Instituto Federal de Brasília
Campus Estrutural
Especialização em Matemática, Educação e Tecnologias

PRISCILA CRUZ TEMPONE

O USO DO GEOGEBRA NO ENSINO SUPERIOR DA MATEMÁTICA: ESBOÇO DE GRÁFICO DE UMA FUNÇÃO

Brasília
2025

PRISCILA CRUZ TEMPONE

O USO DO GEOGEBRA NO ENSINO SUPERIOR DA MATEMÁTICA: ESBOÇO DE GRÁFICO DE UMA FUNÇÃO

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de Especialização em Matemática, Educação e Tecnologias do Instituto Federal de Brasília, Campus Estrutural como parte da exigência para obtenção do título de Especialista em Matemática, Educação e Tecnologias.

Orientador: Me. Antônio Dantas Costa Neto

Brasília
2025

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Brasília

ANEXO 4-FICHA DE APROVAÇÃO EM BANCA EXAMINADORA

Trabalho de Conclusão de Curso

Discente: Priscila Cruz Tempone

Título:

O USO DO GEOGEBRA NO ENSINO SUPERIOR DA MATEMÁTICA: ESBOÇO DE GRÁFICO DE UMA FUNÇÃO

Projeto aprovado em: 18/12/2025.

Brasília - DF, 18 de Dezembro de 2025.

Banca Examinadora

Prof. Me Antonio Dantas Costa Neto

Orientador(a) (Presidente):

Prof Me Ricardo Viana Nogueira Narcizo

Examinador(a) (membro):

Prof. Me Bruno Marx de Aquino Braga

Examinador(a) (membro):

Documento assinado eletronicamente por:

- **Antonio Dantas Costa Neto**, **PROFESSOR ENS BASICO TECN TECNOLOGICO**, em 10/03/2026 17:16:37.
- **Ricardo Nogueira Viana Narcizo**, **PROFESSOR ENS BASICO TECN TECNOLOGICO**, em 10/03/2026 18:32:26.
- **Bruno Marx de Aquino Braga**, **PROFESSOR ENS BASICO TECN TECNOLOGICO**, em 11/03/2026 09:17:07.

Este documento foi emitido pelo SUAP em 10/03/2026. Para comprovar sua autenticidade, faça a leitura do QRCode ao lado ou acesse https://suap.ifb.edu.br/autenticar-documento/ e forneça os dados abaixo:

Código Verificador: 683878
Código de Autenticação: ee32a343db

Dedico este trabalho à memória de minha mãe, Zélia Maria, cuja força, amor e dedicação continuam a iluminar meus passos. Sua presença permanece viva em tudo o que sou e em cada conquista que alcanço. Que esta realização honre sua história e seu cuidado, que sempre me inspiraram a seguir adiante com coragem e perseverança.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por sua presença constante e por me sustentar em cada etapa desta jornada acadêmica e pessoal.

Ao meu orientador, Professor Me. Antônio Dantas Costa Neto, pela orientação cuidadosa, pela confiança depositada em meu trabalho e pelas contribuições fundamentais para a construção desta pesquisa.

Aos professores do curso de Especialização em Matemática, Educação e Tecnologias, que ampliaram meus horizontes acadêmicos e contribuíram significativamente para minha formação profissional e intelectual.

À coordenação do curso, Professora Dra. Ana Maria Libório de Oliveira, pelo apoio institucional, pela organização e pelo compromisso com a qualidade da formação ofertada.

Aos colegas da especialização e aos participantes da pesquisa, que contribuíram com suas percepções, experiências e reflexões, enriquecendo o desenvolvimento deste estudo.

Ao meu esposo, Jorge, companheiro incansável, pela paciência, apoio emocional, incentivo diário e por estar ao meu lado em todas as etapas desta caminhada.

Aos meus filhos, Luiz Felipe e Letícia, que são minha maior inspiração e razão de perseverar. Que esta conquista também seja deles, e que vejam nela o valor do esforço, da educação e da busca por novos conhecimentos.

A todos que, de alguma forma, contribuíram para esta trajetória, deixo minha sincera gratidão.

A educação não transforma o mundo.
A educação muda as pessoas.
Pessoas transformam o mundo.
— Paulo Freire

RESUMO

O ensino de Cálculo 1 no Ensino Superior apresenta desafios persistentes devido ao alto nível de abstração envolvido e às dificuldades históricas de compreensão dos estudantes. Este trabalho investigou o uso do GeoGebra como recurso didático no ensino de Cálculo 1, com foco no esboço de gráficos de funções reais e na exploração dos conceitos de limite, derivada, concavidade e comportamento assintótico. Para contextualizar o problema, analisaram-se dados institucionais de nove semestres da disciplina no IFB Campus Estrutural, que evidenciaram elevados índices de reprovação e desligamentos, reforçando a necessidade de metodologias que integrem visualização, experimentação e análise conceitual. A pesquisa fundamentou-se nos referenciais de Ausubel (2003), Duval (2012) e Borba e Penteado (2016), que destacam, respectivamente, a importância dos conhecimentos prévios, da conversão entre registros de representação e do papel das tecnologias digitais na aprendizagem matemática. Com base nesses aportes, foi elaborada uma sequência didática que adaptou o método clássico de Leithold ao ambiente interativo do GeoGebra, possibilitando aos estudantes relacionar procedimentos algébricos às representações gráficas. A metodologia adotada foi de natureza quali-quantitativa. A abordagem quantitativa analisou o perfil sócio acadêmico dos participantes, enquanto a qualitativa buscou interpretar suas percepções sobre a proposta. A atividade foi aplicada em três turmas da Licenciatura em Matemática e avaliada por meio de um questionário com questões abertas e fechadas. Os resultados indicaram que a visualização dinâmica proporcionada pelo software favoreceu a compreensão conceitual, o raciocínio visual e o engajamento dos estudantes. Apesar da avaliação predominantemente positiva, emergiu a necessidade de maior tempo de aula e de atividades introdutórias de familiarização com o GeoGebra. Conclui-se que o GeoGebra constitui uma ferramenta eficaz para mediar processos cognitivos complexos e apoiar a compreensão dos conceitos de Cálculo 1, desde que inserido em sequências didáticas bem estruturadas e com tempo adequado para exploração.

Palavras-chave: GeoGebra. Cálculo Diferencial. Representações Semióticas. Aprendizagem Significativa. Sequência Didática.

ABSTRACT

The teaching of Calculus I in higher education presents persistent challenges due to the abstract nature of the subject and the historical difficulties students face in understanding its fundamental concepts. This study investigated the use of GeoGebra as a didactic tool in Calculus I, focusing on graph sketching of real functions and on exploring core ideas such as limits, derivatives, concavity, and asymptotic behavior. To contextualize the problem, institutional data from nine semesters of the course at IFB Campus Estrutural were analyzed, revealing high rates of failure and withdrawal, which reinforced the need for pedagogical approaches that integrate visualization, experimentation, and conceptual analysis. The research was grounded in the theoretical contributions of Ausubel (2003), Duval (2012), and Borba and Penteado (2016), who emphasize the roles of prior knowledge, semiotic representation, and digital technologies in mathematical learning. Based on these frameworks, a didactic sequence was developed by adapting Leithold's classical method to GeoGebra's interactive environment, enabling students to connect algebraic procedures to graphical representations. A mixed-method approach was adopted. The quantitative component analyzed the participants' socio academic profiles, while the qualitative component interpreted their perceptions of the proposed activity. The sequence was implemented in three undergraduate Mathematics classes and evaluated through open-ended questions. Results indicate that GeoGebra's dynamic visualization supported conceptual understanding, visual reasoning, and student engagement. Despite the predominantly positive evaluation, participants highlighted the need for additional class time and introductory activities to become familiar with the software. The study concludes that GeoGebra is an effective tool for mediating complex cognitive processes and supporting the understanding of Calculus I concepts, provided it is integrated into well-structured didactic sequences with adequate time for exploration.

Keywords: *GeoGebra; Differential Calculus; Semiotic Representations; Meaningful Learning; Didactic Sequence.*

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figuras

Figura 1 - Nuvem de Palavras das questões abertas.....44

Gráficos

Gráfico 1 - Evolução das situações acadêmicas em Cálculo I por semestre 15
Gráfico 2 - Turma de aplicação 28
Gráfico 3 - Idade dos participantes.....29
Gráfico 4 - Gênero dos participantes.....29
Gráfico 5 - Período do curso 30
Gráfico 6 - Situação com relação à cálculo 1 30
Gráfico 7 - Conhecimento sobre o GeoGebra.....31
Gráfico 8 - Grau de familiaridade com tecnologias digitais 31
Gráfico 9 - Percepção dos participantes na Escala Likert.....32
Gráfico 10 - Avaliação sobre o conteúdo de Cálculo 1 (Seção 2).....35
Gráfico 11 - Avaliação sobre o uso do Geogebra (Seção 3).....37
Gráfico 12 - Avaliação geral da proposta (Seção 4).....40
Gráfico 13 - Frequências categorizadas das respostas das questões abertas 41

Quadros

Quadro 1 – Etapas da Atividade no Geogebra.....50

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Sistema de Gestão Acadêmica - SGA 15
Tabela 2 - Resultados estatísticos dos gráficos boxplot.....34

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

IFB	Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Brasília
SGA	Sistema de Gestão Acadêmica

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 13
1.1 Objetivo geral 14
1.1.1 Objetivos específicos 14
1.2 Justificativa 14
1.3 Estrutura do trabalho 16
2 REFERENCIAL TEÓRICO 18
2.1 O ensino e a aprendizagem de Cálculo 1 18
2.2 A Aprendizagem Significativa e o papel do conhecimento prévio 19
2.3 Representações Semióticas e visualização matemática 20
2.4 O papel das tecnologias digitais no Ensino da Matemática 21
2.5 GeoGebra 21
2.6 As sequências didáticas na Educação Matemática 22
2.7 Adaptação do método de Leithold 22
3 METODOLOGIA 24
3.1 Contexto da pesquisa 26
3.2 Organização da proposta 27
3.3 Atividade no GeoGebra 27
4 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DE RESULTADOS 28
4.1 Perfil do participante (Seção 1) 28
4.2 Percepção dos participantes na Escala Likert (Seções 2, 3 e 4) 33
4.2.1 Percepção sobre o conteúdo de Cálculo 1 (Seção 2) 33
4.2.2 Percepção sobre o uso do GeoGebra (Seção 3) 37
4.2.3 Avaliação geral da proposta (Seção 4) 39
4.3 Comentários abertos (Seção 5) 41
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS 45
REFERÊNCIAS 48
APÊNDICE A – PLANO DE AULA: ATIVIDADE DE ESBOÇO DE GRÁFICO DE FUNÇÕES COM O GEOGEBRA 49

APÊNDICE B – FORMULÁRIO *GOOGLE FORMS* (AVALIAÇÃO DA AULA) 52

APÊNDICE C – ATIVIDADE DE ESBOÇO DE GRÁFICO DE FUNÇÕES COM O GEOGEBRA 55

1 INTRODUÇÃO

O ensino de Cálculo 1 no Ensino Superior representa um dos maiores desafios nos cursos de Matemática e áreas correlatas. A transição entre o pensamento algébrico, predominante no ensino médio, e o pensamento analítico e abstrato exigido no ensino superior demanda um esforço cognitivo significativo por parte dos estudantes (Soares et al., 2015).

As dificuldades no aprendizado do Cálculo estão relacionadas à natureza dos objetos matemáticos envolvidos, que exigem do estudante o desenvolvimento de pensamento relacional, a capacidade de compreender funções e variações de forma interconectada (Araújo et al., 2022). Nesse contexto, metodologias tradicionais, centradas na exposição teórica e na resolução mecânica de exercícios, tendem a limitar o desenvolvimento de uma compreensão significativa dos conceitos.

Diante desse panorama, o uso de tecnologias digitais surge como uma alternativa promissora para o ensino e aprendizagem do cálculo. O software GeoGebra, em particular, destaca-se por permitir a manipulação simultânea de representações algébricas, gráficas e numéricas, possibilitando que o estudante explore visualmente os efeitos de cada transformação (Faria, 2012).

Nesse contexto, a pesquisa buscou responder à seguinte questão: de que forma o uso do GeoGebra pode contribuir para a construção de gráficos de funções reais no ensino de Cálculo 1?

A investigação proposta neste trabalho é como uma atividade de esboço de gráficos de funções, realizada no GeoGebra, contribui para a aprendizagem dos estudantes no Ensino Superior da Licenciatura em Matemática do IFB. Para isso, foi elaborado e aplicado uma atividade no GeoGebra no Ensino Superior de Cálculo 1 no referido curso, no segundo semestre de 2025, com foco no esboço de gráficos de funções reais a partir dos conceitos de limite e derivada, com avaliação da atividade por parte dos alunos.

A proposta se fundamenta na adaptação do método clássico de Leithold (1994), originalmente desenvolvido como um conjunto de etapas para a análise e construção manual de gráficos, agora reinterpretado em ambiente digital interativo.

A relevância deste estudo está em demonstrar que o ensino de cálculo pode ser conduzido de forma mais dinâmica e acessível, quando apoiado por recursos tecnológicos e metodologias participativas. O GeoGebra permite que o estudante

visualize, experimente e reflita sobre as propriedades das funções, aproximando-se da compreensão intuitiva e formal dos conceitos matemáticos.

Além disso, o trabalho contribui para a formação pedagógica dos licenciandos em Matemática, ao estimular a integração entre saberes teóricos e tecnológicos. Essa integração responde às demandas contemporâneas da Educação Matemática, que reconhece o papel das tecnologias digitais como mediadoras do conhecimento (Borba; Penteado, 2016).

1.1 Objetivo geral

Investigar como uma atividade de esboço de gráficos de funções, realizada no GeoGebra, contribui para a aprendizagem dos estudantes no Ensino Superior da Licenciatura em Matemática do IFB.

1.2 Objetivos específicos

- Elaborar uma atividade de esboço de gráficos de funções, fundamentada no método de Leithold (1994), adaptado para o ambiente digital do GeoGebra;
- Aplicar a atividade para alunos do Ensino Superior da disciplina de Cálculo 1 no curso de Licenciatura em Matemática do IFB, *campus* Estrutural.
- Analisar a percepção dos alunos sobre o uso de tecnologias digitais na atividade aplicada.

1.3 Justificativa

A escolha do tema justifica-se pela necessidade de repensar o ensino do Cálculo 1, que historicamente apresenta altos índices de evasão e reprovação. A análise dos relatórios semestrais de Cálculo 1 do IFB, Campus Estrutural, obtidos no Sistema de Gestão Acadêmica (SGA), permitiu a elaboração da Tabela 1, que sintetiza as situações acadêmicas entre os semestres 2021.1 e 2025.1.

As siglas utilizadas refletem a classificação institucional: TRI (Transferido Internamente), TRC (Trancado) e CAN (Cancelado) representam desligamentos; AE (Aprovado por Aproveitamento de Estudos), AP (Aprovado) e APC (Aprovado pelo Conselho) representam aprovações; e RPF (Reprovado por Faltas), REP (Reprovado) e RPN (Reprovado por Nota) representam reprovações.

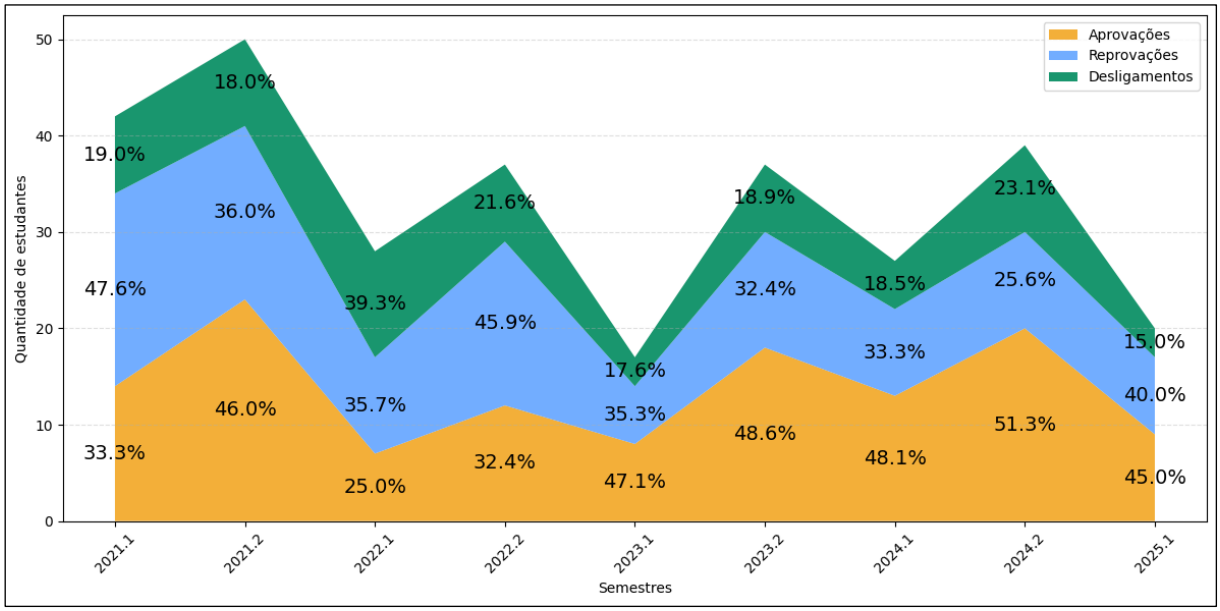
Tabela 1 - Sistema de Gestão Acadêmica - SGA

Semestre	TRI	TRC	CAN	AE	AP	APC	RPF	REP	RPN	Total
2021.1	4	2	2	2	10	2	2	2	16	42
2021.2	7	1	1	1	20	2	1	1	16	50
2022.1	3	5	3	0	7	0	0	0	10	28
2022.2	0	5	3	3	9	0	0	0	17	37
2023.1	0	2	1	1	7	0	0	0	6	17
2023.2	1	4	2	2	16	0	0	0	12	37
2024.1	0	3	2	1	12	0	0	0	9	27
2024.2	0	8	1	1	19	0	0	0	10	39
2025.1	1	1	1	1	7	1	1	1	6	20
Total	16	31	16	12	107	5	4	4	102	297

Fonte: Elaborado pela autora (2025), com dados extraídos do SGA, em novembro de 2025.

