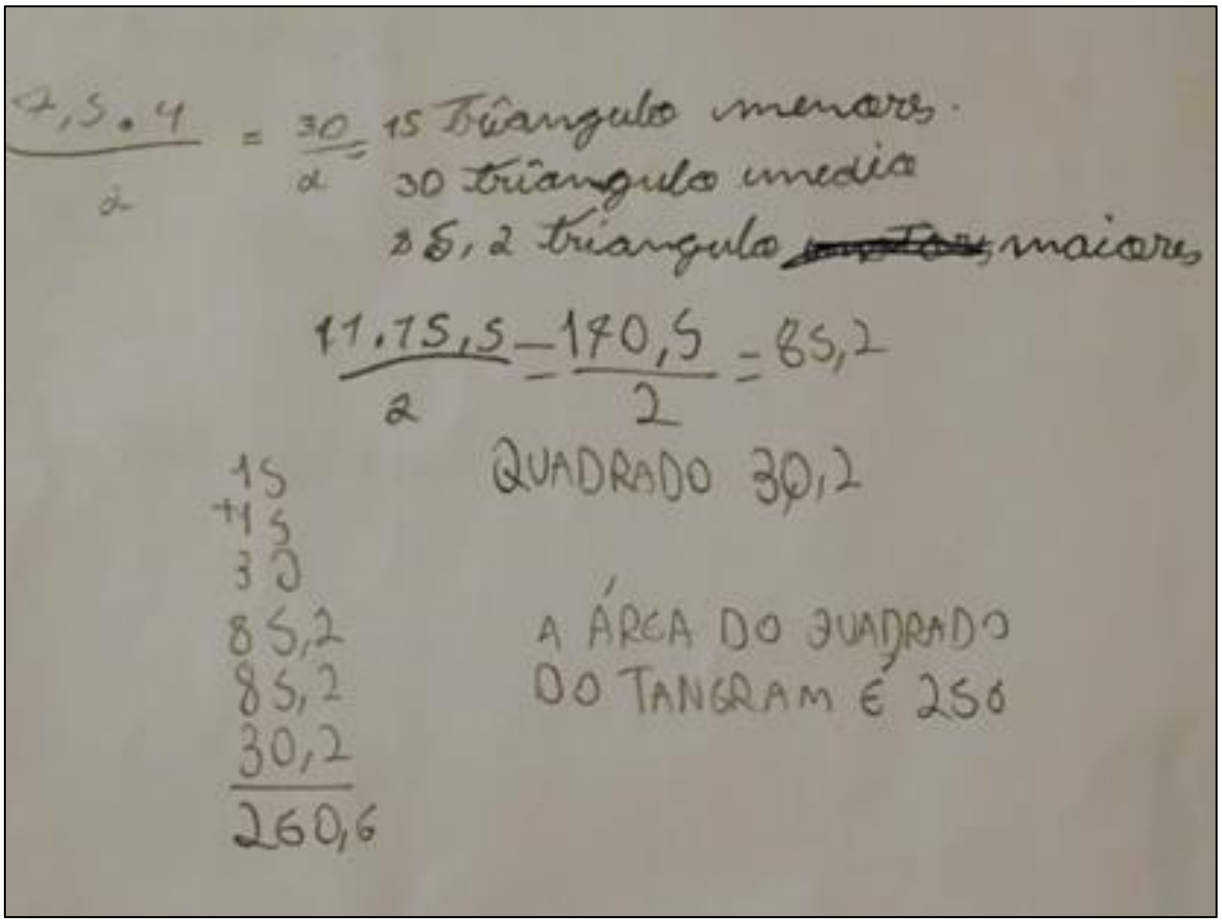


Fonte: elaborado pelo autor

4.2.3.2 Segunda etapa

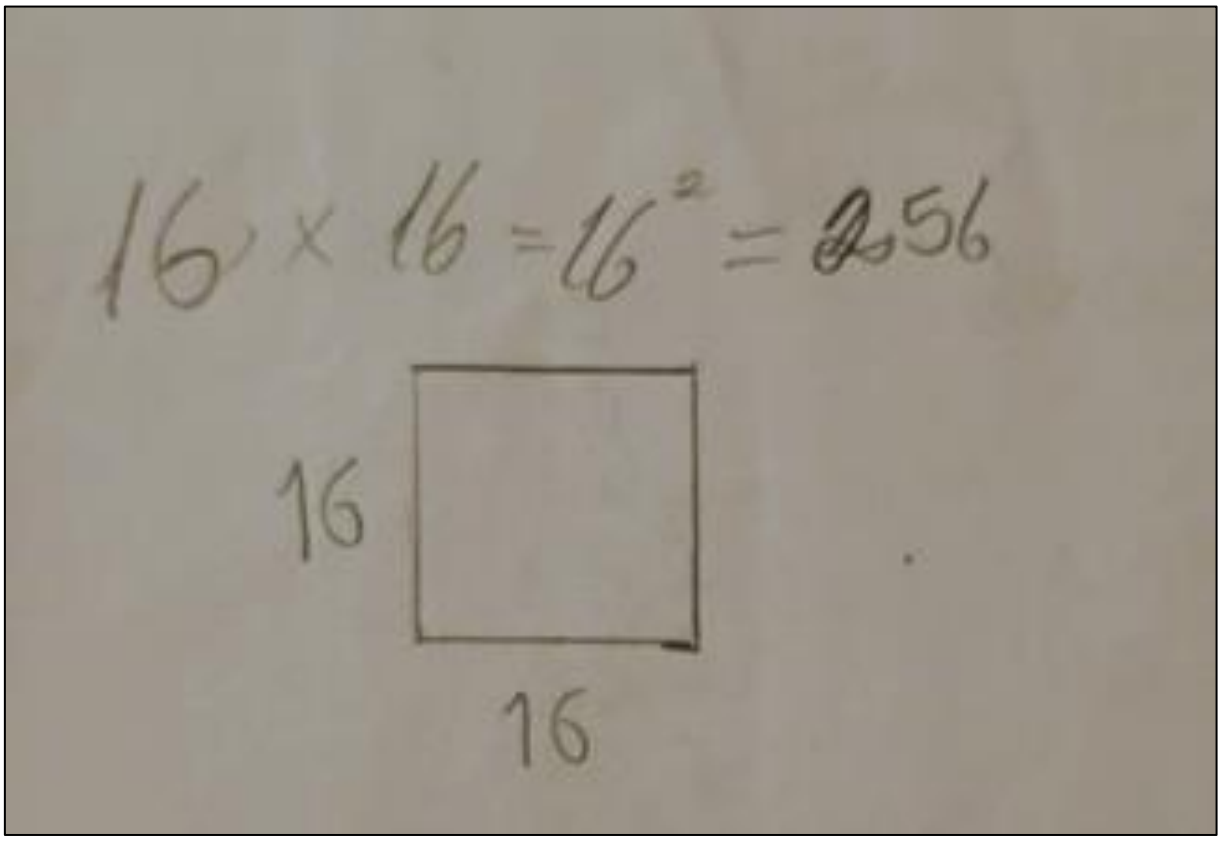
A segunda etapa consistia em os alunos calcularem a área da figura que construíram. Nessa etapa os alunos decidiram utilizar régua, folha em branco, lápis e borracha. Foi notória a dificuldade dos alunos nesta etapa, pois o Tangram é formado por diversas figuras geométricas e a estratégia que alguns grupos decidiram adotar foi calcular a área de cada figura separada e depois somar os resultados obtidos. Enquanto alguns decidiram calcular a área original do Tangram. Vejamos abaixo alguns exemplos:

Figura 14 – Resposta do grupo 3



Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 15 – Respostas do grupo 2



Fonte: Elaborado pelo autor

4.2.3.3 Terceira etapa

A terceira etapa consistia em voltar a posição original do Tangram e calcular a área da figura original, esta etapa tinha objetivo de mostrar para os alunos que a área da figura formada na etapa anterior é igual a área da figura original.