A análise estatística dos 297 registros evidencia que apenas 41,8% dos estudantes foram aprovados, enquanto 34,3% reprovaram e 21,2% desligaram-se da disciplina. Esses dados indicam um contexto de insucesso acadêmico persistente, possivelmente decorrente tanto da natureza abstrata do conteúdo quanto de abordagens pedagógicas predominantemente procedimentais.

Gráfico 1 - Evolução das situações acadêmicas em Cálculo I por semestre



Fonte: Elaborado pela autora (2025), com dados extraídos do SGA, em novembro de 2025.

A evolução temporal dos dados (Gráfico 1) permite identificar padrões como nas reprovações mais os desligamentos, que superam as aprovações na maior parte dos semestres, com exceção de 2024.2, que apresenta o melhor desempenho do período, sugerindo um possível efeito de mudanças pedagógicas, perfil discente ou

docente mais preparados, ações institucionais de apoio ou maior adaptação às metodologias utilizadas. Em particular, os desligamentos apresentam comportamento oscilante, com picos em 2022.1 e 2024.2, sugerem que fatores externos ou institucionais influenciam a permanência na disciplina.

Essas constatações ajudam a compreender que o desafio do ensino de Cálculo I no IFB não se limita ao domínio técnico de conteúdos matemáticos, mas envolve fatores pedagógicos, cognitivos, afetivos e institucionais. Assim, os resultados apresentados servem como ponto de partida para discutir, do ponto de vista teórico, a necessidade de estratégias pedagógicas que promovam a visualização, a experimentação e a integração entre teoria e prática.

O uso do GeoGebra como ferramenta mediadora possibilita ao aluno visualizar fenômenos matemáticos, como o comportamento de uma função em torno de um ponto de inflexão ou o efeito da derivada sobre a forma do gráfico. Essa visualização, aliada à experimentação, favorece a aprendizagem significativa, na medida em que o estudante constrói novos conhecimentos ancorados em experiências cognitivas prévias (Farias, 2022).

Além de contribuir para a melhoria da aprendizagem em Cálculo 1, esta pesquisa oferece subsídios para a prática docente no ensino superior e para a formação continuada de professores de Matemática. Ao propor uma sequência didática replicável, o trabalho também se alinha às diretrizes pedagógicas que valorizam a integração entre teoria, prática e tecnologia (Brasil, 2018).

Espera-se que com esse entendimento seja possível promover um impacto social e institucional prático na realidade do Instituto Federal de Brasília (IFB), refletindo-se na melhoria dos indicadores acadêmicos, especialmente na redução dos altos índices de evasão e reprovação mapeados. Esse tipo de investigação, apoiada no uso do GeoGebra para o estudo de tópicos específicos e historicamente desafiadores, como limites, derivadas e o próprio esboço de gráfico, justifica-se pela necessidade de tornar conceitos abstratos mais visuais e acessíveis para o aluno.

Desse modo, almeja-se não apenas elevar o desempenho e o aprendizado dos estudantes, mas também apresentar um modelo metodológico claro e reprodutível por outros docentes, contribuindo de forma contínua para a permanência e o êxito discente.

1.4 Estrutura do trabalho

Este trabalho está organizado em seções distintas que abrangem os diferentes aspectos relacionados ao uso do GeoGebra no ensino superior.

A seção de Introdução estabelece o contexto do estudo, abordando o tema, o problema, os objetivos gerais e específicos, além de delinear a estrutura adotada para a análise.

O Referencial Teórico apresenta aborda as principais teorias e autores que fundamentam a proposta.

A Metodologia descreve a metodologia e o desenvolvimento da atividade, com explicações teóricas e práticas sobre cada etapa no GeoGebra.

Os Resultados e Discussão expõe os resultados e análises obtidos na aplicação da proposta em sala de aula.

A Conclusão traz as considerações finais, destacando as contribuições e sugestões para futuras pesquisas.

Por fim, são apresentados os Apêndices A, B e C, que contêm o Plano de Aula, a atividade no GeoGebra e o formulário *Google Forms* utilizados na coleta de dados.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Inicialmente, foi realizada uma pesquisa bibliográfica assistemática em trabalhos similares e artigos científicos relacionados ao tema, consultando bases de dados que integram o acervo digital da Biblioteca do IFB e a plataforma Google Acadêmico. Utilizaram-se os descritores GeoGebra, Cálculo, Matemática, Ensino e Sequência didática, combinados por operadores booleanos (AND e OR), no período de abril a novembro de 2025. Não houve delimitação temporal prévia, embora se tenha priorizado publicações recentes. Os estudos localizados passaram por procedimentos de filtragem, com eliminação de duplicidades e exclusão de artigos cujo título, resumo ou palavras-chave não correspondiam ao escopo desta pesquisa.

2.1 O ensino e a aprendizagem de Cálculo 1

O ensino de Cálculo Diferencial e Integral constitui um dos pilares da formação matemática no Ensino Superior, servindo de base teórica para áreas como Física, Química, Engenharia e diversas ciências aplicadas. Entretanto, conforme documentado amplamente na literatura, essa disciplina apresenta elevados índices de reprovação em instituições brasileiras e estrangeiras (Araújo; Tomaz; Aranega, 2022).

A transição entre o pensamento aritmético-algébrico e o pensamento analítico, que exige abstração, como noções como limite, derivada e continuidade, requer a coordenação entre representações simbólicas, gráficas e numéricas, algo que nem sempre é estimulado nas práticas pedagógicas tradicionais (Bianchini; Lima, 2023).

No estudo do comportamento de uma função, crescimento, decrescimento, concavidade e assíntotas, exige-se do aluno uma compreensão integrada dos conceitos analíticos e geométricos. Contudo, o ensino frequentemente prioriza o aspecto operacional do cálculo, centrando-se em regras e procedimentos, o que resulta em aprendizagem mecânica e superficial.

Para superar essas limitações, autores como Borba e Penteado (2016) defendem o uso de tecnologias digitais que favoreçam a visualização e a exploração experimental, permitindo ao estudante interagir com os objetos matemáticos e construir significados de forma ativa.

2.2 A Aprendizagem Significativa e o papel do conhecimento prévio

Farias (2022) apresenta a teoria da aprendizagem significativa de David Ausubel (1980), a qual constitui um dos principais referenciais para compreender como o estudante internaliza conceitos matemáticos complexos. Ausubel sustenta que “o fator mais importante que influencia a aprendizagem é aquilo que o aluno já sabe”, destacando que a nova informação só adquire significado psicológico quando consegue se relacionar, de forma substantiva e não arbitrária, a conceitos relevantes já presentes na estrutura cognitiva do aprendiz.

Ausubel (2003) esclarece que a aprendizagem significativa envolve a interação entre novas ideias e “ideias ancoradas” previamente estabelecidas, as quais funcionam como subsunçores que dão suporte e estabilidade aos novos significados. Essa interação não produz apenas uma ligação superficial, mas pode modificar tanto os novos conteúdos quanto a própria estrutura cognitiva, que se reorganiza para integrar informações mais complexas. Para o autor, esse processo caracteriza uma aprendizagem ativa, que exige do estudante análise, comparação, distinção e reconciliação entre conhecimentos já dominados e conteúdos recém-introduzidos.

Aplicada ao ensino de Cálculo 1, essa abordagem indica que a compreensão de limites, derivadas e comportamento gráfico depende diretamente da ativação de conhecimentos anteriores, como taxa de variação, inclinação de retas e propriedades de funções. Entretanto, os resultados institucionais apresentados neste trabalho evidenciam que muitos estudantes ingressam com lacunas conceituais significativas, o que dificulta a integração dos novos conhecimentos e contribui para os elevados índices de reprovação e desligamentos observados (Tabela 1; Gráfico 1).

Nesse contexto, o GeoGebra desempenha o papel de organizador avançado, conceito discutido por Ausubel (2003) para designar instrumentos pedagógicos que mediam a relação entre o novo conteúdo e as ideias relevantes já presentes na estrutura cognitiva. Segundo o autor, um organizador deve facilitar a ligação entre conhecimentos prévios e novos significados, reduzindo a arbitrariedade e promovendo a compreensão profunda do material apresentado. Ao permitir que o estudante visualize o comportamento de funções e explore as transformações provocadas por limites e derivadas, o software promove uma aprendizagem menos abstrata e mais experiencial, favorecendo a ancoragem de novos significados.

Ausubel (1980 apud Farias, 2022) distingue aprendizagem significativa de aprendizagem mecânica: enquanto a primeira envolve integração conceitual e reorganização cognitiva, a segunda se limita à memorização de procedimentos. A proposta deste trabalho buscou justamente potencializar a aprendizagem significativa ao introduzir uma atividade que exige manipulação, experimentação e reflexão. Assim, o GeoGebra se consolida como mediador didático capaz de favorecer a construção de significados e a consolidação conceitual no estudo de Cálculo 1.

2.3 Representações Semióticas e visualização matemática

A teoria dos registros de representação semiótica, proposta por Raymond Duval em 2012 (*apud* Henriques; Almouloud, 2016, p. 469), apresentam que “o tratamento de uma representação é a transformação desta em outra representação no mesmo registro no qual foi formada”. Nesse contexto, a compreensão em Matemática depende da capacidade de coordenar múltiplas representações, sejam elas gráficas, algébricas, simbólicas e verbais, por exemplo, “o cálculo é uma forma de tratamento próprio das escritas simbólicas”. Assim sendo, a aprendizagem ocorre quando o sujeito é capaz de converter uma ideia expressa em um registro (por exemplo, uma equação) para outro (um gráfico), mantendo o mesmo significado matemático.

Portanto, na teoria dos registros de representação semiótica, proposta por Duval e Moretti (2012), a compreensão matemática depende da capacidade de realizar tratamentos (operações dentro de um mesmo registro) e conversões (transposição entre registros diferentes), como transformar uma expressão algébrica em um gráfico.

No ensino de Cálculo, essa coordenação facilita a compreender a derivada como taxa de variação e exige relacionar a expressão analítica f'(x) ao comportamento gráfico da função f(x), seu significado geométrico (inclinação da tangente) e seu impacto no comportamento da curva. Essa coordenação cognitiva complexa tende a ser limitada quando o ensino enfatiza apenas procedimentos algébricos. O domínio dessas conversões semióticas é um dos principais desafios cognitivos observados entre os estudantes (Henriques; Almouloud, 2016).

O GeoGebra constitui um ambiente ideal para essa articulação, pois apresenta simultaneamente o registro algébrico (a função escrita), o registro gráfico (a curva) e o registro numérico (valores como pontos críticos e inclinação da reta tangente). O

GeoGebra, ao exibir simultaneamente os registros algébrico, gráfico e numérico, cria condições para que as conversões semióticas ocorram de maneira fluida, contribuindo para superar dificuldades estruturais destacadas nos dados estatísticos.

2.4 O papel das tecnologias digitais no Ensino da Matemática

A presença das tecnologias digitais na Educação Matemática transformou as formas de ensinar, aprender e produzir conhecimento. De acordo com Borba e Penteado (2016), o uso de tecnologias não deve ser visto como mera ferramenta auxiliar, mas como elemento constitutivo do próprio pensamento matemático contemporâneo.

Para os autores, as tecnologias ampliam a dimensão cognitiva da aprendizagem, possibilitando novas formas de representação e experimentação. Nesse contexto, o GeoGebra atua como um ambiente de investigação, onde o aluno pode formular hipóteses, observar padrões e validar conjecturas.

Além disso, o uso do GeoGebra está alinhado às competências gerais da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que valorizam o desenvolvimento da cultura digital e da autonomia intelectual. Assim, integrar o GeoGebra ao ensino superior contribui para formar professores capazes de atuar em um contexto educativo tecnologicamente mediado. Tal prática é coerente com a necessidade de promover ambientes de aprendizagem mais interativos, especialmente em disciplinas com índices elevados de insucesso como Cálculo 1.

2.5 GeoGebra

O GeoGebra é um software educacional livre criado por Markus Hohenwarter em 2001, inicialmente como parte de sua dissertação de mestrado e, posteriormente, desenvolvido em sua tese de doutorado na Universidade de Salzburgo, na Áustria. O programa rapidamente ganhou reconhecimento internacional e se expandiu para diferentes continentes, alcançando a América Latina a partir da 1ª Conferência Latino-Americana de GeoGebra, realizada em São Paulo (Silva, 2016).

Sua principal contribuição pedagógica está na integração entre álgebra e geometria, possibilitando ao estudante compreender conceitos matemáticos de forma dinâmica e visual. Por meio dessa abordagem, o GeoGebra transforma aulas tradicionais em experiências interativas, nas quais o aluno pode observar relações e

propriedades matemáticas de maneira concreta. Além de ser multiplataforma e gratuito, o software é aplicável em todos os níveis de ensino, embora sua efetividade dependa do domínio pedagógico e tecnológico do professor (Silva, 2016).

Sua relevância para esta pesquisa decorre de sua capacidade de mediar processos de visualização, experimentação e análise conceitual, aspectos fundamentais para superar as dificuldades evidenciadas pelos dados acadêmicos apresentados na Tabela 1.

2.6 As sequências didáticas na Educação Matemática

Segundo Zabala (2014), as sequências didáticas são conjuntos organizados de atividades que articulam objetivos, conteúdos e metodologias para favorecer aprendizagens progressivas. No contexto da Educação Matemática, elas permitem estruturar experiências que conduzem o aluno do tratamento algébrico à compreensão geométrica, articulando teoria, prática e tecnologia.

A elaboração de uma sequência didática voltada ao ensino de Cálculo 1 com o uso do GeoGebra possibilita integrar teoria e prática, abstração e visualização, análise e experimentação. Essa abordagem contribui para desenvolver a autonomia intelectual, o pensamento crítico e o entendimento significativo dos conceitos matemáticos.

A proposta apresentada neste trabalho segue a lógica da aprendizagem ativa, em que o estudante é protagonista de seu processo formativo, assumindo papel investigativo e reflexivo diante das situações de aprendizagem.

2.7 Adaptação do método de Leithold

O método clássico de Leithold (1994), amplamente utilizado para o esboço de gráficos, foi adaptado para o ambiente digital do GeoGebra, possibilitando que o estudante visualize, em tempo real, os efeitos das propriedades da função, como domínio, derivadas, concavidade, assíntotas, sobre o seu comportamento gráfico. Essa adaptação atende tanto às demandas da visualização matemática quanto da aprendizagem significativa e das representações semióticas. Procedimento para esboço do gráfico de uma função f(x), conforme Leithold (1994, p. 256):

> 1. Determine o domínio de f.
> 2. Ache os interceptos y do gráfico. Localize os interceptos x do gráfico, se a equação resultante for fácil de resolver.

> 3. Teste a simetria em relação ao eixo y e à origem.
> 4. Calcule f'(x) e f''(x).
> 5. Determine os números críticos de f. Esses são os valores de x no domínio de f para os quais ou f'(x) não existe ou f'(x) = 0.
> 6. Aplique o teste da derivada primeira ou o teste da derivada segunda para determinar se nos números críticos existe um valor máximo relativo, um valor mínimo relativo, ambos, ou nenhum dos dois.
> 7. Determine os intervalos nos quais f é crescente, encontrando os valores de x para os quais f'(x) é positiva; e determine os intervalos nos quais f é decrescente, encontrando os valores de x para os quais f'(x) é negativa. Ao localizar os intervalos nos quais f é monótona, verifique os pontos críticos onde f não tem um extremo relativo.
> 8. Para obter os pontos de inflexão possíveis, ache os números críticos de f', isto é, os valores de x para os quais f''(x) não existe ou f''(x) = 0.
> Em cada um desses valores de x, verifique se f''(x) muda de sinal e se o gráfico tem uma reta tangente nele, a fim de determinar se realmente existe um ponto de inflexão.
> 9. Verifique a concavidade do gráfico. Ache os valores de x para os quais f''(x) é positiva e negativa, a fim de obter os pontos nos quais a concavidade é para cima e para baixo, respectivamente.
> 10. É útil achar a inclinação da reta tangente nos pontos de inflexão.
> 11. Verifique a existência de possíveis assíntotas horizontais, verticais ou oblíquas.