4.3 Atividade n°3

4.3.1 Desenvolvimento da intervenção

A atividade consistiu em uma aula expositiva e teve como objetivo construir as fórmulas de cálculo de áreas de figuras planas de forma intuitiva, sem a necessidade de demonstração formal. Decidiu-se então construir as seguintes fórmulas das figuras a seguir: quadrado, retângulo, triângulo e paralelogramo.

A necessidade da delimitação dessas figuras deu-se pelo fato de serem as figuras contempladas no Tangram. Outro motivo da delimitação foi a atividade do pré-teste, a qual demonstrou a dificuldade dos alunos em determinar as áreas dessas figuras. Portanto para uma intervenção coesa e eficaz foi decidido trabalhar apenas com estas figuras.

Nesta atividade utilizamos slides[3], quadro branco e projetor.

4.3.2 Desenvolvimento da atividade

Esta atividade foi aplicada no dia 21 de março de 2024, por volta das 7:30h, em um colégio público no Distrito Federal, em turmas do terceiro ano do Ensino Médio. A atividade foi realizada com o acompanhamento do professor da turma, e teve duração de 50 minutos. A atividade ocorreu sem problemas. Minha participação como orientador da atividade foi concluída sem ocorrência. Os alunos não utilizaram recursos didáticos no dia.

4.4 Atividade n°4 – Pós-Teste

4.4.1 Escolha das questões

O objetivo do pós-teste é verificar se houve aprendizado e melhora em relação ao pré-teste. Disto isto, buscamos questões da OBMEP com o objetivo de verificar a aprendizagem dos alunos.

4.4.1.1 Questão 1:

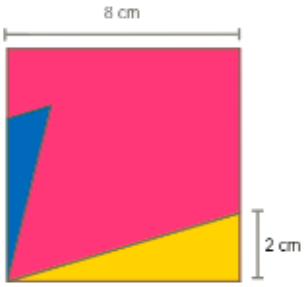
Durante análise das respostas do pré-teste foi observado que a questão 1, figura 1, compreendia todas as habilidades contempladas na intervenção didática, portanto, optou-se pela reutilização dela, logo foi decidido por modificar a questão e reutilizá-la no Pós-Teste. A figura 16, mostra a adaptação:

[3]Slides utilizados em sala disponíveis em: https://drive.google.com/file/d/1zmtLczKDTc4Mo1UaEsIDDiRD9Ki71fdP/view?usp=sharing

Figura 16 – OBMEP, primeira fase, nível 01, 2019, adaptado

1) O quadrado abaixo está dividido em dois triângulos e um hexágono. O triângulo amarelo tem o dobro da área do triângulo azul. Qual é a área do hexágono rosa?

a) 36 cm²
b) 48 cm²
c) 52 cm²
d) 56 cm?
e) 60 cm²



Fonte: adaptado de http://www.obmep.org.br/provas.htm

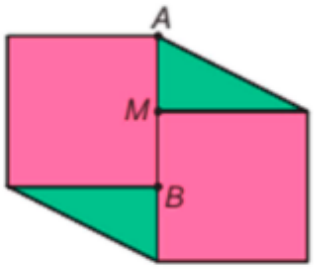
4.4.1.2 Questão 2:

A segunda questão tem como objetivo trabalhar com áreas de triângulos e quadrados juntamente com a definição de ponto médio. A questão foi aplicada com o objetivo de verificar as estratégias de resolução de problema dos alunos, juntamente com a absorção do conteúdo dado durante a pesquisa.

Figura 17 – OBMEP, primeira fase, nível 02, 2015

2) A figura abaixo é formada por dois quadrados de lado 6 cm e dois triângulos. Se M é o ponto médio de *AB*, qual é a área total da figura?

a) 90 cm²
b) 96 cm²
c) 100 cm²
d) 108 cm²
e) 120 cm²



Fonte: http://www.obmep.org.br/provas.htm

4.4.2 Classificação das questões segundo a BNCC

Para melhor análise dos resultados obtidos optou-se por enquadrar as questões escolhidas nos objetos de conhecimento e nas habilidades descritas na Base Nacional Curricular Comum (BNCC). Isto se fez necessário, pois, caso os alunos

errassem a questão, seria possível identificar qual habilidade os alunos demonstravam dificuldade.

Do exposto, já classificamos a primeira questão, então não iremos refazer o processo. A segunda questão trabalha com área de figuras planas e a ideia de ponto médio. Durante a pesquisa feita na Base Nacional Curricular Comum, o objeto de conhecimento no qual mais se enquadrou foi:

> Equivalência de área de figuras planas: cálculo de áreas de figuras que podem ser decompostas por outras, cujas áreas podem ser facilmente determinadas como triângulos e quadriláteros (Brasil, 2018, p.308).

Tendo o objeto de conhecimento decidido agora precisa-se definir a habilidade que a questão cobre. A habilidade que mais se encaixa na questão é: “(EF07MA31) Estabelecer expressões de cálculo de área de triângulos e de quadriláteros” (Brasil, 2018, p.309).

4.4.3 Divisão das Questões em itens

Para verificar com precisão quais dificuldades os alunos encontraram durante o processo de resolução, decidimos dividir as questões em quatro itens, os quais funcionariam como etapas para a resolução completa do problema proposto. Esta divisão também tem o objetivo de verificar se a intervenção conseguiu sanar as dificuldades observadas durante a aplicação da primeira atividade.

Dito isto, o processo de resolução da primeira questão foi divido da seguinte maneira:

a) Como você calcularia a área do triângulo amarelo? Justifique sua resposta.
b) Como você calcularia a área do triângulo azul? Justifique sua resposta.
c) Como você calcularia a área do quadrado? Justifique sua resposta.
d) Como você calcularia a área do quadrilátero rosa? Justifique sua resposta.

A segunda questão ficou da seguinte maneira:

a) Como você calcularia a área dos quadrados rosas? Justifique sua resposta.
b) Como você calcularia as alturas dos triângulos verdes? Justifique sua resposta.
c) Como você calcularia a área dos triângulos verdes? Justifique sua resposta.

d) Sabendo as áreas dos quadrados rosas e dos triângulos verdes, como você calcularia a área total? Justifique sua resposta.

A divisão da segunda questão deu-se desta forma, pois, para alcançar o objetivo proposto, o aluno deve compreender incialmente que a área total da figura desejada é determinada parcialmente por dois quadrados. Logo, o aluno determinar inicialmente suas áreas, o que demonstraria a habilidade EF07MA31.

Após isto, espera-se que o aluno releia o enunciado para responder o item b, pois, para resolvê-lo, os alunos devem compreender o conceito de ponto médio.

Após a resolução do item b, os alunos estão aptos para resolverem o item c, que é determinar as áreas dos triângulos demonstrando assim a habilidade EF07MA31.