Na proposta deste trabalho, o método é reinterpretado à luz das tecnologias digitais. O processo antes manual e estático torna-se interativo e visual, permitindo ao aluno experimentar em tempo real os efeitos de cada propriedade da função sobre seu gráfico. Essa adaptação moderna, que foi apresentada nas etapas da sequência didática na metodologia deste trabalho, implementada no GeoGebra, estimula o raciocínio exploratório e a autonomia cognitiva do estudante.

3 METODOLOGIA

A presente pesquisa caracteriza-se como aplicada, de natureza qualitativa e quantitativa, pois tem como propósito propor, aplicar e avaliar uma atividade em ambiente digital, voltada ao ensino e à aprendizagem do esboço de gráficos de funções da disciplina de Cálculo 1, com conceitos de limites e derivadas.

O enfoque quantitativo concentrou-se na análise do perfil socio acadêmico dos participantes, possibilitando compreender fatores como familiaridade tecnológica, trajetória acadêmica e condições de aprendizagem. Já o enfoque qualitativo visou interpretar as percepções, significados e avaliações atribuídos pelos estudantes à proposta didática aplicada no GeoGebra.

O delineamento da pesquisa é descritivo e exploratório, pois objetiva identificar e analisar as percepções de alunos e/ou professores em relação à aplicabilidade, clareza e relevância das atividades propostas.

Segundo Gil (2025, p. 41), a pesquisa aplicada visa gerar conhecimentos voltados à solução de problemas concretos, com a intenção de contribuir para a melhoria de práticas pedagógicas, por abranger “estudos elaborados com a finalidade de resolver problemas identificados no âmbito das sociedades em que os pesquisadores vivem”. No caso deste trabalho, o problema é a dificuldade dos estudantes em compreender e aplicar os conceitos de limite e derivada na construção de gráficos de funções.

Além de ser caracterizada como uma pesquisa bibliográfica, com um capítulo “dedicado à revisão bibliográfica, que é elaborada com o propósito de fornecer fundamentação teórica ao trabalho, bem como a identificação do estágio atual do conhecimento referente ao tema” (Gil, 2025, p. 44).

A atividade foi elaborada de acordo com Zabala (2014), contemplando uma progressão de atividades que conduzam o estudante à construção autônoma de conceitos e à representação gráfica de funções por meio de diferentes estratégias de ensino. Zabala (2014, p. 14) define sequências didáticas como “um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos. Nesse sentido, o desenho da atividade contemplou uma progressão de tarefas que visam a construção autônoma de conceitos e a representação gráfica de funções por meio de diferentes estratégias de ensino.

O instrumento de coleta de dados utilizado foi um questionário semiestruturado administrado via *Google Forms*. Conforme Gil (2025, p. 110), o questionário representa um meio prático, eficiente e econômico de obter informações, garantindo, ainda, o anonimato dos respondentes. Segundo Gil (2025, p. 110):

> Por questionário entende-se um conjunto de questões que são respondidas por escrito pelo pesquisado. [...] o questionário constitui o meio mais rápido e barato de obtenção de informações, além de não exigir treinamento de pessoal e garantir o anonimato.

Previamente à aplicação do questionário (Apêndice B), os participantes foram convidados a ler e a concordar com o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), o qual foi disponibilizado na primeira seção do próprio Google Forms. Este documento apresentou a natureza e os objetivos do estudo, esclarecendo que a participação ocorreria de forma totalmente voluntária, isenta de riscos físicos ou financeiros, sem qualquer penalidade em caso de desistência e sem compensação financeira. A concordância explícita com o termo (assinalando a opção correspondente no formulário) foi estabelecida como etapa obrigatória para que o estudante pudesse acessar as questões da pesquisa.

Ademais, o TCLE assegurou o absoluto sigilo e a confidencialidade da identidade dos respondentes. Os alunos foram devidamente informados de que as informações fornecidas seriam manuseadas exclusivamente pelos pesquisadores e mantidas em arquivo pelo período de cinco anos, após o qual serão destruídas. Garantiu-se ainda que os resultados expostos neste trabalho retratariam os dados de forma agregada, impossibilitando qualquer identificação pessoal.

O formulário é composto por três tipos de questões. As questões de perfil são para caracterizar o perfil socio acadêmico dos participantes (Seção 1), com foco de obtenção de dados quantificáveis. Já as questões em Escala Likert (Seções 2, 3 e 4), utilizando uma escala de cinco pontos, visam dados qualitativos ao identificar o grau de concordância dos participantes quanto à clareza, relevância e aplicabilidade da atividade. E, da mesma forma das questões anteriores, as abertas servem para registrar comentários, sugestões e percepções qualitativas, complementando os dados numéricos com a compreensão dos significados atribuídos pelos participantes.

A análise dos dados foi conduzida de forma descritiva, buscando identificar tendências gerais nas opiniões dos participantes, com dados quantificativos (Seção 1) que trata do perfil do participante, e qualitativos, em escala Likert. As respostas

abertas foram tabuladas e analisadas de maneira gráfica ou interpretativa, agrupando observações semelhantes em categorias e destacando pontos de convergência e divergência entre as percepções.

3.1 Contexto da pesquisa

A proposta foi implementada em três turmas que cursam ou já cursaram a disciplina de Cálculo 1 do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Brasília – Campus Estrutural, durante o segundo semestre de 2025, conforme Plano de Aula disponível no Apêndice A.

A seleção dos participantes foi intencional, considerando a pertinência de sua situação no curso para os objetivos do estudo, que é aplicar uma atividade com uso de recursos digitais para alunos da disciplina de Cálculo 1, que abrange o assunto abordado nesta pesquisa é ministrado. E pelo número reduzido de alunos que cursam a referida disciplina no IFB, Campus Estrutural, no segundo semestre de 2025, buscou-se ampliar o número de participantes, aplicando a atividades para alunos dos dois semestres anteriores que já passaram pela disciplina.

Devido à necessidade de concessão de carga horária para realização da pesquisa, a atividade foi realizada em disciplinas com cargas horárias disponíveis do mesmo semestre em que há alunos nas disciplinas de cálculos 1, 2 e 3, sendo realizada nas disciplinas de Metodologia Cientifica, Prática de Ensino 3 e 4, respectivamente, englobando os alunos que se encontram regularmente matriculados nos 2º, 3º e 4º semestres do curso de licenciatura em matemática do IFB.

Participaram 22 (vinte e dois) alunos, organizados individualmente, em ambiente de laboratório de informática, com acesso ao GeoGebra de forma *on-line*. Cada turma teve um encontro presencial de 2 horas-aula de aplicação.

Os alunos realizaram atividades práticas baseadas na adaptação moderna do método de Leithold (1994), explorando conceitos de limite, derivada, concavidade, etc.

A pesquisadora atuou como mediadora, conduzindo discussões e orientando o uso do software. Ao final, os estudantes responderam a um formulário *Google Forms* (Apêndice B), fornecendo feedback sobre a experiência.

3.2 Organização da proposta

A atividade foi estruturada em uma atividade na plataforma on-line, com treze etapas teórico-práticas, cada uma relacionada a um conceito fundamental de Cálculo 1 e a uma ação no GeoGebra[1] (Apêndice C).

Essa estrutura favorece a aprendizagem ativa e o desenvolvimento do raciocínio visual e analítico, aproximando o estudante da natureza exploratória do cálculo.

3.3 Atividade no GeoGebra

Partindo da premissa de Leithold (1994, p. 217), que define a interpretação geométrica da derivada como "[...] a inclinação da reta tangente ao gráfico da função em um ponto", esta atividade foi estruturada. Ela apresenta as etapas do método de Leithold (1994) para o esboço de gráficos, utilizando derivadas e limites como recursos de análise no GeoGebra. A última tarefa é um desafio de síntese, exigindo que o estudante aplique todos os conceitos e comandos anteriores para analisar e esboçar, do início ao fim, o gráfico de uma nova função.

Essa estrutura favorece a construção autônoma do conhecimento e a consolidação dos conceitos do Cálculo 1 por meio da visualização e da experimentação.

[1]Atividade disponível no software GeoGebra pelo link: https://www.geogebra.org/m/re6kvzc7.

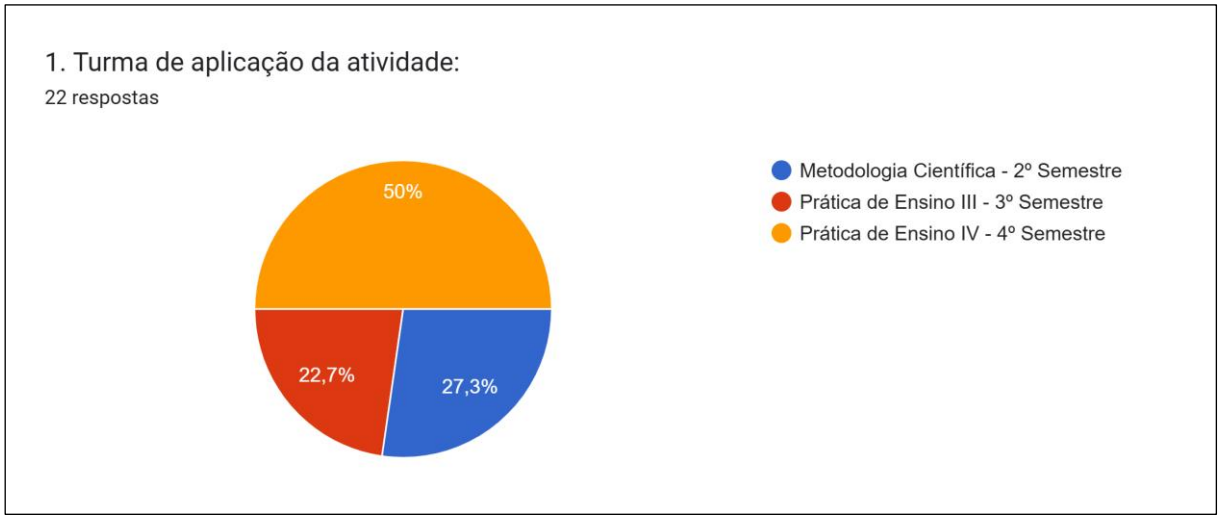
4 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DE RESULTADOS

A tabulação e o tratamento visual das respostas obtidas no questionário, bem como a geração dos gráficos estatísticos e da nuvem de palavras apresentados nesta seção, foram realizados por meio do ambiente de programação em nuvem Google Colab[2]. A utilização dessa ferramenta permitiu a aplicação de rotinas de análise de dados para organizar de forma descritiva e padronizada as informações coletadas inicialmente via Google Forms[3], garantindo maior rigor e clareza na exposição dos resultados quantitativos e qualitativos.

4.1 Perfil do participante (Seção 1)

A amostra investigada neste estudo foi composta por vinte e dois estudantes regularmente matriculados em diferentes componentes curriculares do curso de Licenciatura, incluindo Metodologia Científica, Prática de Ensino III e Prática de Ensino IV, aulas em que foram aplicadas as atividades e o questionários (Gráfico 2).

Gráfico 2 - Turma de aplicação



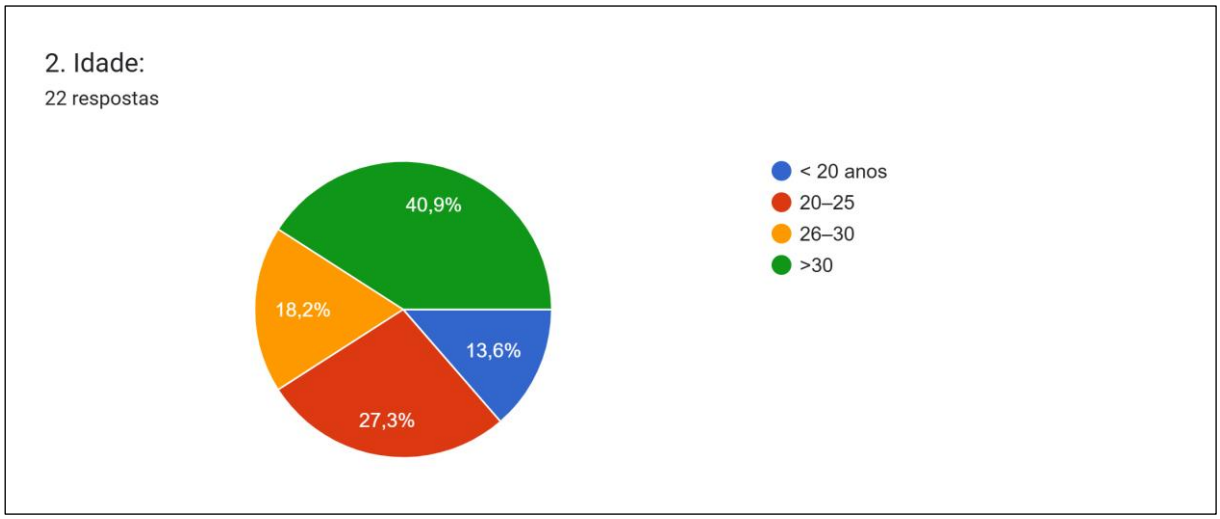
Fonte: Elaborado pela autora (2025),

A diversidade de turmas contempladas possibilitou a obtenção de percepções provenientes de diferentes momentos da formação, o que contribui para uma análise mais abrangente dos impactos da proposta didática.

[2] Os códigos e as rotinas de análise geradas para a construção dos gráficos desta pesquisa encontram-se disponíveis no Google Colab, em: https://colab.research.google.com/drive/1WQI7-_Du8JMGk-EOvkKmbrf-mvyl-6FD?usp=sharing.

[3] O resumo das respostas coletadas e geradas automaticamente pela plataforma encontra-se disponível em: https://forms.gle/r2hxuJPzBUJ9wLze8.

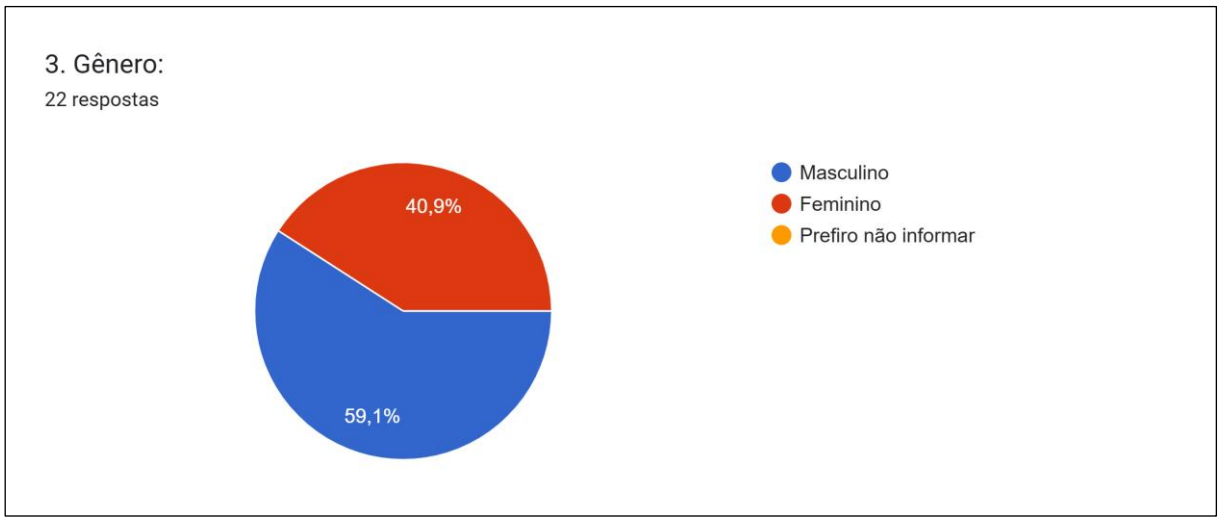
Gráfico 3 - Idade dos participantes



Fonte: Elaborado pela autora (2025),

No que se refere à faixa etária (Gráfico 3), observou-se um elevado índice de estudantes com idades entre 20 e 25 anos, embora também haja a predominância de participantes em faixas etárias superiores a 30 anos, o que indica a presença de perfis heterogêneos no que diz respeito às trajetórias acadêmicas.