Para a resolução do item d, os alunos deveriam somar as áreas obtidas nos itens a e c. Determinado a área da figura desejada.

A figura abaixo mostra o processo de resolução da questão:

Figura 18 – Resolução questão 2 do Pós-Teste

Como os lados dos quadrados rosas são iguais a 6 cm, suas áreas são: $A_1 = 6 \times 6 = 36\,\text{cm}^2$ e $A_2 = 6 \times 6 = 36\,\text{cm}^2$.
Como M é o ponto médio de $\overline{AB}$ e $\overline{AB} = 6\,\text{cm}$, logo $\overline{AM} = 3\,\text{cm}$ e $\overline{MB} = 3\,\text{cm}$.
Sabemos que os dois quadrados têm lado de 6 cm, então a altura dos triângulos rosas é igual a 3 cm. Então, $A_3 = \frac{1}{2} \times 3 \times 6 = 9\,\text{cm}^2$ e $A_4 = \frac{1}{2} \times 3 \times 6 = 9\,\text{cm}^2$.
Então, para calcular a área total, basta somar todas as áreas encontradas: $A_{total} = A_1 + A_2 + A_3 + A_4$. Logo, $A_{total} = 90\,\text{cm}^2$.

Fonte: Elaborado pelo autor

4.4.4 Analise a Priori

Este questionário tem como objetivo verificar se houve aprendizado e melhora em relação ao pré-teste. Para atingir o resultado esperado, utilizamos o primeiro questionário para verificar onde se encontravam as dificuldades dos alunos. Feito isto, decidimos buscar questões da OBMEP que cobrem as mesmas habilidades.

4.4.5 Desenvolvimento da atividade

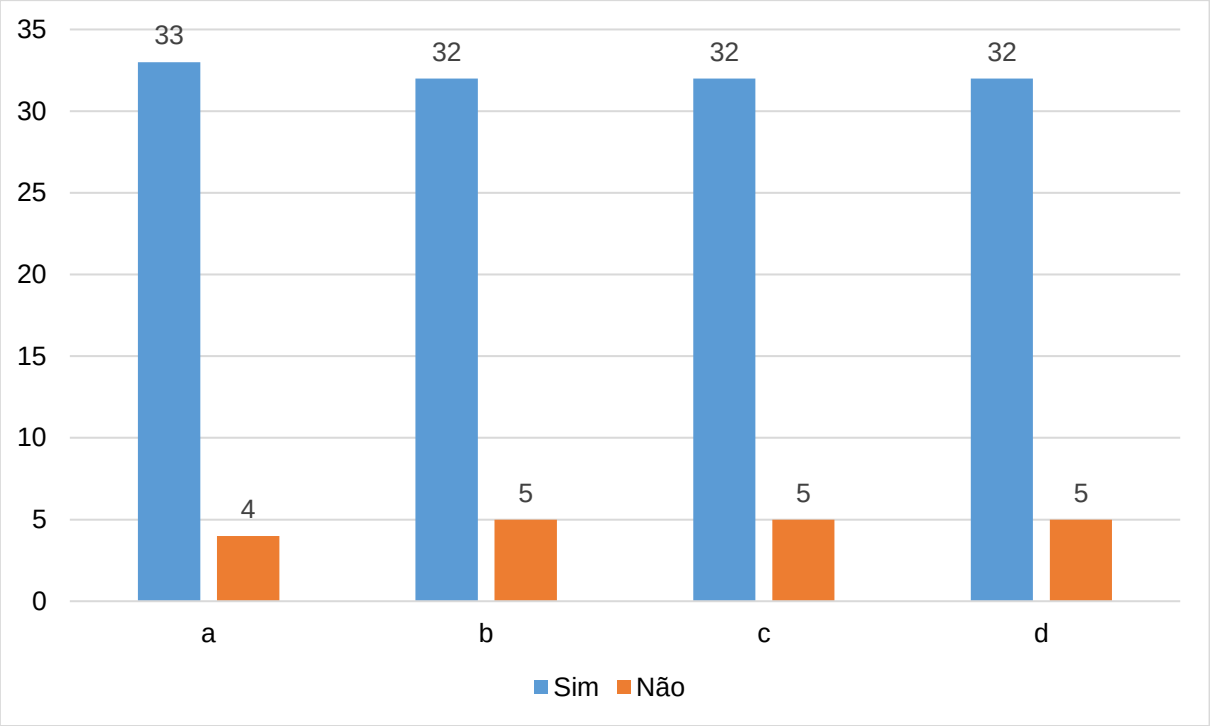
A atividade foi realizada no dia 04 de abril de 2024, por volta das 07:30h, em um colégio público do Distrito Federal, a atividade foi aplicada em turmas do terceiro

ano do Ensino Médio. A duração da atividade foi 100 minutos. Não houve problemas durante a aplicação da atividade. Minha participação como o orientador ocorreu sem problemas e tive apoio do professor da turma. Os alunos utilizaram apenas folha, lápis e borracha durante a aplicação do pós-teste.

4.4.6 Analise a Posteriori

O gráfico abaixo representa o número de respostas obtidas na primeira questão do Pós-Teste:

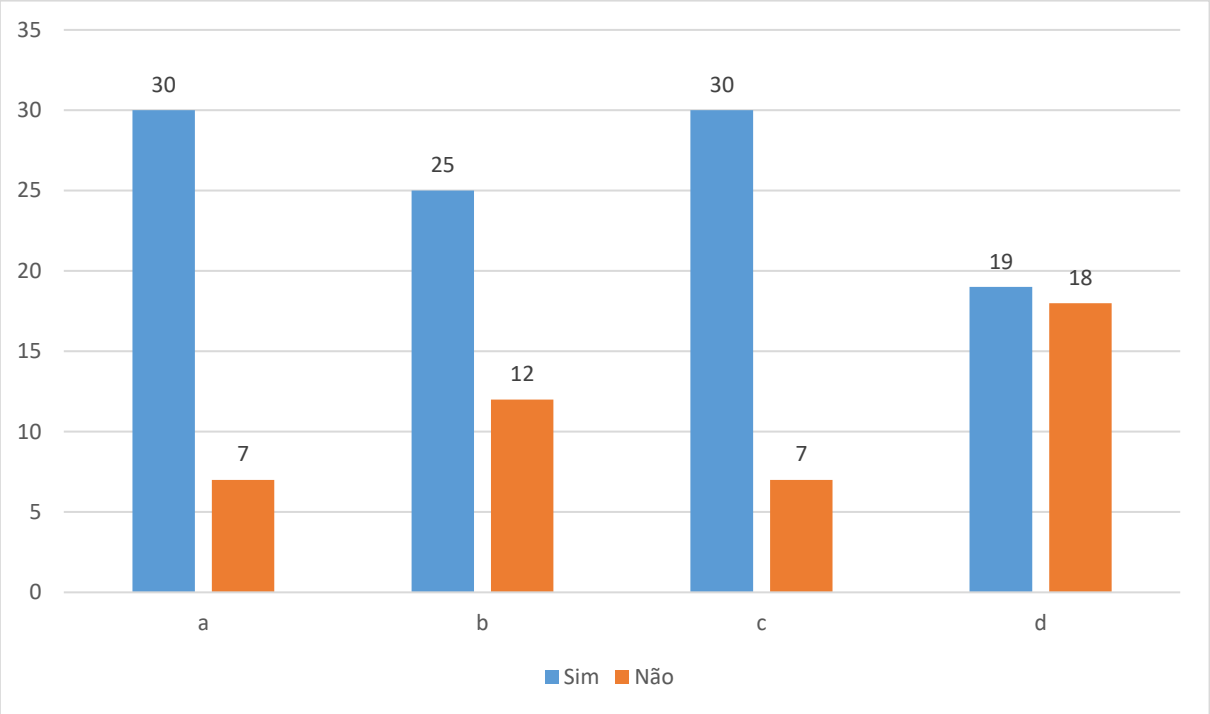
Gráfico 5 – Número de respostas da primeira questão do pós-teste



Fonte: dados do trabalho

O gráfico abaixo demonstra o número de alunos que responderam corretamente os itens da primeira questão:

Gráfico 6 – Número de acertos da primeira questão do pós-teste

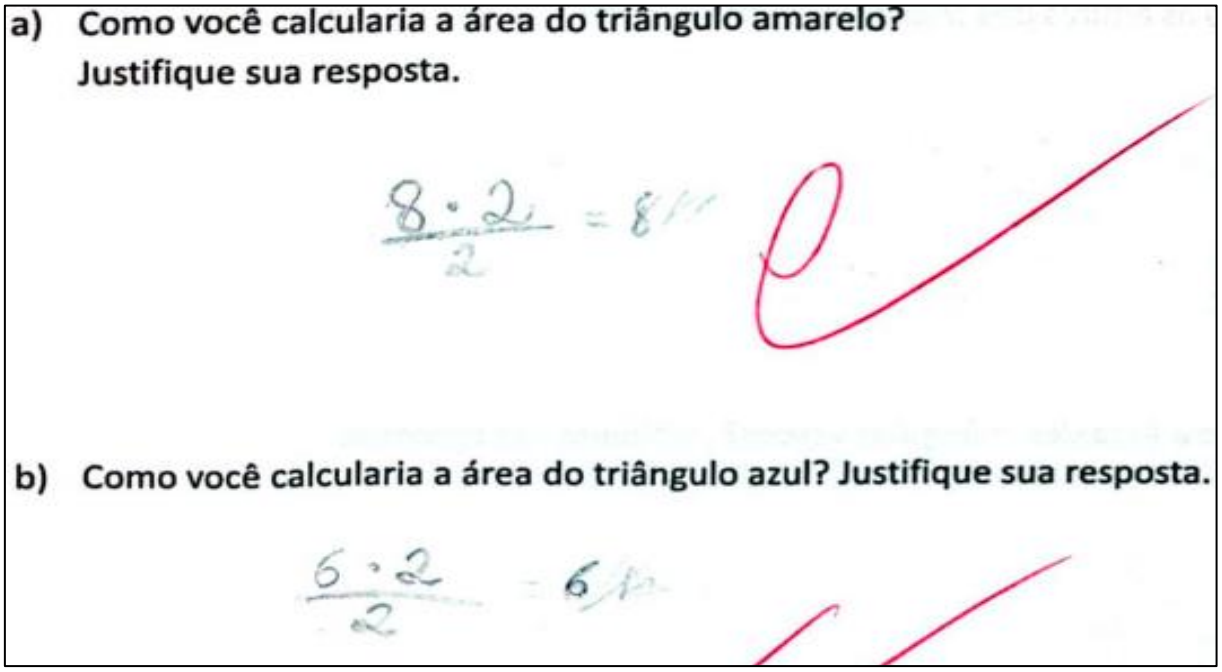


Fonte: dados do trabalho

Erros comuns

Durante o processo de análise das respostas observou-se erros recorrentes. Alguns exemplos

Figura 19 – Resposta do aluno n° 2



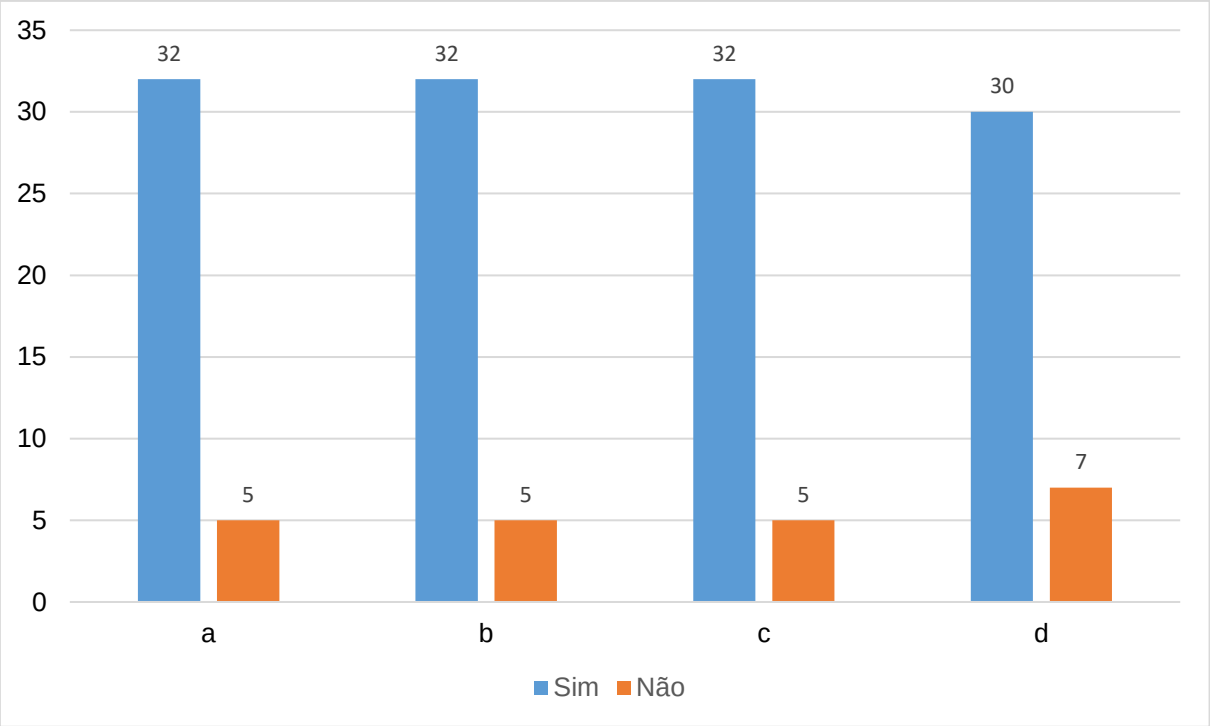
Fonte: elaborado pelo autor

O erro demonstrado na figura 19, demonstra falta de atenção, pois os alunos não compreenderam que no item b, bastava dividir o valor obtido no item anterior por dois.