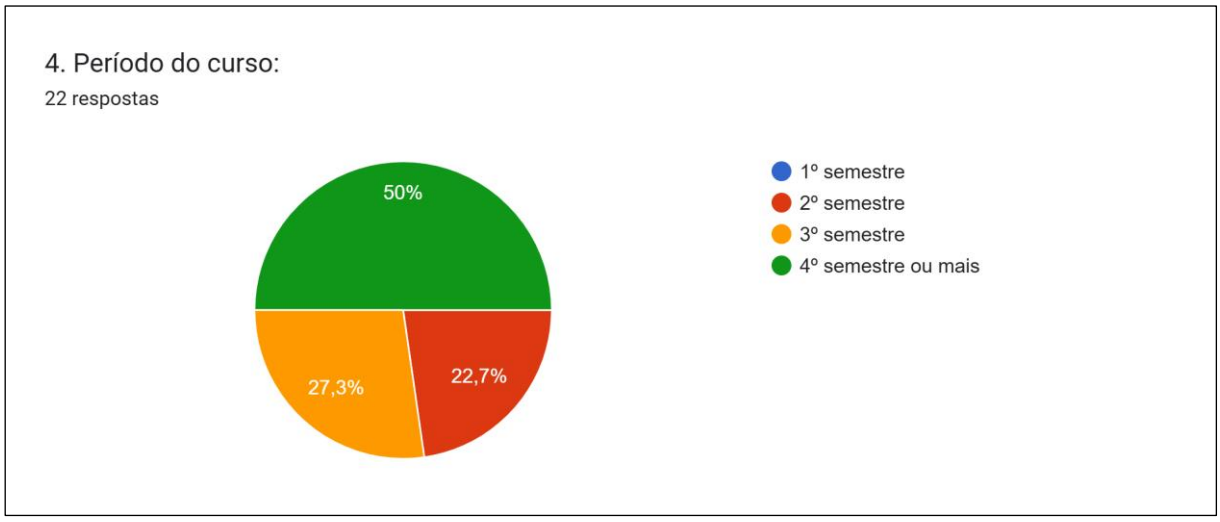
Gráfico 4 - Gênero dos participantes



Fonte: Elaborado pela autora (2025),

Quanto ao sexo (Gráfico 4), a amostra apresentou predominância de participantes do sexo masculino, característica frequentemente observada em cursos de exatas, não comprometendo a análise proposta, uma vez que o foco do estudo reside nas percepções pedagógicas e metodológicas.

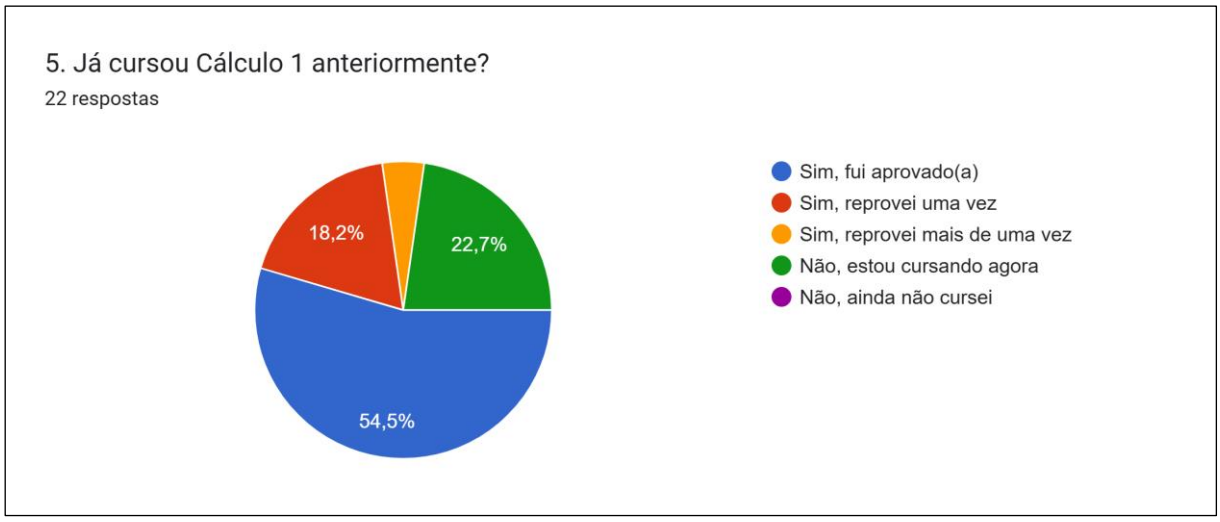
Gráfico 5 - Período do curso



Fonte: Elaborado pela autora (2025),

Em relação ao período do curso (Gráfico 5), a maioria dos estudantes encontrava-se a partir do terceiro semestre, o que sugere maior familiaridade com a dinâmica universitária e com componentes curriculares de natureza matemática.

Gráfico 6 - Situação com relação à cálculo 1



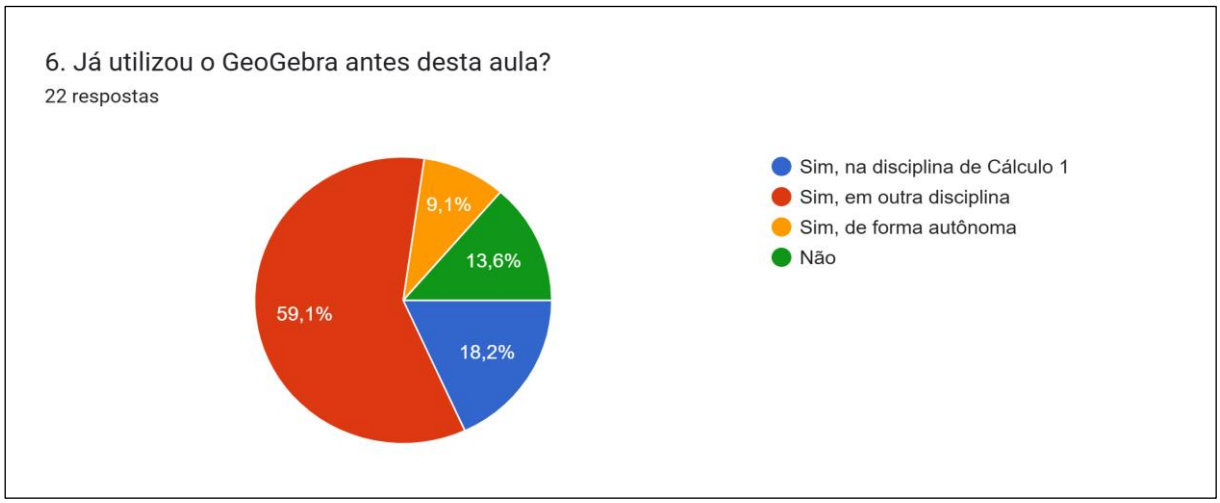
Fonte: Elaborado pela autora (2025),

No tocante à experiência prévia com a disciplina de Cálculo 1 (Gráfico 6), parte significativa dos participantes já havia cursado a disciplina anteriormente, incluindo casos de aprovação e reprovação. Esse dado é relevante, pois permite compreender as percepções dos estudantes tanto sob a ótica de quem já enfrentou dificuldades quanto daqueles que obtiveram êxito na disciplina.

No que diz respeito ao uso prévio do GeoGebra (Gráfico 7), observou-se que uma parcela considerável dos estudantes já havia tido algum contato com o software, seja em outras disciplinas, seja de forma autônoma. Ainda assim, uma parte dos

participantes relatou não ter utilizado a ferramenta anteriormente, o que reforça o caráter introdutório e formativo da atividade proposta.

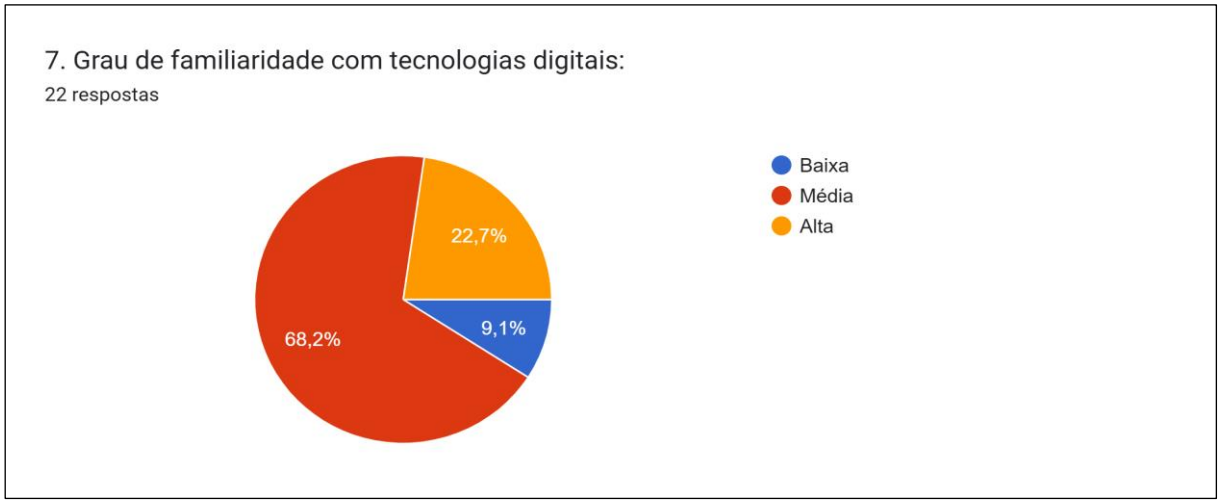
Gráfico 7 - Conhecimento sobre o GeoGebra



Fonte: Elaborado pela autora (2025),

O Gráfico 8 mostra que a maioria dos estudantes declarou possuir nível médio (68,2%) ou alto (22,7%) de familiaridade com tecnologias digitais, o que favoreceu a utilização do GeoGebra na atividade proposta. Ao relacionar esse dado com o desempenho observado, nota-se que estudantes com maior fluência tecnológica demonstraram mais autonomia na exploração do software e maior facilidade em articular registros algébricos, gráficos e numéricos, conforme discutido por Duval e Moretti (2012). Esse cenário contribuiu para uma aprendizagem mais ativa e significativa, alinhada ao que propõe Ausubel (2003), uma vez que o domínio prévio da ferramenta permitiu direcionar a atenção para os conceitos matemáticos centrais.

Gráfico 8 - Grau de familiaridade com tecnologias digitais

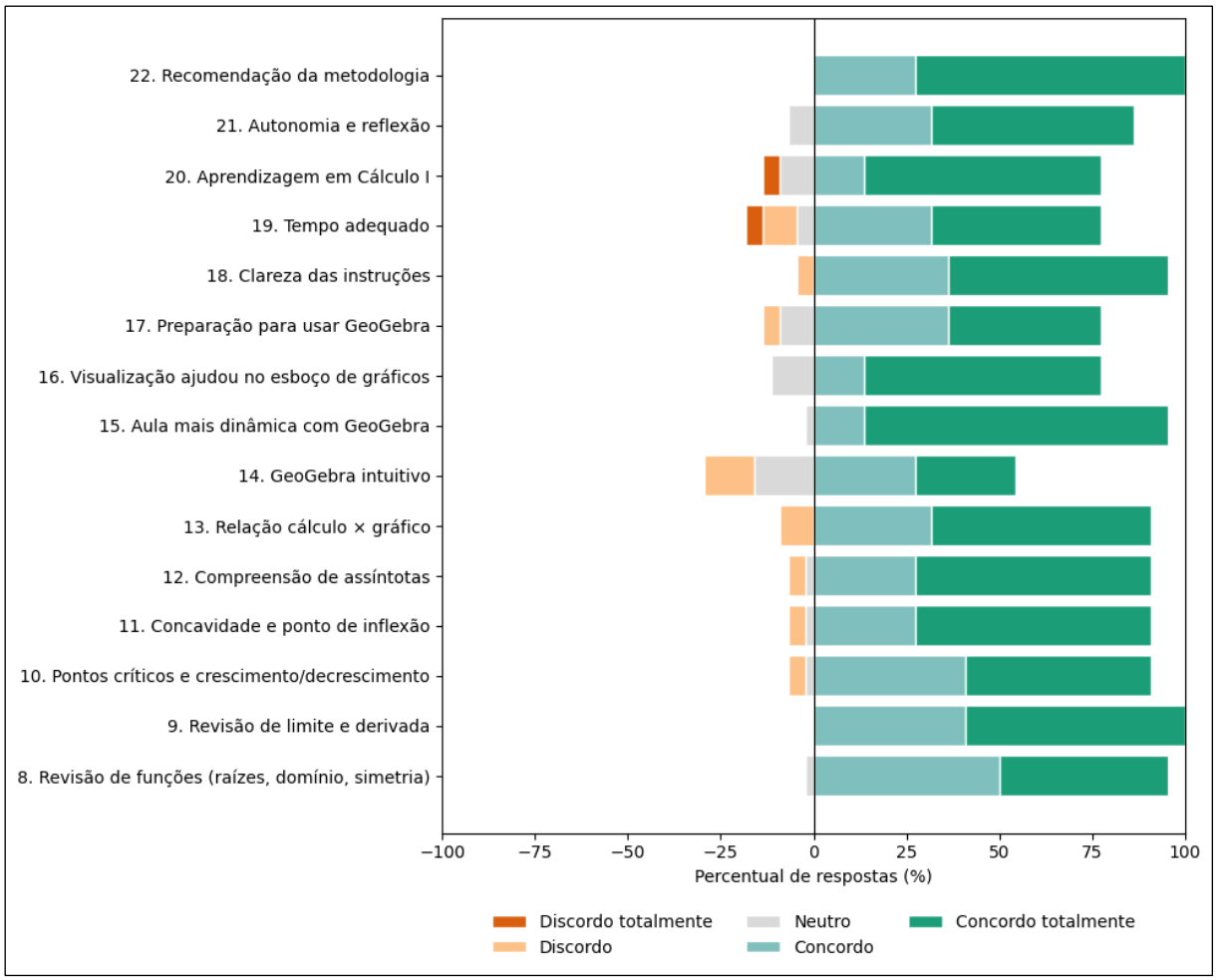


Fonte: Elaborado pela autora (2025),

Por outro lado, os estudantes com menor familiaridade tecnológica relataram dificuldades iniciais na navegação e manipulação do GeoGebra, o que pode ter influenciado negativamente seu engajamento e compreensão conceitual. Esses resultados reforçam a posição de Borba e Penteado (2016), segundo a qual a relação entre sujeito e tecnologia impacta a forma como o conhecimento matemático é construído.

Assim, apesar do cenário geral favorável, recomenda-se que futuras aplicações incluam um momento de ambientação ao software, a fim de reduzir desigualdades tecnológicas e potencializar o aproveitamento da atividade por todos os estudantes.

Gráfico 9 - Percepção dos participantes na Escala Likert



Fonte: Elaborado pela autora. Disponível: https://colab.research.google.com/drive/1WQl7-_Du8JMGk-EOvkKmbrf-mvyl-6FD?usp=sharing.

De modo geral, o perfil da amostra indica um grupo heterogêneo, com diferentes níveis de experiência acadêmica, tecnológica e conceitual, o que torna os resultados deste estudo particularmente relevantes. A diversidade observada no perfil

dos participantes fortalece a análise dos dados e amplia a validade das conclusões, ao evidenciar que a proposta foi avaliada positivamente por estudantes com trajetórias e experiências distintas.

4.2 Percepção dos participantes na Escala Likert (Seções 2, 3 e 4)

O gráfico de barras empilhadas divergentes (Gráfico 9) sintetiza as respostas dos participantes às questões das Seções 2, 3 e 4 do questionário, estruturadas em escala Likert de cinco pontos, variando de “Discordo totalmente” (1) a “Concordo totalmente” (5).

A escolha desse tipo de gráfico (Gráfico 9) permitiu visualizar, de forma equilibrada, a distribuição das percepções, com o ponto neutro alinhado ao centro e os níveis de discordância e concordância distribuídos simetricamente. Esse formato favorece a identificação de tendências gerais e do grau de consenso entre os estudantes.

De modo geral, observa-se um predomínio expressivo das respostas de concordância e concordância total em todas as questões analisadas, indicando uma avaliação amplamente positiva da atividade de esboço de gráficos mediada pelo GeoGebra.

Nos subtópicos seguintes são apresentados os dados por seção em gráfico do tipo boxplots e para melhor entendimento dos gráficos, os dados estatísticos dos gráficos encontram-se agrupados na Tabela 2.

4.2.1 Percepção sobre o conteúdo de Cálculo 1 (Seção 2)

As questões da Seção 2 (itens 8 a 12) avaliaram a contribuição da atividade para a compreensão dos conceitos centrais do Cálculo Diferencial, como funções, limites, derivadas, pontos críticos, concavidade e assíntotas (Gráfico 9).

Os resultados evidenciam alta concentração de respostas nos níveis “Concordo” e “Concordo totalmente” em todas as questões dessa seção, com baixíssimos índices de discordância. Esse padrão indica que a atividade foi percebida como eficaz na revisão e no aprofundamento dos conteúdos teóricos necessários para o esboço de gráficos.