Questão 2:

O gráfico abaixo mostra o número de alunos que responderam os itens da segunda questão:

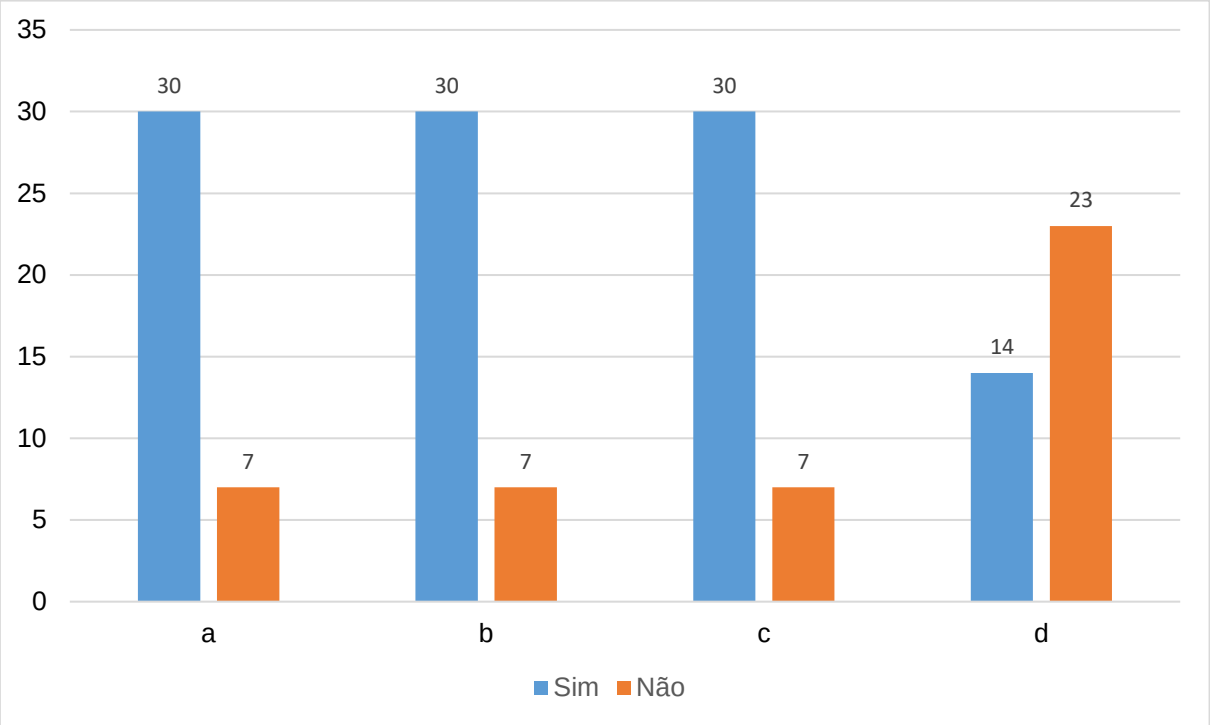
Gráfico 7 – Número de respostas da segunda questão do pós-teste



Fonte: dados do trabalho

O gráfico abaixo mostra o número de alunos que responderam corretamente os itens da segunda questão do Pós-Teste:

Gráfico 8 – Número de respostas corretas da segunda questão do pós-teste

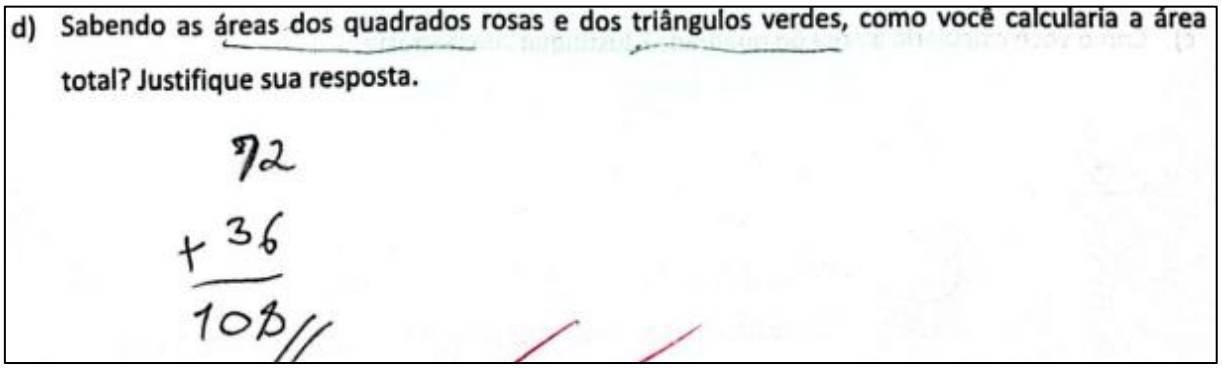


Fonte: dados do trabalho

Erros comuns

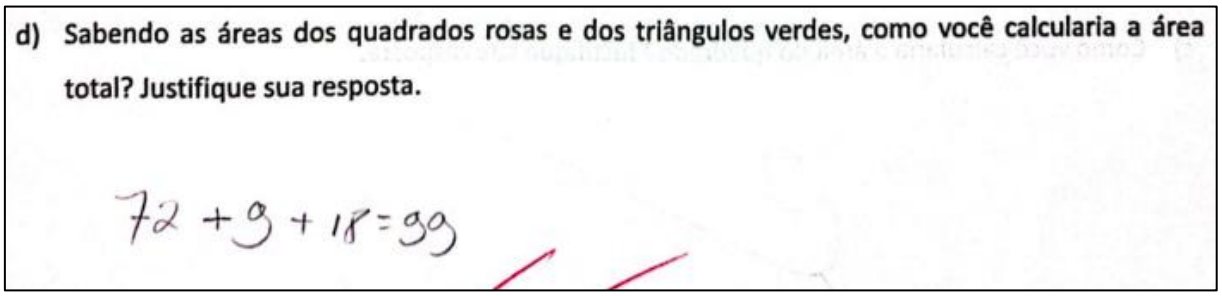
Durante o processo de análise das respostas observou-se erros recorrentes. Alguns exemplos:

Figura 20 – Resposta aluno n° 3



Fonte: elaborado pelo autor

Figura 21 – Resposta aluno n° 13



Fonte: elaborado pelo autor

Os erros demonstrados nas figuras 20 e 21 indicam falta de atenção, pois os alunos responderam corretamente os itens a. b e c. No entanto, ao somarem as áreas obtidas para descobrir a área total da figura desejada, eles se confundiram. Este erro foi recorrente, demonstrando, assim, a falta de atenção dos estudantes.

Do exposto, observou-se um problema na aplicação das questões da OBMEP. Como demonstram as figuras 20 e 21, os participantes conseguiram calcular as áreas das figuras, mas não responderam corretamente ao objetivo original da questão da figura 17. Ou seja, caso os alunos estivessem participando da competição, a resposta seria inválida. Entretanto, os alunos demonstraram domínio nas habilidades que a questão visava cobrir. Esse fato demonstra que questionários de múltipla escolha nem sempre são eficazes para avaliar a compreensão dos alunos em certas habilidades.

4.4.7 Análise dos Dados

Nesta seção, analisaremos os resultados obtidos nos testes antes e após a intervenção didática aplicada. Será utilizada a estatística descritiva para conseguirmos interpretar melhor os resultados obtidos.

A tabela abaixo mostra a análise estatística dos resultados obtidos no Pré-Teste. Pode-se observar uma média igual a 0,38462 e a mediana igual a 0. Do exposto, é notório que a turma demonstra defasagem em relação a habilidades básicas em Geometria, pois as questões utilizadas no teste foram aplicadas a alunos do ensino Fundamental. Uma média menor que 1, mostra que a maioria dos alunos não acertaram nenhum item do teste.

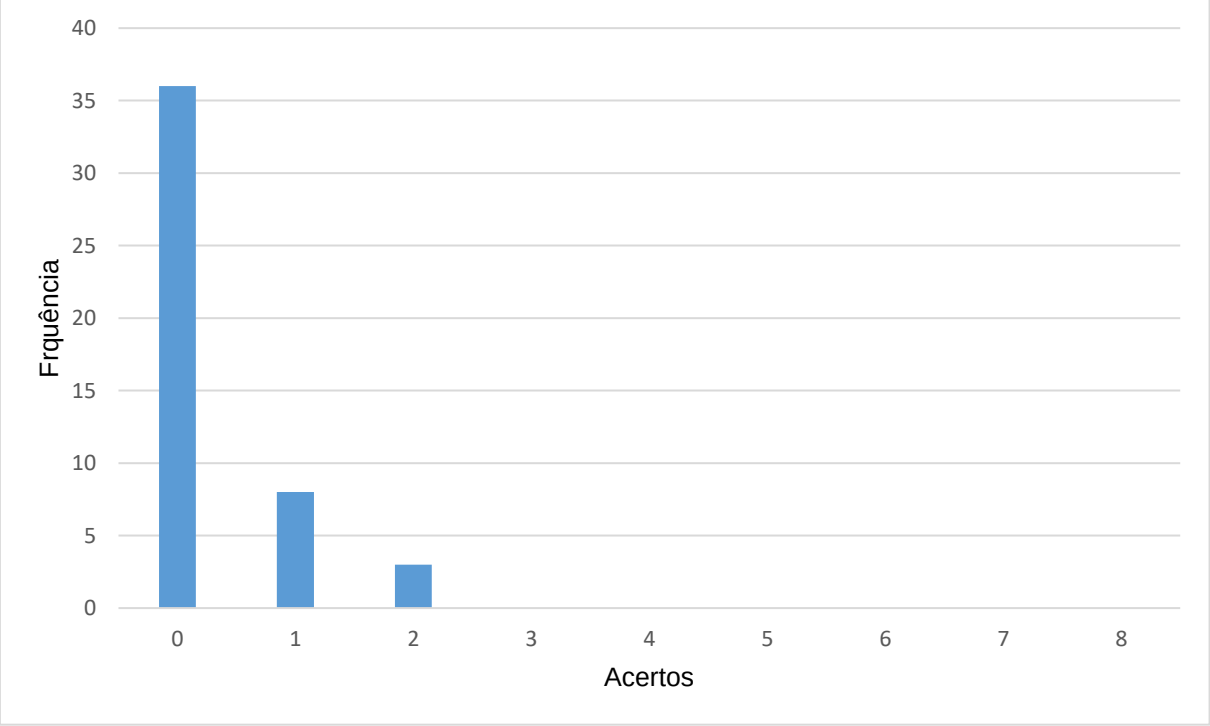
Tabela 1

Pré-Teste	
Média	0,38462
Erro padrão	0,13674
Mediana	0
Modo	0
Desvio padrão	0,69725
Variância da amostra	0,48615
Curtose	1,21301
Assimetria	1,5976
Intervalo	2
Mínimo	0
Máximo	2
Soma	10
Contagem	26
Maior (1)	2
Menor (1)	0
Nível de confiança (95,0%)	0,28162

Fonte: Dados da pesquisa

O Gráfico abaixo demonstra a distribuição das respostas obtidas no Pré-Teste.

Gráfico 9 – Gráfico de distribuição de frequência Pré-Teste



Fonte: Dados da Pesquisa

A tabela abaixo mostra a análise estatística dos resultados obtidos no Pós-Teste. Pode-se observar houve um aumento em relação a média e mediana em relação ao Pré-Teste. Este fato indica que a houve uma melhore consistente após a intervenção didática, pois os alunos acertaram mais itens.

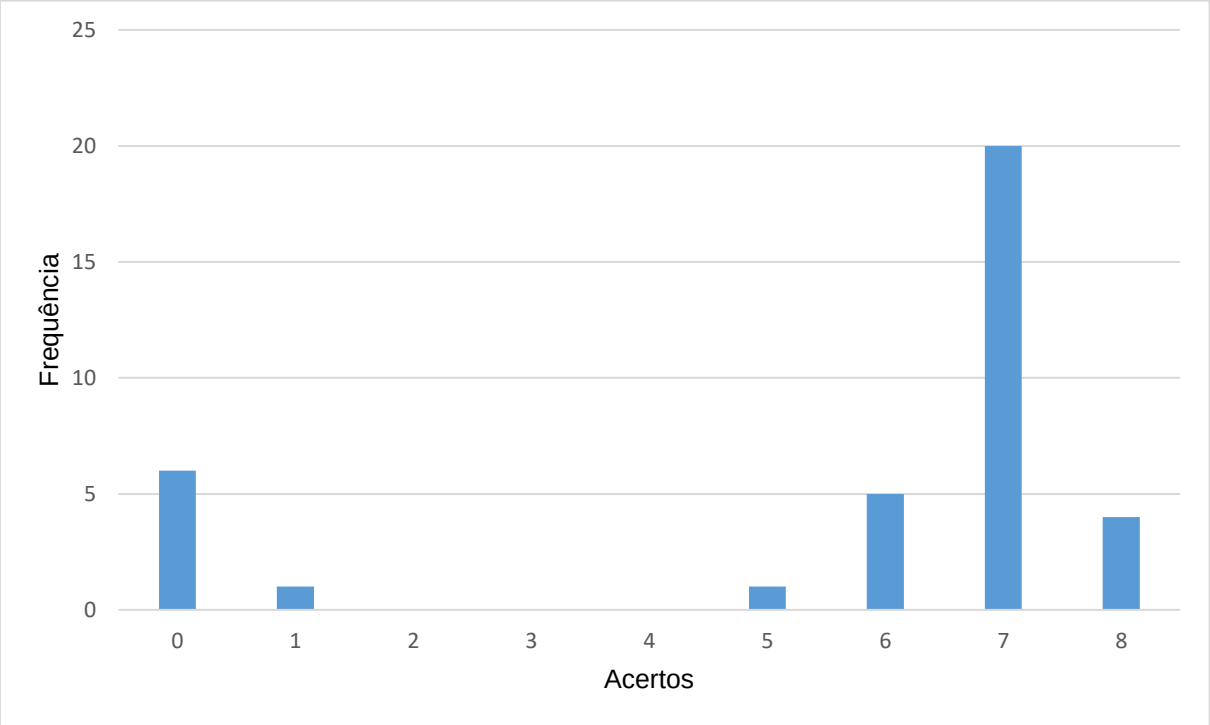
Tabela 2

Pós-Teste	
Média	5,62162
Erro padrão	0,45247
Mediana	7
Modo	7
Desvio padrão	2,75229
Variância da amostra	7,57508
Curtose	0,53571
Assimetria	-1,4908
Intervalo	8
Mínimo	0
Máximo	8
Soma	208
Contagem	37
Maior (1)	8
Menor (1)	0
Nível de confiança (95,0%)	0,91766

Fonte: Dados da pesquisa

O Gráfico abaixo demonstra a distribuição das respostas obtidas no Pós-Teste. Podemos observar que a maior parte dos alunos acertaram 7 itens em um total de 8 itens.

Gráfico 10 – Gráfico de distribuição de frequência Pós-Teste



Fonte: Dados da pesquisa

Para melhor análise e comparação dos dados coletados durante a realização do pré-teste e pós-teste, utilizou-se o Teste Wilcoxon. Decidiu-se pela utilização deste método, para comparar o índice de rendimento no aprendizado em Geometria, utilizando os resultados do pré-teste e pós-teste aplicados durante o desenvolvimento do trabalho. A decisão para utilizar este teste é que os dados não seguiram uma distribuição normal. Para análise dos resultados utilizamos o Jamovi, que é um *software* estatístico gratuito e de código aberto.