Tabela 2 - Resultados estatísticos dos gráficos boxplot

Seção 2							
	Q1	**Mediana**	**Q3**	**IQR**	**Limite inferior**	**Limite superior**	**Outliers**
8. A atividade ajudou a revisar conceitos teóricos de funções como raízes, domínio e simetria para esboço de gráficos?	4.0	4.0	5.0	1.0	2.5	6.5	-
9. A atividade ajudou a revisar conceitos teóricos de limite e derivada para esboço de gráficos?	4.0	5.0	5.0	1.0	2.5	6.5	-
10. As explicações sobre pontos críticos e intervalos de crescimento/decrescimento foram claras?	4.0	4.5	5.0	1.0	2.5	6.5	[2]
11. As explicações sobre concavidade e ponto de inflexão foram claras?	4.0	5.0	5.0	1.0	2.5	6.5	[2]
12. A aula contribuiu para compreender melhor o significado de assíntotas?	4.0	5.0	5.0	1.0	2.5	6.5	[2]
Seção 3							
	Q1	**Mediana**	**Q3**	**IQR**	**Limite inferior**	**Limite superior**	**Outliers**
13. A atividade ajudou a visualizar e interpretar como os resultados analíticos do cálculo se refletem no comportamento gráfico da função?	4.0	5.0	5.0	1.0	2.5	6.5	[2, 2]
14. O GeoGebra é intuitivo e fácil de usar.	3.0	4.0	4.75	1.75	0.375	7.375	-
15. O uso do GeoGebra tornou a aula mais dinâmica e interessante.	5.0	5.0	5.0	0.0	5.0	5.0	[4, 4, 4, 3]
16. A visualização dos gráficos me ajudou a compreender o esboço de gráficos de cálculo diferencial.	4.0	5.0	5.0	1.0	2.5	6.5	-
17. Eu me sinto mais preparado para usar o GeoGebra em outras disciplinas.	4.0	4.0	5.0	1.0	2.5	6.5	[2]
Seção 4							
	Q1	**Mediana**	**Q3**	**IQR**	**Limite inferior**	**Limite superior**	**Outliers**
18. As instruções fornecidas foram claras e suficientes.	4.0	5.0	5.0	1.0	2.5	6.5	[2]
19. O tempo disponível foi adequado às atividades.	4.0	4.0	5.0	1.0	2.5	6.5	[2, 1, 2]
20. A metodologia contribuiu para minha aprendizagem de Cálculo 1.	4.0	5.0	5.0	1.0	2.5	6.5	[1]
21. A proposta estimulou minha autonomia e reflexão sobre o conteúdo.	4.0	5.0	5.0	1.0	2.5	6.5	-
22. Recomendo que essa metodologia seja utilizada em outras turmas.	4.25	5.0	5.0	0.75	3.125	6.125	-

Fonte: Elaborado pela autora. Disponível: https://colab.research.google.com/drive/1WQl7-_Du8JMGk-EOvkKmbrf-mvyl-6FD?usp=sharing.

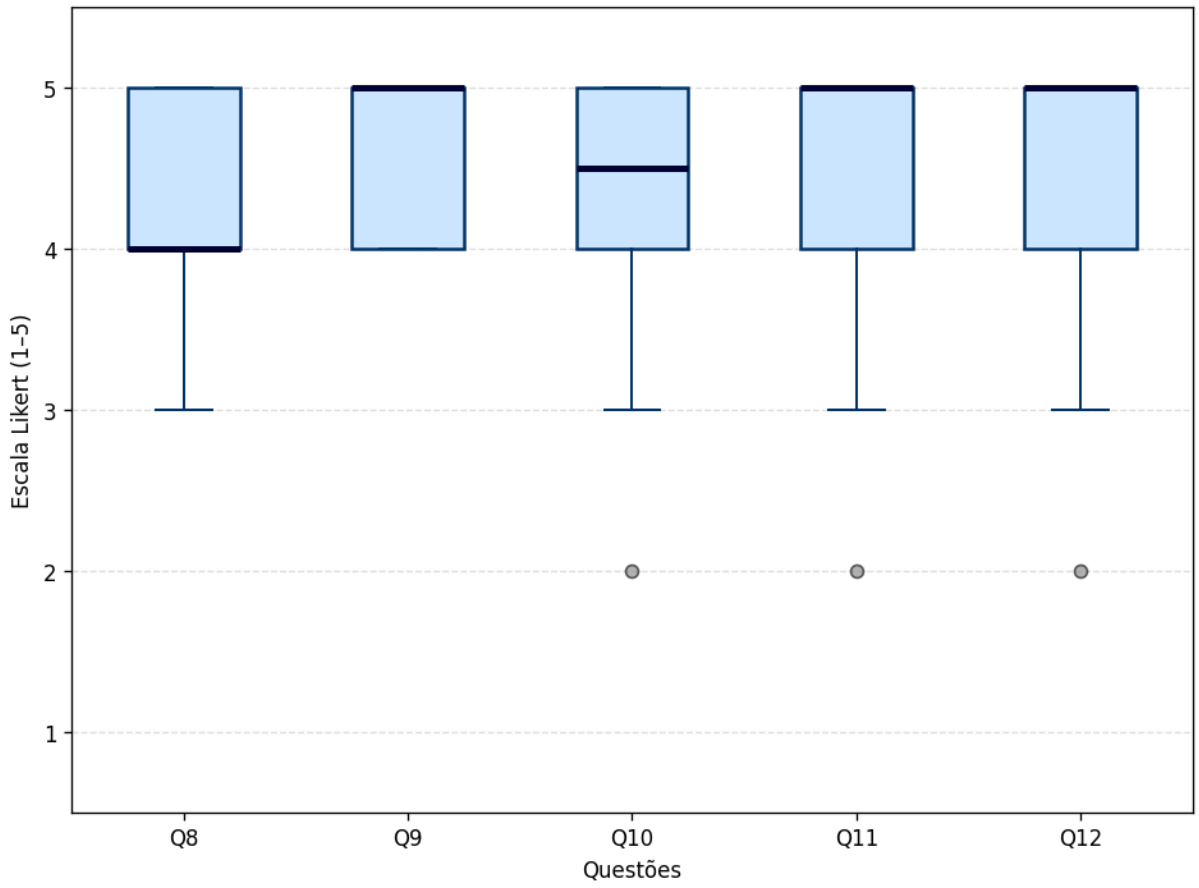
Destaca-se, particularmente, a percepção positiva em relação à clareza das explicações sobre pontos críticos, crescimento/decrescimento e concavidade, conceitos que historicamente apresentam elevada dificuldade no ensino de Cálculo 1.

Tal achado dialoga diretamente com Bianchini e Lima (2023), ao apontarem que as dificuldades em cálculo decorrem da fragmentação entre procedimentos algébricos e interpretação conceitual.

Nesse sentido, o uso do GeoGebra favoreceu a articulação entre registros algébricos e gráficos, corroborando a teoria de Duval e Moretti (2012), segundo a qual a compreensão matemática depende da capacidade de converter e coordenar diferentes registros de representação semiótica. Ao permitir que o aluno observe imediatamente, no gráfico, os efeitos de uma derivada nula ou da mudança de concavidade, o ambiente digital reduz o caráter abstrato desses conceitos.

Sob a perspectiva da aprendizagem significativa, conforme Ausubel (2003), os resultados sugerem que a atividade funcionou como um organizador avançado, ao ancorar novos conhecimentos em elementos familiares aos estudantes, como gráficos e visualizações dinâmicas, favorecendo a construção de significados duradouros.

Gráfico 10 - Avaliação sobre o conteúdo de Cálculo 1 (Seção 2)



Fonte: Elaborado pela autora. Disponível: https://colab.research.google.com/drive/1WQl7-_Du8JMGk-EOvkKmbrf-mvyl-6FD?usp=sharing.

Os boxplots da Seção 2 (Q8–Q12) evidenciam um padrão bastante homogêneo de respostas em torno dos valores mais altos da escala Likert (Gráfico 10). Em todas as questões, o primeiro quartil (Q1) situa-se em 4, e o terceiro quartil (Q3) em 5, indicando que pelo menos 75% dos participantes escolheram as alternativas “Concordo” ou “Concordo totalmente” em relação à revisão de conteúdos de funções, limites, derivadas, pontos críticos, concavidade e assíntotas. A mediana atinge o valor máximo (5) em quase todos os itens, exceto na Q8 e Q10, em que assume valores 4 e 4,5, respectivamente, o que reforça a percepção de que a atividade cumpriu o objetivo de retomar e articular os conceitos centrais de Cálculo 1.

A presença de alguns outliers com valores 2 nas questões Q10, Q11 e Q12 sugere casos isolados de estudantes que perceberam menor clareza nas explicações sobre pontos críticos, concavidade e assíntotas. Esses casos podem ser interpretados como indícios de que, para uma parcela reduzida da turma, a transição entre o registro simbólico (cálculos algébricos) e o registro gráfico ainda não se consolidou plenamente, em linha com as dificuldades de conversão de registros de representação semiótica discutidas por Duval e Moretti (2012). Nesse sentido, os resultados apontam que a sequência didática baseada em Leithold, mediada pelo GeoGebra, contribuiu significativamente para a aprendizagem, mas ainda demanda refinamentos em momentos específicos de explicitação conceitual.

De modo geral, o conjunto das cinco questões confirma que a proposta cumpriu sua função de revisar conhecimentos prévios e favorecer a construção de significados mais estáveis sobre os conceitos de Cálculo 1. Esse resultado articula-se diretamente com a perspectiva da aprendizagem significativa de Ausubel (2003), cuja teoria enfatiza que novos significados emergem quando o material potencialmente significativo é relacionado, de forma não arbitrária, às “ideias relevantes ancoradas” já presentes na estrutura cognitiva do aprendiz. No caso desta atividade, a manipulação gráfica no GeoGebra funcionou como mecanismo de ancoragem ao reativar subsunçores relacionados a funções, limites e derivadas, permitindo que os novos significados surgissem por meio da interação entre o conteúdo matemático e conhecimentos previamente estabelecidos.

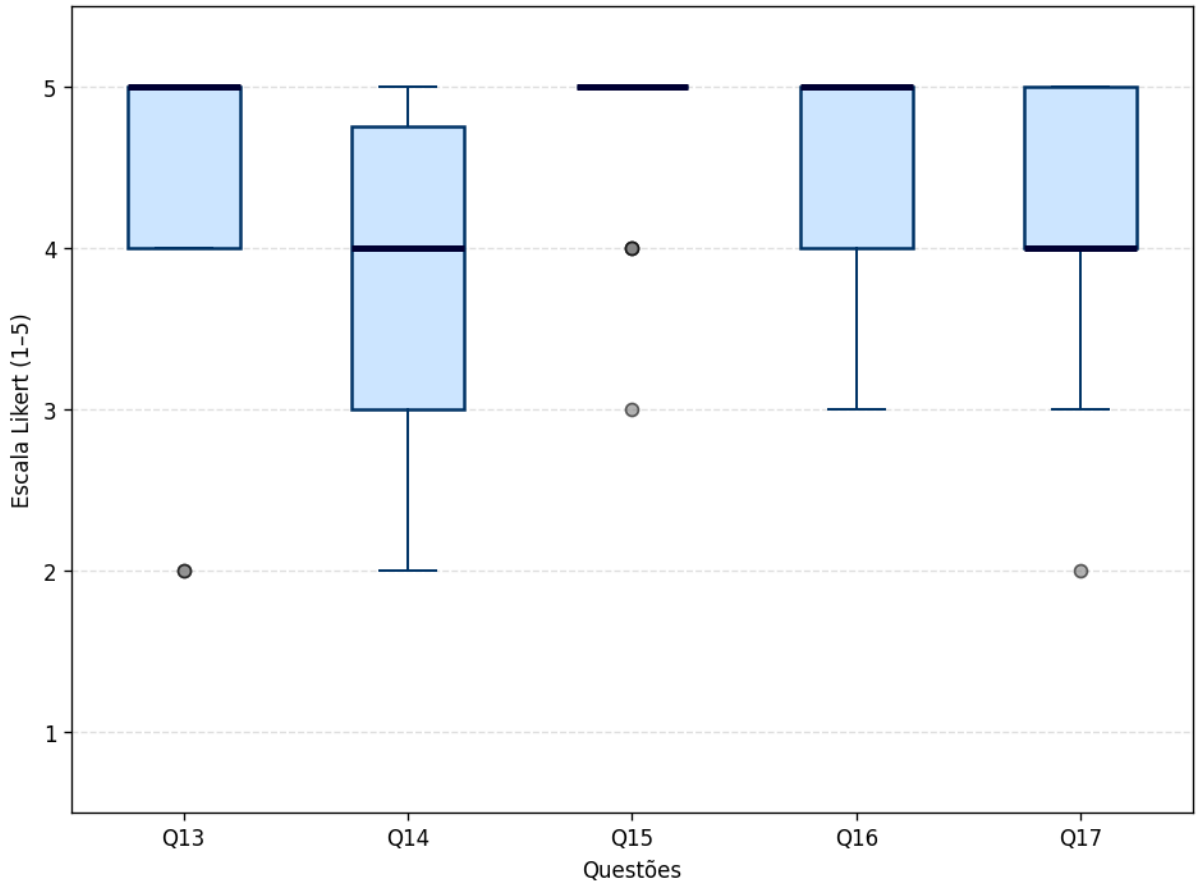
Os resultados da sequência didática mostram que os estudantes foram capazes de relacionar conceitos abstratos às representações visuais e dinâmicas do software, o que favoreceu uma aprendizagem menos mecânica e mais conceitual. Esse movimento vai ao encontro do que o autor denomina de “processo ativo de

aprendizagem", no qual o estudante precisa analisar ideias preexistentes, identificar relevâncias e reformular o material em termos significativos para si próprio. Assim, a atividade contribuiu para integrar conhecimentos que antes apareciam fragmentados e, ao mesmo tempo, possibilitou reorganizações conceituais necessárias para o avanço na disciplina.

4.2.2 Percepção sobre o uso do GeoGebra (Seção 3)

A Seção 3 (itens 13 a 17) teve como objetivo analisar a percepção dos estudantes quanto ao uso do GeoGebra como ferramenta didática (Gráfico 9). Os dados revelam um alto grau de aceitação do software, especialmente no que diz respeito à visualização dos resultados analíticos e à dinamização da aula.

Gráfico 11 - Avaliação sobre o uso do Geogebra (Seção 3)



Fonte: Elaborado pela autora. Disponível: https://colab.research.google.com/drive/1WQl7-_Du8JMGk-EOvkKmbrf-mvyl-6FD?usp=sharing.

A forte predominância de concordância nas questões relacionadas à visualização gráfica (itens 13 e 16) indica que os estudantes reconheceram o GeoGebra como um recurso facilitador da compreensão do comportamento das

funções. Tal resultado reforça as afirmações de Borba e Penteado (2016), que defendem as tecnologias digitais como elementos constitutivos do pensamento matemático contemporâneo, e não meramente instrumentais.

A questão referente à intuitividade do GeoGebra apresentou um maior espalhamento das respostas, com presença mais visível de neutralidade e discordância quando comparada às demais. Esse resultado sugere que, apesar do reconhecimento do potencial pedagógico da ferramenta, alguns estudantes ainda enfrentam dificuldades iniciais de usabilidade, especialmente aqueles com menor familiaridade prévia com tecnologias digitais, conforme apontado na Seção 1 do questionário.

Ainda assim, a percepção de que o uso do GeoGebra tornou a aula mais dinâmica e interessante apresenta níveis elevados de concordância, indicando aumento de engajamento e motivação. Tal achado está alinhado às concepções de Zabala (2014), ao defender que sequências didáticas bem estruturadas, aliadas a recursos tecnológicos, favorecem a participação ativa do aluno e a autonomia intelectual.

No Gráfico 11, os boxplots revelam um padrão de forte concordância em praticamente todos os itens. As questões Q13, Q15 e Q16 apresentam mediana igual a 5 e Q3 também igual a 5, com Q1 igual a 4, o que indica que, para a ampla maioria dos respondentes, a atividade contribuiu para relacionar cálculo e gráfico (Q13), tornou a aula mais dinâmica (Q15) e auxiliou na compreensão do esboço de gráficos de cálculo diferencial (Q16). Esses resultados reforçam o papel do GeoGebra como recurso mediador que permite a exploração simultânea de registros algébricos, gráficos e numéricos, contribuindo para a superação das barreiras de visualização apontadas na literatura.

A Q14, que avalia se “o GeoGebra é intuitivo e fácil de usar”, apresenta o maior intervalo interquartil (1,75), com Q1 em 3 e mediana em 4. Esse comportamento indica maior heterogeneidade na percepção de intuitividade da ferramenta, que embora a tendência central ainda seja de concordância, uma parcela relevante dos estudantes se posiciona de forma mais neutra ou mesmo discordante. Esse dado dialoga com as análises de Borba e Penteado (2016) sobre a necessidade de considerar a familiaridade tecnológica dos alunos e o papel do professor como mediador do uso das tecnologias digitais, pois a ferramenta, por si só, não garante facilidade de uso,

sendo que é o trabalho pedagógico que permite transformar o artefato em instrumento de aprendizagem.

A Q17, que aborda a sensação de estar “mais preparado para usar o GeoGebra em outras disciplinas”, apresenta mediana 4, com Q1 em 4 e Q3 em 5, mas com alguns outliers de valor 2. Isso sugere que, embora a maior parte dos estudantes tenha se sentido empoderada para utilizar o software em outros contextos, ainda há casos em que essa autonomia não se consolidou plenamente. À luz da aprendizagem significativa, esses resultados indicam que o GeoGebra começou a se integrar ao repertório de ferramentas cognitivas dos estudantes, mas que futuras intervenções poderiam reforçar a dimensão de autonomia e uso exploratório em diferentes conteúdos.

4.2.3 Avaliação geral da proposta (Seção 4)

As questões da Seção 4 (itens 18 a 22) avaliaram aspectos gerais da proposta pedagógica, como clareza das instruções, adequação do tempo, contribuição para a aprendizagem, estímulo à autonomia e recomendação da metodologia (Gráfico 9).

Os resultados demonstram forte consenso quanto à clareza das instruções e à contribuição da metodologia para a aprendizagem em Cálculo 1. Observa-se, novamente, a predominância das respostas positivas, o que indica que a atividade foi percebida como bem organizada e pedagogicamente consistente.

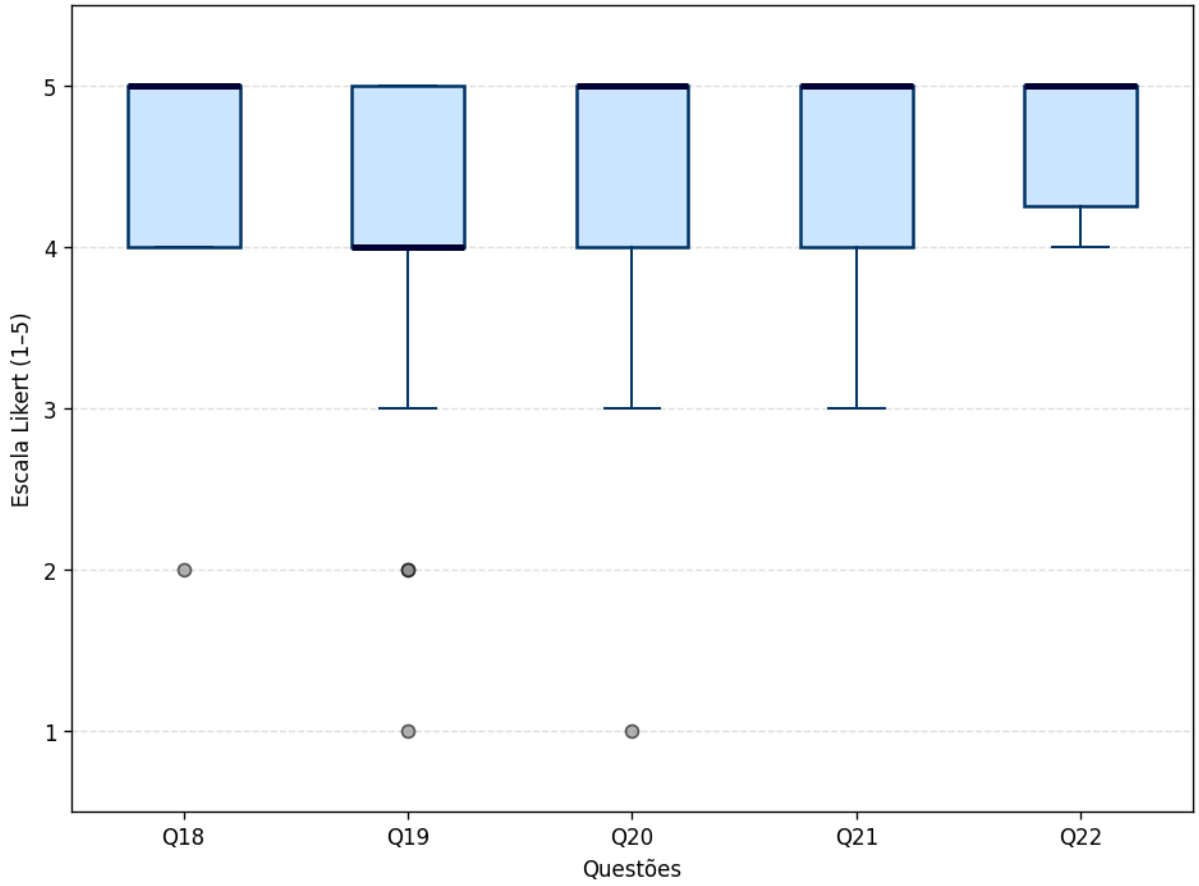
A variável “tempo disponível” apresenta maior dispersão, com presença de discordância moderada, sugerindo que parte dos estudantes considerou o tempo insuficiente para explorar plenamente as funcionalidades do GeoGebra. Esse achado é relevante do ponto de vista didático e aponta para a necessidade de ajustes na carga horária ou de ampliação das atividades em futuras aplicações.

Por fim, a questão que trata da recomendação da metodologia para outras turmas apresenta um dos maiores níveis de concordância total entre todas as questões analisadas. Esse resultado sintetiza a avaliação global positiva da proposta e indica potencial de replicabilidade da sequência didática, conforme sugerido por Zabala (2014).

Os boxplots da Seção 4 sintetizam a avaliação global da metodologia adotada (Gráfico 12). Em Q18, Q20, Q21 e Q22, a mediana assume novamente o valor 5, com Q1 em torno de 4 e Q3 igual a 5, sugerindo elevada concordância quanto à clareza

das instruções, à contribuição da metodologia para a aprendizagem em Cálculo 1, ao estímulo à autonomia e à recomendação da proposta para outras turmas. Esse padrão de alta concentração em valores de concordância evidencia que os estudantes reconheceram a sequência didática como coerente, relevante e potencialmente replicável em outros contextos formativos.

Gráfico 12 - Avaliação geral da proposta (Seção 4)



Fonte: Elaborado pela autora. Disponível: https://colab.research.google.com/drive/1WQl7-_Du8JMGk-EOvkKmbrf-mvyl-6FD?usp=sharing.

A Q19, que versa sobre a adequação do tempo disponível para as atividades, é o item mais sensível da seção: embora a mediana permaneça em 4, há outliers nas categorias 1 e 2, indicando que alguns estudantes perceberam o tempo como insuficiente. Esse dado sugere que, apesar da avaliação globalmente positiva, ajustes de carga horária ou divisão da atividade em mais encontros podem favorecer um ritmo de trabalho mais compatível com o processo de exploração no GeoGebra e com a reflexão conceitual exigida.

Considerando o conjunto das questões, a Seção 4 reforça que a adaptação digital do método de Leithold, mediada pelo GeoGebra, foi bem aceita pelos

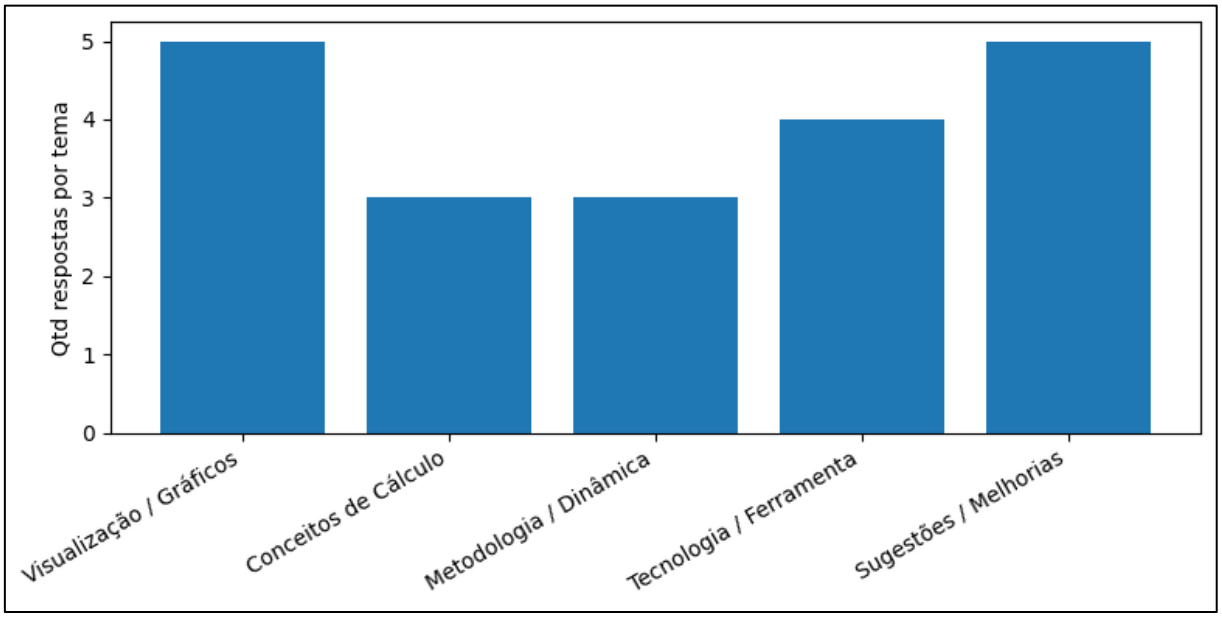
estudantes tanto do ponto de vista da clareza das orientações quanto do impacto percebido na aprendizagem e na autonomia. A forte concentração de respostas em “Concordo” e “Concordo totalmente” legitima a proposta enquanto estratégia metodológica que articula, de forma consistente, visualização gráfica, tratamento analítico e reflexão sobre os conceitos de Cálculo 1, em consonância com o que a literatura aponta como caminho promissor para o ensino da disciplina no Ensino Superior.

4.3 Comentários abertos (Seção 5)

A análise qualitativa das respostas abertas das Questões 23, 24 e 25 permitiu aprofundar a compreensão dos resultados apresentados anteriormente, oferecendo indícios mais detalhados sobre como os estudantes perceberam a atividade mediada pelo GeoGebra.

A categorização temática das respostas revelou cinco eixos principais: Visualização / Gráficos, Tecnologia / Ferramenta, Conceitos de Cálculo, Metodologia / Dinâmica e Sugestões / Melhorias. A frequência dessas categorias indica que os estudantes concentraram suas percepções tanto nos ganhos conceituais proporcionados pela visualização quanto nos aspectos metodológicos e organizacionais da proposta (Gráfico 13).

Gráfico 13 - Frequências categorizadas das respostas das questões abertas



Fonte: Elaborado pela autora. Disponível: https://colab.research.google.com/drive/1WQl7-_Du8JMGk-EOvkKmbrf-mvyl-6FD?usp=sharing.

A categoria Visualização / Gráficos, com cinco ocorrências, destacou-se como um dos temas mais recorrentes nas respostas abertas. Os estudantes enfatizaram a importância de “ver” o comportamento das funções e de compreender graficamente conceitos como crescimento, decrescimento, concavidade e pontos críticos. Esse resultado dialoga diretamente com a teoria dos registros de representação semiótica, de Duval e Moretti (2012), segundo a qual a compreensão matemática depende da articulação e da conversão entre diferentes registros. Ao permitir que os estudantes relacionem procedimentos analíticos aos gráficos correspondentes, o GeoGebra favoreceu a superação de dificuldades clássicas no ensino de Cálculo, particularmente na transição entre o registro algébrico e o gráfico.

A categoria Tecnologia / Ferramenta, com quatro ocorrências, evidencia que o GeoGebra foi percebido como um elemento central da experiência didática. Os estudantes mencionaram explicitamente o software como facilitador da aprendizagem, indicando que o recurso tecnológico contribuiu para tornar os conceitos mais acessíveis e a aula mais envolvente. Essa percepção coincide com as discussões de Borba e Penteado (2016), que defendem que as tecnologias digitais não devem ser compreendidas apenas como instrumentos auxiliares, mas como componentes que reconfiguram a própria atividade matemática. Nesse sentido, o GeoGebra atuou como uma tecnologia mediadora, ampliando as possibilidades de exploração, experimentação e análise das funções estudadas.

Além disso, é preciso ressaltar que a eficácia da visualização gráfica proporcionada pelo GeoGebra está intrinsecamente ligada à Teoria dos Registros de Representação Semiótica. Conforme discutido na fundamentação teórica, a conversão fluida do registro algébrico (os cálculos de limites e derivadas) para o registro gráfico (o comportamento da curva) desempenha um papel central na cognição matemática. Nos resultados apresentados, evidencia-se que o software atuou como um facilitador direto dessa coordenação semiótica. É justamente essa capacidade de transitar e converter representações, defendida por Duval e Moretti (2012), que possibilita a ancoragem profunda de novos saberes postulada pela Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel (2003).

Ao materializar o conceito algébrico em uma imagem dinâmica, o ambiente digital atua como o organizador avançado necessário para que o aluno estruture ativamente a nova informação. Retomar e aprofundar essa articulação teórica na análise dos resultados é essencial, uma vez que as investigações sobre

representações semióticas mediadas por tecnologia suscitam vastos questionamentos científicos e abrem importantes caminhos para futuras pesquisas direcionadas à superação de obstáculos no ensino de Cálculo.

As categorias Conceitos de Cálculo e Metodologia / Dinâmica, ambas com três ocorrências, indicam que os estudantes também reconheceram os impactos da proposta no entendimento conceitual e na forma como o conteúdo foi organizado. Ao mencionar conceitos específicos, como derivada, assíntotas e concavidade, os participantes reforçaram que a atividade não se limitou a um uso superficial da tecnologia, mas contribuiu para a compreensão dos fundamentos do Cálculo diferencial. Sob a perspectiva da aprendizagem significativa, de Ausubel (2003), esses dados sugerem que o GeoGebra funcionou como um recurso potencialmente significativo, permitindo a ancoragem de novos conceitos em conhecimentos prévios sobre funções e representações gráficas.

No que se refere à metodologia, as menções à dinâmica da aula e à organização das etapas indicam que a sequência didática adotada favoreceu o engajamento dos estudantes. Essa constatação aproxima-se das contribuições de Zabala, ao evidenciar a importância de sequências de ensino estruturadas, nas quais as atividades estejam articuladas de forma progressiva e coerente. A clareza das etapas e a integração entre cálculo analítico e visualização gráfica contribuíram para orientar o processo de aprendizagem e reduzir a fragmentação do conteúdo.

Por fim, a categoria Sugestões / Melhorias, também com cinco ocorrências, revelou aspectos críticos e possibilidades de aprimoramento da proposta. As respostas apontaram principalmente para a necessidade de maior tempo para o desenvolvimento das atividades e para o desejo de aprofundamento dos conteúdos trabalhados.

Esse resultado reforça os dados quantitativos da Seção 4 do Questionário, nos quais a questão relacionada à adequação do tempo apresentou maior dispersão. Do ponto de vista pedagógico, tais sugestões indicam que, embora a proposta tenha sido bem aceita, sua efetividade pode ser ampliada por meio de ajustes na carga horária ou na distribuição das atividades ao longo de mais aulas.

Na Figura 1 é apresentada uma nuvem de ´palavras dos termos mais frequentes empregados pelos participantes nas questões abertas de 23, 24 e 2.

Figura 1 - Nuvem de Palavras das questões abertas



Fonte: Elaborado pela autora. Disponível: https://colab.research.google.com/drive/1WQl7-_Du8JMGk-EOvkKmbrf-mvyl-6FD?usp=sharing.

A análise dos resultados quantitativos (perfil do participante - Seção 1) e qualitativos, com o grau de concordância (Seções 2, 3 e 4) e a categorização dos comentários abertos (Seção 5) confirmam o potencial pedagógico da adaptação digital da metodologia de Leithold no ambiente digital do Geogebra.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

As análises desenvolvidas ao longo deste trabalho permitiram compreender o potencial pedagógico do GeoGebra no ensino de Cálculo 1, especialmente no que diz respeito ao esboço de gráficos de funções reais a partir de conceitos fundamentais como limites, derivadas, concavidade e comportamento assintótico. Partindo do problema de pesquisa, compreender como o uso do GeoGebra pode contribuir para a aprendizagem no ensino superior, foi possível observar que a integração entre visualização, manipulação e análise conceitual favorece a compreensão dos estudantes.

A sequência didática elaborada, fundamentada na adaptação digital do método clássico de Leithold (1994), mostrou-se adequada ao objetivo geral de favorecer uma aprendizagem mais ativa e significativa, em consonância com a perspectiva de Ausubel (2003). Ao articular conhecimentos prévios dos estudantes com novas informações mediadas por recursos visuais, a atividade permitiu uma construção de significados mais estável e conectada ao repertório cognitivo dos participantes.

Além disso, os resultados obtidos dialogam diretamente com a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval e Moretti (2012), ao evidenciar que muitos estudantes apresentavam dificuldades na conversão entre registros algébricos, gráficos e numéricos, dificuldades essas discutidas na literatura do ensino de cálculo. A atividade no GeoGebra mostrou-se eficaz para superar parte desses obstáculos, permitindo visualizar instantaneamente o efeito das transformações algébricas na forma gráfica da função. As respostas às questões da Escala Likert, especialmente nas Seções 2 e 3, reforçam essa constatação, com predomínio de avaliações positivas quanto à clareza conceitual proporcionada pela visualização dinâmica.

No que se refere aos resultados estatísticos da disciplina de Cálculo 1 no IFB (Tabela 1 e Gráfico 1), observa-se um histórico de altos índices de reprovação e desligamentos ao longo dos nove semestres analisados. Esse diagnóstico ampliou a compreensão inicial do problema e ressaltou a relevância da intervenção pedagógica proposta. A predominância de reprovações e desligamentos, somada à oscilação nos índices de permanência, evidencia que as dificuldades no ensino de cálculo não se limitam ao domínio técnico de procedimentos, mas envolvem fatores relacionados à

abstração, à representação e ao engajamento dos estudantes, elementos discutidos por Bianchini e Lima (2023) e por Borba e Penteado (2016).