Nesta etapa, analisamos os resultados dos alunos que participaram de todas as etapas da pesquisa. Logo analisaremos os resultados de 25 alunos. Nossas hipóteses são:

- H_0 = Não há diferença significativa entre as medianas do pré-teste e do pós-teste;
- H_1= Há uma diferença significativa entre as medianas do pré-teste e do pós-teste.

O teste de Wilcoxon pareado mostrou que existe diferença estatisticamente relevante entre a mediana dos números de acertos do pré-teste e pós-teste (p – valor <0.002) dos alunos que participaram de ambos os testes.

Um valor p menor que 0.05 indica que há uma diferença estatisticamente significativa entre os resultados antes e após de uma intervenção (Virgillito, 2017).

Além do valor (p < 0.002), foi possível verificar que os resultados obtidos no pós-teste foram consistentemente maiores ou iguais aos resultados[4] obtidos no pré-teste. A figura abaixo mostra os resultados obtidos durante a aplicação do teste.

Figura 22 – Teste de Wilcoxon pareados

			Estatística	p
Antes	Depois	W de Wilcoxon	0.00 [a]	0.002

Nota. H_a $\mu_{\text{Medida 1 - Medida 2}} \neq 0$

[a] 3 par(es) de valores empatados

Fonte: Dados da pesquisa

[4] Dados utilizados para realizar o Teste de Wilcoxon <https://drive.google.com/file/d/155v_o1Z9XXXzPE_RkDhmy1yBQyC-BRiQ/view?usp=sharing>

5 CONCLUSÃO

Neste trabalho, foram elaborados testes e aplicados antes e depois de uma sequência didática, abordando conceitos básicos de Geometria Plana, a fim de verificar se houve melhoras no desempenho dos alunos após essa intervenção. Para a análise, foram utilizadas as respostas dos alunos da terceira série do Ensino Médio de uma escola pública do Distrito Federal, com o objetivo de compreender as contribuições da utilização de questões da OBMEP aliada a uma sequência didática, construída com base na Engenharia Didática.

As respostas do pré-teste revelaram uma grande dificuldade dos alunos nos conceitos de áreas de figuras planas. Este fato é preocupante, pois são conceitos que deveriam ter sido aprendidos nos anos anteriores, evidenciando uma defasagem educacional entre os participantes. Contudo, após a sequência didática e a aplicação do pós-teste, os resultados obtidos mostraram uma melhora significativa nesses conceitos. Embora alguns alunos ainda não conseguissem responder corretamente todos os itens, eles demonstraram compreensão e capacidade de aplicar os conceitos de áreas de figuras planas na resolução dos itens propostos. Esses aspectos destacaram a eficácia da utilização de questões da OBMEP como recurso didático.

Foi possível verificar que, na resolução do pós-teste, alguns participantes conseguiram calcular as áreas das figuras, mas não responderam corretamente ao objetivo original da questão. Ou seja, caso os alunos estivessem participando das olimpíadas, primeira fase, a resposta seria inválida. Entretanto, os alunos demonstraram domínio nas habilidades que a questão visava cobrir. Isso demonstra que questionários de múltipla escolha nem sempre são eficazes para avaliar a compreensão dos alunos em certas habilidades.

A divisão das questões da OBMEP em itens também se mostrou eficaz, pois ajudou os alunos a compreenderem os objetivos e os passos necessários para a resolução dos problemas. Isso ocorre porque os enunciados das questões da olimpíada são focados em comandos lógicos, o que pode desestimular a tentativa de resposta dos participantes. Portanto, é interessante que o professor que decida utilizar questões dessa competição como ferramenta didática as separe em itens, pois isso auxilia o aluno no processo de resolução do problema.

Os resultados obtidos também indicam que a utilização de recursos didáticos, como o Tangram, aliado a uma metodologia ativa, facilita a compreensão dos alunos nos conceitos de áreas de figuras planas, tornando o ensino dessas figuras mais palpável e manipulável. A utilização desse recurso didático também gerou interesse dos alunos em sala, permitindo afirmar que o uso do Tangram aliado a uma metodologia ativa facilita e contribui para o processo educacional dos estudantes.

Por fim, as respostas obtidas após a aplicação do pós-teste forneceram evidências de que a utilização de questões da OBMEP aliadas a uma sequência didática construída com base na Engenharia Didática é eficaz na aprendizagem significativa de conceitos básicos de Geometria, como áreas de figuras planas.

REFERÊNCIAS

ALVES, Maria Antônia Keila; MENEZES, Daniel Brandão. Olimpíada brasileira de matemática das escolas públicas (OBMEP): Proposta metodológica para professores de matemática. **Revista Baiana de Educação Matemática**, v. 4, n. 01, p. e202306-e202306, 2023.

BACHELARD, Gaston. A formação do Espírito Científico. **Rio de Janeiro**: Contraponto, v.1966.

BEZERRA, Riane Leitão; DE SOUSA, Francisco Jucivânio Félix; DE MEDEIROS, Jarles Lopes. A OBMEP COMO FERRAMENTA METODOLÓGICA. **Revista Signos**, v. 41, n. 2, 2020.

BRASIL, Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**, Brasília, 2018.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). **Notas sobre o Brasil no Pisa 2022**. Brasília, DF: Inep, 2023.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Etnomatemática**: elo entre as tradições e a modernidade. 6. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2019. ISBN 978-85-513-0587-4.

DE LIMA, Eder Joacir et al. Educação matemática crítica e modelagem matemática: uma proposta de atividade para sala de aula. **Research, Society and Development**, v. 11, n. 13, p. e154111335453-e154111335453, 2022.

DE OLIVEIRA JÚNIOR, José Henrique; DAS CANDEIAS BIAZATTI, Suzana; DE SIQUEIRA, Silvia Perpetua Rodrigues. Jogos e materiais concretos, uma possibilidade no ensino de Matemática: relato de experiência. In: **FORMAÇÃO DE PROFESSORES DA EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA EM PESQUISA: PERSPECTIVAS E TENDÊNCIAS-VOLUME 2**. Editora Científica Digital, 2022. p. 131-146.

DIAS, Thalita Jane Ferreira et al. Tendências metodológicas em educação matemática: uma revisão de literatura. **Research, Society and Development**, v. 11, n. 6, p. e36411629362-e36411629362, 2022.

DISTRITO FEDERAL. Secretaria de Estado de Educação do DF. **Currículo em Movimento do Distrito Federal – Ensino Fundamental**: Anos Iniciais – Anos Finais. 2. ed. Brasília, 2018.

DISTRITO FEDERAL. Secretaria de Estado de Educação do DF. **Currículo em Movimento do Distrito Federal – Novo Ensino Médio**: Anos Iniciais – Anos Finais. 2. ed. Brasília, 2018.

DUARTE DA SILVA, E. P.; HAUSCHILD, E. J.; KAMPORST, C. H.; DO PRADO DONADEL, A. P.; KAMPORTS, E. M.; BOERI DI DOMENICO, C. N. TANGRAM: UMA ALTERNATIVA NO ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA. **Salão do Conhecimento**, *[S. l.]*, v. 1, n. 1, 2015. Disponível em: <

https://www.publicacoeseventos.unijui.edu.br/index.php/salaoconhecimento/article/view/4523>. Acesso em: 30 ago. 2024.