A análise das respostas qualitativas, especialmente das categorias Visualização/Gráficos e Tecnologia/Ferramenta, reforça que o uso do GeoGebra foi percebido como um diferencial importante para a compreensão dos conceitos matemáticos. Os participantes destacaram o caráter dinâmico, investigativo e interativo da ferramenta, aspectos que se alinham às metodologias ativas e às sequências didáticas estruturadas, conforme defendido por Zabala (2014). Observa-se, porém, que a categoria Sugestões/Melhorias apontou para um aspecto crítico da intervenção, o tempo reduzido de aula. Parte dos estudantes indicou que precisaria de um período maior para explorar adequadamente as ferramentas do GeoGebra e aprofundar os conceitos apresentados. Assim, recomenda-se a ampliação da carga horária ou a divisão da sequência em dois encontros, além da inclusão de atividades iniciais voltadas exclusivamente ao domínio básico do software, especialmente para estudantes com menor familiaridade tecnológica.

Diante do exposto, conclui-se que a proposta didática desenvolvida alcançou os objetivos estabelecidos. O uso do GeoGebra não apenas complementou a prática pedagógica tradicional, mas se consolidou como um recurso estruturante para a construção de significados, favorecendo a aprendizagem significativa, a articulação entre registros de representação e o engajamento dos estudantes. A metodologia demonstrou potencial de replicabilidade em outras turmas e disciplinas, especialmente naquelas que envolvem análise gráfica, modelagem e cálculo diferencial.

Nesse sentido, recomenda-se que, ao aplicar a sequência didática, inclua-se um momento inicial de familiarização com o GeoGebra, especialmente para estudantes com menor domínio tecnológico, e se amplie o tempo destinado à atividade, permitindo maior exploração dos conceitos de Cálculo 1. Sugere-se também distribuir a sequência em mais de um encontro, favorecendo a consolidação dos conteúdos e a articulação entre registros algébricos e gráficos.

Por fim, recomenda-se que futuras investigações aprofundem a aplicação do GeoGebra em atividades sequenciais ao longo do semestre, permitindo avaliar não apenas percepções pontuais, mas impactos contínuos e duradouros no desempenho acadêmico. Sugere-se, também, a elaboração de módulos específicos de formação docente para o uso pedagógico do software, de modo a fortalecer sua integração ao

currículo da Licenciatura em Matemática e demais cursos que demandem conhecimentos de cálculo.

Assim, este trabalho reafirma a importância das tecnologias digitais como mediadoras do conhecimento matemático e destaca que práticas pedagógicas baseadas em visualização, experimentação e análise integrada podem contribuir substancialmente para a superação das dificuldades históricas do ensino de Cálculo 1 no ensino superior.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, Renato Pereira; TOMAZ, Alexandre Bastos; JUNIOR, Gilberto Aranega. Dificuldades de Aprendizado da Matemática. **Prospectus (ISSN: 2674-8576)**, v. 4, n. 2, p. 54-65, 2022.

AUSUBEL, David. **Aquisição e retenção de conhecimentos: uma perspectiva cognitiva.** Lisboa: Plátano, 2003.

BIANCHINI, Barbara Lutaif; LIMA, Gabriel Loureiro de. **O pensamento matemático e os diferentes modos de pensar que o constituem**. São Paulo, Editora Livraria da Física, 2023.

BORBA, Marcelo C.; PENTEADO, Miriam G. **Informática e Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2016.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC, 2018.

DUVAL, Raymond. MORETTI, Trad Méricles Thadeu. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. **REVEMAT: Revista Eletrônica de matemática**, [S. l.], v. 7, n. 2, p. 266–297, 2012.

FARIA, Rejane Waiandt Schuwartz. **Padrões fractais: contribuições ao processo de generalização de conteúdos matemáticos.** 2012.

FARIAS, Gabriela Belmont de. Contributos da aprendizagem significativa de David Ausubel para o desenvolvimento da Competência em Informação. **Perspectivas em Ciência da Informação**, v. 27, n. 2, p. 58-76, 2022.

GIL, Antonio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 7. ed. [3ª Reimp.]. - Barueri [SP]: Atlas, 2025.

HENRIQUES, Afonso; ALMOULOUD, Saddo Ag. Teoria dos registros de representação semiótica em pesquisas na Educação Matemática no Ensino Superior: uma análise de superfícies e funções de duas variáveis com intervenção do software Maple. **Ciência & Educação**, v. 22, n. 2, p. 465-487, 2016.

LEITHOLD, Louis. **O cálculo com geometria analítica**. 7. ed. São Paulo: Harbra, 1994.

SILVA, Ramon Felipe Neves da. **Utilizando o Software Geogebra no ensino de Retas no Ensino Médio**. 2016.

SOARES, Luís Havelange et al. **A dialética entre o concreto e o abstrato na construção do conhecimento matemático.** 2015.

ZABALA, Antoni. **A prática educativa: como ensinar**. Penso Editora, 2014.

APÊNDICE A – Plano de Aula: Atividade de Esboço de Gráfico de Funções com o GeoGebra

1. Identificação

Disciplina: Cálculo 1
Curso: Licenciatura em Matemática
Instituição: Instituto Federal de Brasília – Campus Estrutural
Carga horária: 1 encontro de 2 horas-aula
Elaboração: Priscila Cruz Tempone
Orientação: Me. Antônio Dantas Costa Neto
Ano: 2025

2. Objetivos

2.1 Geral:

Aplicar uma atividade prática com o uso do GeoGebra como ferramenta de apoio à aprendizagem no esboço de gráficos de funções reais no ensino Superior.

2.2 Específicos:

- Compreender, por meio do GeoGebra, os conceitos de limite, derivada, crescimento e concavidade, entre outros necessários para esboço de gráficos no ensino Superior.
- Promover a aprendizagem significativa por meio da visualização e experimentação.
- Desenvolver autonomia e interesse pela Matemática e pelas tecnologias digitais.

3. Conteúdos

- Revisão de funções reais e propriedades fundamentais.
- Cálculo e interpretação de limites e derivadas.
- Análise de crescimento e decrescimento.
- Pontos críticos, inflexões e concavidade.
- Assíntotas e comportamento no infinito.
- Representações gráficas no GeoGebra.

4. Fundamentação teórica

A sequência didática de atividades é inspirada no método clássico de Leithold (1994), reinterpretado em uma perspectiva digital e exploratória.
Baseia-se na aprendizagem significativa de Ausubel (2003), nos registros semióticos de Duval e Moretti (2012) e nas concepções de Borba e Penteado (2016) sobre o uso das tecnologias na Educação Matemática.
Essa integração permite que o estudante compreenda os fenômenos matemáticos por meio da interação entre teoria e prática visual, em um ambiente dinâmico que estimula a autonomia e o raciocínio crítico.

5. Recursos

- Computadores, notebooks ou tablets com acesso à internet.
- Software GeoGebra na versão online.

- Projetor multimídia e quadro branco.
- Formulário *Google Forms* (Apêndice B) para avaliação da aula.

6. Desenvolvimento da atividade no Geogebra

Quadro 1 – Etapas da Atividade no Geogebra

Etapa	Descrição teórico-prática	Duração estimada	Ferramentas e Comandos no GeoGebra
1. Definir a função	Inserir a expressão de f(x) que descreve a relação entre as variáveis e visualizar o gráfico inicial.	5 min	Caixa de Entrada f(x)=x^3-2x+1 (exemplo)
2. Determinar o domínio	Identificar o conjunto de valores de x para os quais f(x) está definida.	5 min	Função(f,a,b) para restringir o domínio.
3. Identificar interceptos	Localizar os interceptos com os eixos coordenados: f(0) (intercepto em y) e f(x)=0 (interceptos em x).	5 min	f(0); Resolver(f(x)=0,x); Raiz(f);
4. Verificar simetria	Testar se a função é par ou ímpar. Comparar f(x) com f(-x) e -f(x).	5 min	Verificar graficamente a simetria eixo y ou à origem.
5. Calcular derivadas	Calcular a primeira e a segunda derivadas para analisar crescimento e concavidade.	5 min	f1(x)=Derivative(f) e f2(x)=Derivative(f,2); sobrepor f, f1, f2.
6. Determinar números críticos	Encontrar os valores de x em que f'(x)=0 ou f'(x) não existe. São candidatos a extremos.	5 min	Resolver(f1(x)=0,x); Extremum(f); Intersect(f1,xAxis).
7. Teste das derivadas (1ª e 2ª)	Analisar o sinal de f'(c) e f''(c) ao cruzar um ponto crítico c para classificar máximos e mínimos.	5 min	Extremo(f); Raizes(f'); avaliar f' para cada ponto crítico.
8. Crescimento e decrescimento	Determinar intervalos de crescimento f'(x)>0) e decrescimento f'(x)<0.	5 min	Resolver(f1(x)>0) e Resolver(f1(x)<0); ou f1(x)>0 e f1(x)<0.
9. Pontos de inflexão	Identificar os pontos onde f''(x)=0 e ou f'' não existe e f'' muda de sinal nesse ponto, ocorre mudança de concavidade.	5 min	Raiz(f2); PontoDeInflexão(f)
10. Concavidade	Analisar as regiões onde o gráfico é côncavo para cima f''(x)>0 ou para baixo ((f''(x)<0)).	5 min	Raiz(f2); Resolver(f2(x)>0) Resolver(f2(x)<0);sombreamento: f2(x)>0 e f2(x)<0.
11. Inclinação da tangente nos pontos de inflexão	Calcular a inclinação da reta tangente nos pontos de inflexão e traçar a reta.	5 min	F=PontoDeInflexão(f); f'(x(F)); Tangente(F,f); Inclinação(Tangente(F,f))
12. Assíntotas	Determinar o comportamento assintótico: verticais, horizontais e oblíquas.	10 min	Assíntota(f);
13. Esboço final do gráfico	Combinar todas as informações anteriores (domínio, interceptos, derivadas, inflexões, assíntotas) para construir o gráfico completo.	10 min	Plotar f, f1, f2 com estilos diferentes; adicionar pontos especial, assíntotas tangentes.

Fonte: a autora.

7. Avaliação

- A avaliação é processual e qualitativa, considerando:
- Participação e envolvimento nas atividades;
- Interpretação dos resultados obtidos no GeoGebra;

- Clareza nas respostas e nas discussões em grupo;

8. Resultados esperados

- Compreensão conceitual de limite e derivada;
- Desenvolvimento do raciocínio visual e analítico;
- Melhoria na interpretação de gráficos de funções;
- Maior engajamento e autonomia dos estudantes no estudo de Cálculo.

9. Considerações didáticas

A professora atua como mediadora e orientadora, não como transmissora. Cabe a ela propor desafios, incentivar comparações entre teoria e prática, e guiar as discussões conceituais.

APÊNDICE B – Formulário *Google Forms* (Avaliação da Aula)

Título: Percepção dos alunos do Ensino Superior sobre o uso do GeoGebra no esboço de gráficos de funções.

Descrição: avaliar a aula sobre o esboço de gráficos de funções com o uso do GeoGebra. As respostas são anônimas e servirão para aprimorar futuras práticas pedagógicas.

Instituição: Instituto Federal de Brasília

Campus: Estrutural

Curso: Especialização em Matemática, Educação e Tecnologias

Trabalho Final de Conclusão de Curso

Autora: Priscila Cruz Tempone

Orientação: Me. Antônio Dantas Costa Neto

Ano: 2025

Termo de Consentimento Livre e Esclarecido:

Você está sendo convidado(a) a participar da pesquisa intitulada **O USO DO GEOGEBRA NO ENSINO SUPERIOR DA MATEMÁTICA: ESBOÇO DE GRÁFICO DE UMA FUNÇÃO**. O documento que você está lendo é chamado de Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE). Ele contém as informações necessárias sobre a pesquisa para a sua participação. Antes de decidir se deseja participar (de livre e espontânea vontade) você deverá ler e compreender todo o conteúdo e caso tenha eventuais dúvidas, peça ajuda para as pesquisadoras. Você poderá perguntar e questionar sobre qualquer dúvida a qualquer momento (antes, durante e ao final da realização da pesquisa). Se você decidir não participar ou desistir durante o projeto, você não será penalizado de forma alguma. Ao final, caso decida participar, você deverá assinalar este documento.

Natureza e objetivos do estudo:
O presente projeto tem como objetivo: **investigar como uma atividade de esboço de gráficos de funções, realizada no GeoGebra, contribui para a aprendizagem dos estudantes no Ensino Superior da Licenciatura em Matemática do IFB.**

Procedimento do estudo: Após a assinatura deste Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, você será convidado(a) a responder um inventário.
Riscos e benefícios: Esta pesquisa não acarretará em nenhum tipo de dano físico ou financeiro a você. Caso sinta-se desconfortável durante a realização dos inventários, você poderá falar interromper o procedimento.

Participação, recusa e direito de se retirar do estudo:
Sua participação é voluntária. Você não terá nenhum prejuízo se não quiser participar. Conforme previsto pelas normas brasileiras de pesquisa com a participação de seres humanos, você não receberá nenhum tipo de compensação financeira pela sua participação neste estudo. Você se retirar desta pesquisa a qualquer momento, bastando para isso entrar em contato com uma das pesquisadoras responsáveis.

Confidencialidade: Seus dados serão manuseados somente pelos pesquisadores e não será permitido o acesso a outras pessoas. O material com as suas informações ficará guardado sob a responsabilidade dos pesquisadores, com a garantia de manutenção do sigilo e confidencialidade de sua identidade. Os dados e utilizados ficarão arquivados com a pesquisadora responsável por um período de 5 anos, e após esse tempo serão destruídos. Os resultados deste trabalho serão apresentados no Trabalho de Conclusão de Curso e artigo, entretanto, ele mostrará apenas os resultados obtidos como um todo, sem revelar seu nome ou outros dados que possam ser usados para sua identificação.

Leia cuidadosamente cada uma das perguntas e responda considerando honestamente.

( ) Li e compreendi todas as informações sobre a pesquisa. Concordo voluntariamente em participar deste estudo.

Seção 1 – Perfil do participante

1. Turma: ( ) Metodologia Científica – 2º sem ( ) Prática de Ensino III – 3º sem ( ) Prática de Ensino IV – 4º sem
2. Idade: ( ) <20 ( ) 20–25 ( ) 26–30 ( ) >30
3. Sexo: ( ) Feminino ( ) Masculino ( ) Prefiro não informar
4. Período do curso: ( ) 1º ( ) 2º ( ) 3º ( ) 4º ou mais
5. Já cursou Cálculo 1 anteriormente?

   ( ) Não ( ) Sim, fui aprovado(a) ( ) Sim, reprovei uma vez ( ) Sim, reprovei mais de uma vez
6. Já utilizou o GeoGebra antes desta aula?

   ( ) Sim, nessa disciplina ( ) Sim, em outra disciplina ( ) Sim, de forma autônoma ( ) Não
7. Grau de familiaridade com tecnologias digitais:

   ( ) Baixa ( ) Média ( ) Alta

Seção 2 – Avaliação sobre o conteúdo de Cálculo 1

8. A atividade ajudou a revisar conceitos teóricos de funções como raízes, domínio e simetria para esboço de gráficos.

   ( ) Discordo totalmente ( ) Discordo ( ) Não concordo, nem discordo ( ) Concordo ( ) Concordo totalmente
9. A atividade ajudou a revisar conceitos teóricos de limite e derivada para esboço de gráficos.

   ( ) Discordo totalmente ( ) Discordo ( ) Não concordo, nem discordo ( ) Concordo ( ) Concordo totalmente
10. As explicações sobre pontos críticos e intervalos de crescimento/decrescimento foram claras.

    ( ) Discordo totalmente ( ) Discordo ( ) Não concordo, nem discordo ( ) Concordo ( ) Concordo totalmente
11. As explicações sobre concavidade e ponto de inflexão foram claras.

    ( ) Discordo totalmente ( ) Discordo ( ) Não concordo, nem discordo ( ) Concordo ( ) Concordo totalmente
12. A aula contribuiu para compreender melhor o significado de assíntotas.

    ( ) Discordo totalmente ( ) Discordo ( ) Não concordo, nem discordo ( ) Concordo ( ) Concordo totalmente

Seção 3 – Avaliação sobre o uso do GeoGebra

13. A atividade ajudou a visualizar e interpretar como os resultados analíticos do cálculo se refletem no comportamento gráfico da função.

    ( ) Discordo totalmente ( ) Discordo ( ) Não concordo, nem discordo ( ) Concordo ( ) Concordo totalmente
14. O GeoGebra é intuitivo e fácil de usar.

    ( ) Discordo totalmente ( ) Discordo ( ) Não concordo, nem discordo ( ) Concordo ( ) Concordo totalmente
15. O uso do GeoGebra tornou a aula mais dinâmica e interessante.