FONSECA, Vilmar Gomes. (2011). **O uso de Tecnologias no Ensino Médio**: A Integração de *Mathlets* no Ensino da Função Afim – Dissertação de Mestrado UFRJ, 2011.

INEP. **Divulgados os resultados do PISA 2022**.Disponível em<:https://www.gov.br/inep/pt-br/assuntos/noticias/acoes-internacionais/divulgados-os-resultados-do-pisa-2022>. Acesso em: **05 de fev.2024**

LOBATO, Lydia Fernandes et al. **Desafios do ensino de geometria no ensino médio**. 2019.

MACIEL–CMPA, Marcos Vinicius Milan; DE AZEVEDO BASSO–UFRGS, Marcus Vinicius. **Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP)**: as origens de um projeto de qualificação do ensino de matemática na educação básica. 2009.

MARQUES, Vanessa Dummer; DA COSTA CALDEIRA, Claudia Rosana. Dificuldades e carências na aprendizagem da Matemática do Ensino Fundamental e suas implicações no conhecimento da Geometria. **Revista Thema**, v. 15, n. 2, p. 403-413, 2018.

MENESES, Ricardo Soares de. **Uma história da geometria escolar no Brasil**: de disciplina a conteúdo de ensino. 2007.

OBMEP. **Apresentação da OBMEP**. Disponível em: < https://www.obmep.org.br/apresentacao.htm >. Acesso em: 09 de out.2024.

OBMEP. Regulamento da 19° OBMEP.2024. Disponível em:< http://obmep.org.br/docs/2024/10a OBMEP REGULAMENTO.pdf>. Acesso em 12 de jul. 2024

OLIVIA, Waldyr Muniz. Geometria não euclidiana. **Revista do professor de matemática.** SBM, n.2, 1983. p.28-31.

PAIS, Luiz Carlos. **Didática da matemática**: Uma análise da influência francesa. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2011. ISBN 978-85-7526-020-3.

POLYA, George. A arte de resolver problemas. **Rio de Janeiro: interciência**, v. 2, p. 12, 1978.

SANTIAGO, Everton. **O uso de software educacional no ensino médio**: a integração do geogebra no ensino da função logarítmica. Monografia (Licenciatura em Matemática). Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio de Janeiro, Nilópolis, 2012.

SOUZA, Arnold Vinícius Prado; OHIRA, Marcio Akio; PEREIRA, Ana Lucia. A arte de resolver problemas no ensino da matemática. **Revista Valore**, v. 3, p. 376-389, 2018.

The jamovi project (2024). *jamovi*. (Version 2.5) [Computer Software]. Retrieved from:<https://www.jamovi.org>.

VIRGILLITO, Salvatore Benito. **Estatística aplicada**. 1. ed. São Paulo: Saraiva, 2017. ISBN 978-85-472-1475-3.

ANEXO A — PRÉ-TESTE

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Brasília - IFB

Disciplina: Trabalho de Conclusão de Curso – TCC

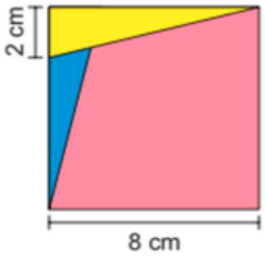
Questionário

Olá, sou estudante do IFB e realizo uma pesquisa sobre educação matemática. Não se preocupe, seus dados não serão publicados segundo lei L13709/2018, o mais importante é que seja sincero (a) nas respostas. Qualquer dúvida estarei à disposição! Caso queira ter acesso ao trabalho final entrar em contato no e-mail: gabriel.silva18@estudante.ifb.edu.br

Nome: _____ Idade: _____

1) O quadrado abaixo está dividido em dois triângulos e um quadrilátero. O triângulo amarelo tem o dobro da área do triângulo azul.

a) Como você calcularia a área do triângulo amarelo? Justifique sua resposta.

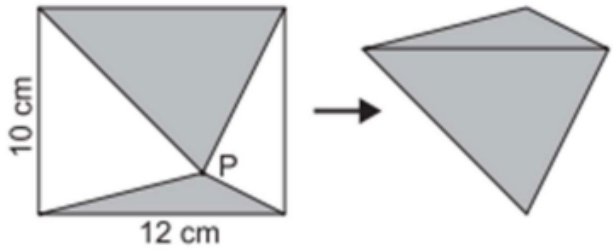


b) Como você calcularia a área do triângulo azul? Justifique sua resposta.

c) Como você calcularia a área do quadrado? Justifique sua resposta.

d) Como você calcularia a área do quadrilátero rosa? Justifique sua resposta.

2) Juliana desenhou, em uma folha de papel, um retângulo de comprimento 12 cm e largura 10 cm. Ela escolheu um ponto **P** no interior do retângulo e recortou os triângulos sombreados como na figura. Com esses triângulos, ela montou o quadrilátero da direita.



a) Como você calcularia a altura do triângulo hachurado maior? Justifique sua resposta.

b) Como você calcularia a altura do triângulo hachurado menor? Justifique sua resposta.

c) Sabendo as alturas de ambos os triângulos, como você calcularia suas áreas? Justifique sua resposta.

d) Como você calcularia a área do quadrilátero? Justifique sua resposta.

ANEXO B — PÓS-TESTE

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Brasília - IFB

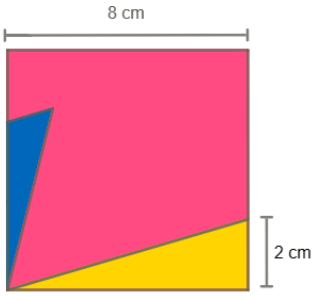
Disciplina: Trabalho de Conclusão de Curso – TCC

Questionário

Olá, sou estudante do IFB e realizo uma pesquisa sobre educação matemática. Não se preocupe, seus dados não serão publicados segundo lei L13709/2018, o mais importante é que seja sincero (a) nas respostas. Qualquer dúvida estarei à disposição! Caso queira ter acesso ao trabalho final entrar em contato no e-mail: gabriel.silva18@estudante.ifb.edu.br

Nome: _____ Idade: _____

1) O quadrado abaixo está dividido em dois triângulos e um hexágono. O triângulo amarelo tem o dobro da área do triângulo azul. Qual é a área do hexágono rosa?



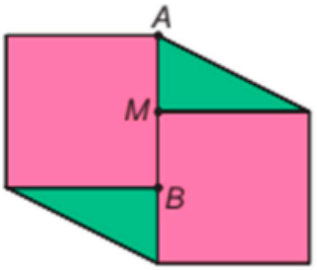
a) Como você calcularia a área do triângulo amarelo? Justifique sua resposta.

b) Como você calcularia a área do triângulo azul? Justifique sua resposta

c) Como você calcularia a área do quadrado? Justifique sua resposta

d) Como você calcularia a área do hexágono rosa? Justifique sua resposta

2) A figura abaixo é formada por dois quadrados de lado 6 cm e dois triângulos. Se M é o ponto médio de *AB.*



a) Como você calcularia a área dos quadrados rosas? Justifique sua resposta.

b) Como você calcularia as alturas dos triângulos verdes? Justifique sua resposta.

c) Como você calcularia a área dos triângulos verdes? Justifique sua resposta.

d) Sabendo as áreas dos quadrados rosas e dos triângulos verdes, como você calcularia a área total? Justifique sua resposta.