( ) Discordo totalmente ( ) Discordo ( ) Não concordo, nem discordo ( ) Concordo ( ) Concordo totalmente

16. A visualização dos gráficos me ajudou a compreender o esboço de gráficos de cálculo diferencial.

( ) Discordo totalmente ( ) Discordo ( ) Não concordo, nem discordo ( ) Concordo ( ) Concordo totalmente

17. Eu me sinto mais preparado para usar o GeoGebra em outras disciplinas.

( ) Discordo totalmente ( ) Discordo ( ) Não concordo, nem discordo ( ) Concordo ( ) Concordo totalmente

Seção 4 – Avaliação geral da proposta

18. As instruções fornecidas foram claras e suficientes.

( ) Discordo totalmente ( ) Discordo ( ) Não concordo, nem discordo ( ) Concordo ( ) Concordo totalmente

19. O tempo disponível foi adequado às atividades.

( ) Discordo totalmente ( ) Discordo ( ) Não concordo, nem discordo ( ) Concordo ( ) Concordo totalmente

20. A metodologia contribuiu para minha aprendizagem de Cálculo 1.

( ) Discordo totalmente ( ) Discordo ( ) Não concordo, nem discordo ( ) Concordo ( ) Concordo totalmente

21. A proposta estimulou minha autonomia e reflexão sobre o conteúdo.

( ) Discordo totalmente ( ) Discordo ( ) Não concordo, nem discordo ( ) Concordo ( ) Concordo totalmente

22. Recomendo que essa metodologia seja utilizada em outras turmas.

( ) Discordo totalmente ( ) Discordo ( ) Não concordo, nem discordo ( ) Concordo ( ) Concordo totalmente

Seção 5 – Comentários abertos (Opcional)

23. Qual etapa do GeoGebra foi mais útil para sua compreensão?

Resposta aberta

24. Como avalia a relação entre o uso do GeoGebra e o entendimento dos conceitos de Cálculo?

Resposta aberta

25. Sugestões para aprimorar futuras aulas com o uso do GeoGebra:

Resposta aberta

APÊNDICE C – Atividade de Esboço de Gráfico de Funções com o GeoGebra

Esboço de Gráfico em Cálculo 1 (Limites e Derivadas)

Autor: PRISCILA CRUZ TEMPONE

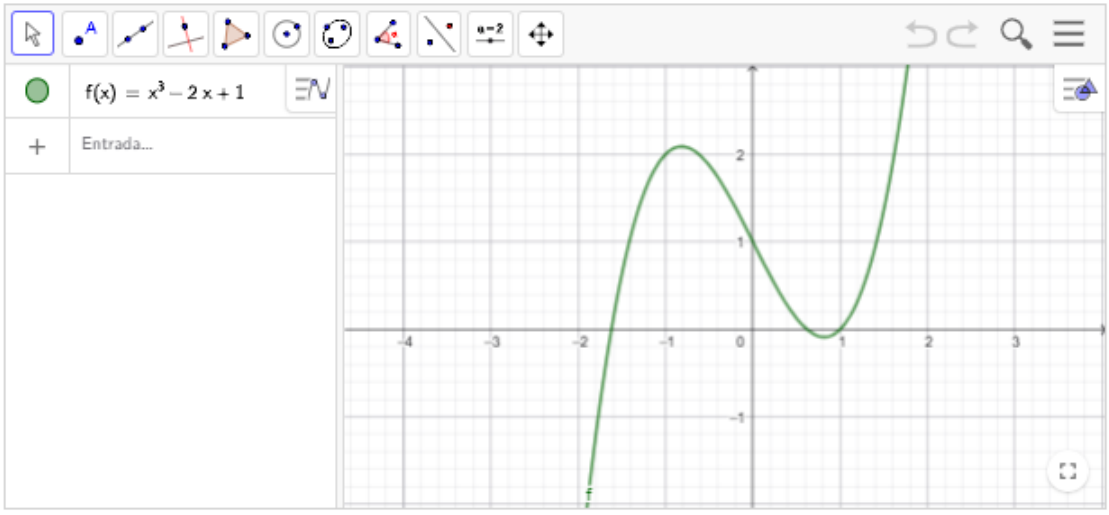
Tópico: Cálculo, Cálculo Diferencial, Funções, Limites

Partindo da premissa de Leithold (1994, p. 217), que define a interpretação geométrica da derivada como "a inclinação da reta tangente ao gráfico da função em um ponto", esta atividade foi estruturada. Ela apresenta as etapas do método de Leithold (1994) para o esboço de gráficos, utilizando derivadas e limites como recursos de análise no GeoGebra. A última tarefa é um desafio de síntese, exigindo que o estudante aplique todos os conceitos e comandos anteriores para analisar e esboçar, do início ao fim, o gráfico de uma nova função.

Etapa 1 - Definir a Função

Defina f(x), uma função de variável real a valores reais para esboço do comportamento gráfico.
Na Caixa de Entrada, digite f(x) = {fórmula da função} e visualize imediatamente o gráfico. Exemplos de funções:

- Potência: $y = x^n$; $y = x^{-n}$; Proporções Inversas: $y = \frac{k}{x}$; Potência com expoente não inteiros: $y = x^{p/q}$.
- Polinômios: $c.x^n$.
- Racionais: $f(x) = \frac{g(x)}{h(x)}$, com g(x) e h(x) polinômios.
- Algébricas: funções de adição, subtração, divisão e extração de raízes com polinômios.
- Trigonométricas: y = A.senBx, y = A.cos(Bx-C).
- Exponenciais: $f(X) = b^x$, com b>0; $f(x) = e^x$ (função exponencial natural).
- Logarítmicas: $f(X) = \log_b x$, com b>0 e b ≠ 1; lnx (função logarítmica natural).



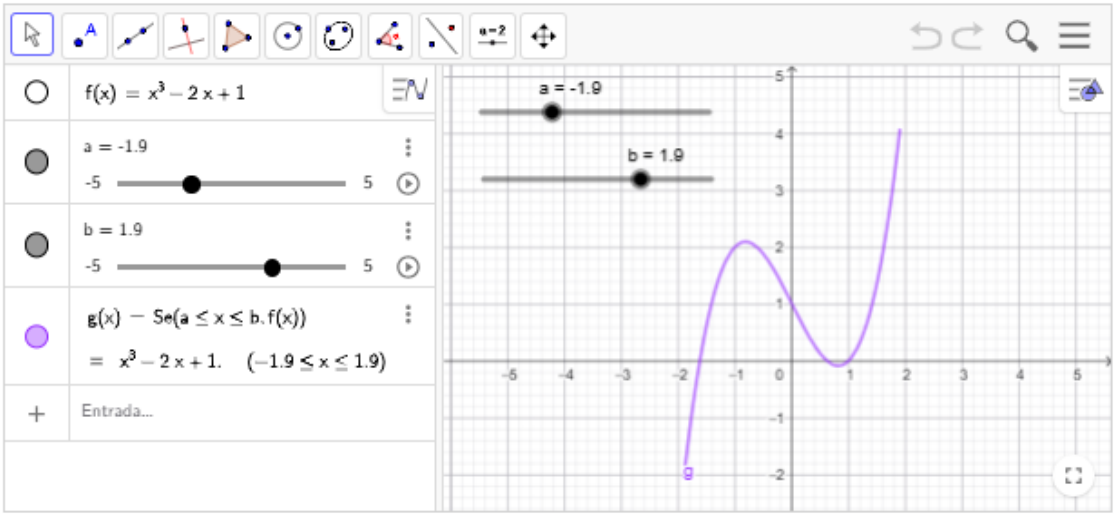
Etapa 2 – Determinação do domínio de f

Determine o domínio que corresponde o conjunto de todos os valores de x para os quais a função f(x) está definida e retorna um número real.
O GeoGebra **restringe automaticamente o gráfico** ao domínio. Pode-se utilizar um deslizador para restringir o domínio [a,b], visualizando a função em intervalos específicos, com o comando <Função(f, a, b)>. Há uma diferença entre os tipos de funções, por exemplo:

- **Polinômios, Exp (x), sen(x), cos(x):** o domínio é todos os reais.

Nota: **Trigonométricas com denominador implícito:** o domínio é restrito onde o denominador implícito é zero. Para **tan(x) e sec(x)** onde o cos(x) = 0 e para **cotg(x) e cosec(x)** onde o sen(x) = 0.

- **Racionais (p(x)/q(x)):** o domínio é todos os reais, exceto onde `q(x) = 0`. Estas são as futuras assíntotas verticais.
- **Logarítmicas (ln(g(x))):** o domínio é restrito aos valores de x para os quais o argumento é estritamente positivo, isto é, onde `g(x) > 0`.



Etapa 3 – Identificação dos interceptos

Ache os interceptos x e y do gráfico. Os interceptos correspondem aos pontos em que o gráfico intercepta os eixos coordenados:

- Intercepto em y: f(0), isto é, x = 0;
- Interceptos em x: soluções de f(x)=0.

Os Comandos: **f(0)** e **Resolver(f(x)=0,x)** ou **Raiz(f)** são universais, mas os resultados variam, dependendo da função:

- Intercepto y: **f(0).**

Nota: Para **ln(x)** ou $\frac{1}{x}$, **f(0)** será "indefinido", o que está correto, pois não há intercepto y.

- Interceptos x: **Raiz(f)** ou **Resolver(f(x)=0)**.

Nota: **Polinomial: Raiz(f)** é encontra todas as raízes reais. **Exp/Log:** Para **exp(x)**, **Raiz(f)** não retornará nada. Para **ln(x)**, retornará (1, 0). **Trigonométricas: Raiz(f)** encontrará as raízes apenas na janela de visualização visível. Para **sen(x)**, ele mostrará (0,0), (π,0), etc.

Observação: um **comando único para definir todos os interceptos** de uma só vez é selecionar o campo da fórmula da função e posteriormente os três pontos verticais a direita desse campo e a opção pontos especiais. Além dos interceptos, serão apresentados os pontos de máximo e mínimo relativos, onde a reta tangente à função é horizontal.

Questão 1. Qual é uma característica dos interceptos da função em relação ao Eixo x?

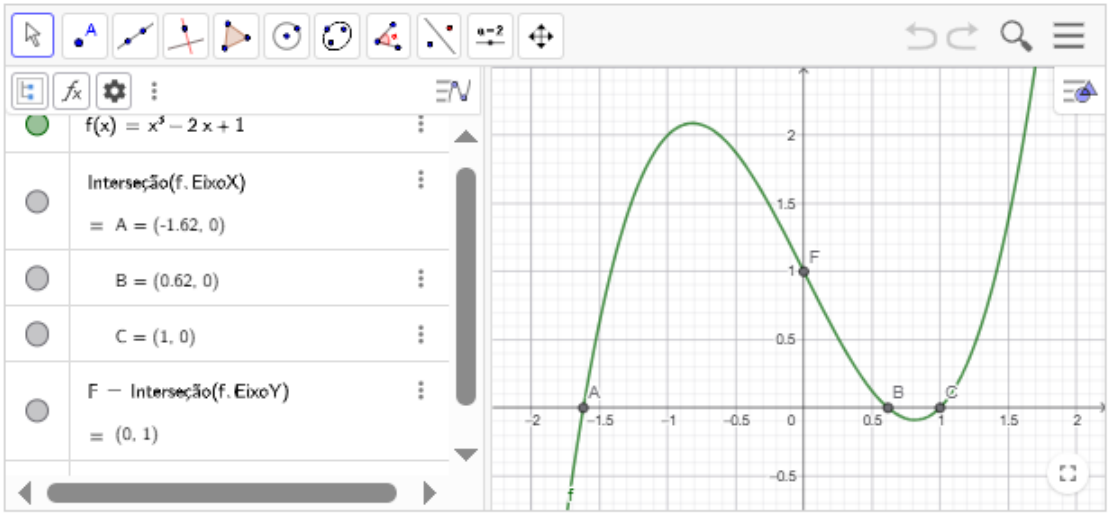
Assinale a sua resposta aqui

A ☐ Possui raízes em x=-2 e x=2

B ☐ Não possui raízes reais

C ☐ Possui exatamente 2 raízes reais

D ☐ Possui no máximo 3 raízes reais



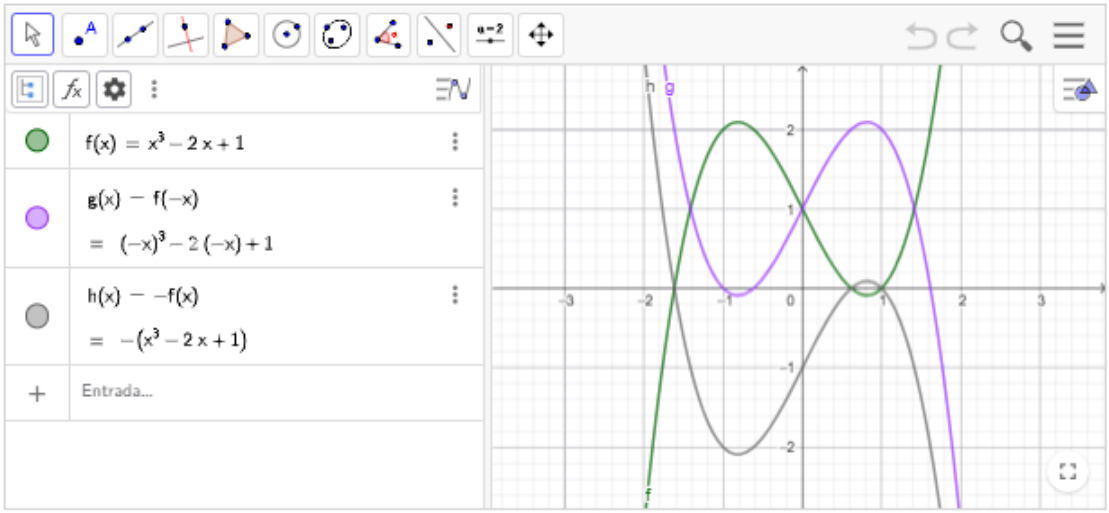
Etapa 4 - Simetria

Teste a simetria em relação ao eixo y e à origem:

- **Simetria Par (Eixo Y):** Ocorre se f(-x) = f(x) para todo x no domínio. O gráfico é um "espelho" em relação ao eixo Y. (Ex: x^2, cos(x)).
- **Simetria Ímpar (Origem):** Ocorre se f(-x) = -f(x) para todo x no domínio. O gráfico tem simetria rotacional de 180° em torno da origem. (Ex: x^3, sen(x), 1/x).

A maioria das funções (como e^x, ln(x) ou x+1) não é nem par nem ímpar.

- Exemplo para a verificação analítica na Janela do GeoGebra:
  - f(x) = $x^3 - 2x + 1$ (Define a função)
  - f(-x) (Se o resultado for igual a f(x), é par).
  - -f(x) (Se o resultado for igual a f(-x), é ímpar).
  - No nosso exemplo f(x) = $x^3 - 2x + 1$, f(-x) = $-x^3 + 2x - 1$, que não é nem f(x) nem -f(x). Portanto, não há simetria.



Questão 2. A simetria da função é classificada como:

Assinale a sua resposta aqui

A ☐ Simétrica Par (em relação ao Eixo y).

B ☐ Simétrica Ímpar (em relação à Origem).

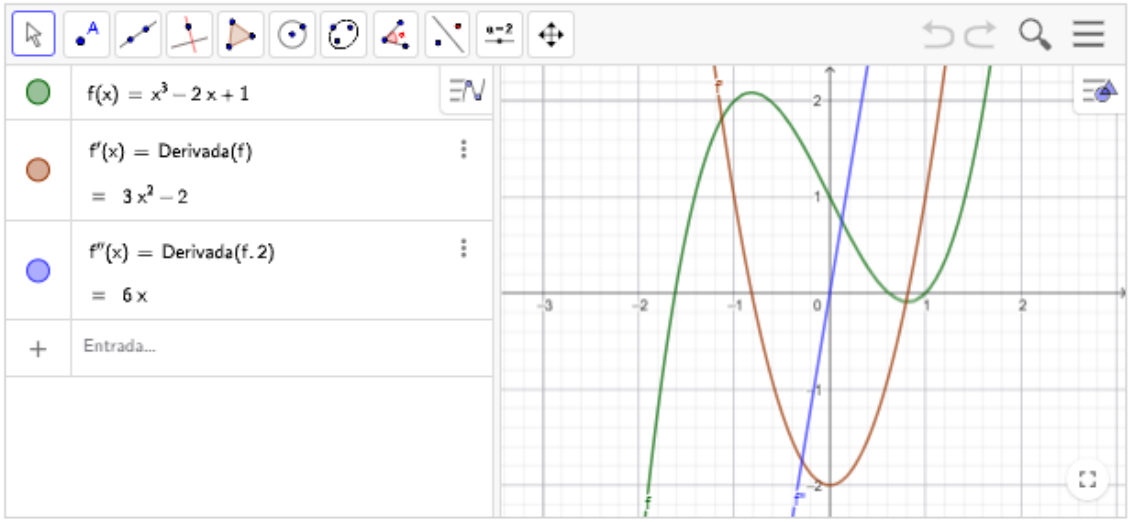
C ☐ Não possui simetria, nem é Par, nem Ímpar.

D ☐ Simétrica em relação à reta y=1.

Etapa 5 – Cálculo das primeira e segunda derivadas

Calcule f'(x) e f''(x).
A primeira derivada f'(x) representa a taxa de variação instantânea e indica o crescimento ou decrescimento da função.
As regras de derivação (potência, produto, quociente, cadeia) são aplicadas. O GeoGebra faz isso automaticamente.
A segunda derivada f''(x) informa a concavidade e os pontos de inflexão.
Os Comandos são:

- Para f'(x): **Derivada(f)**
- Para f''(x): **Derivada(f,2)**

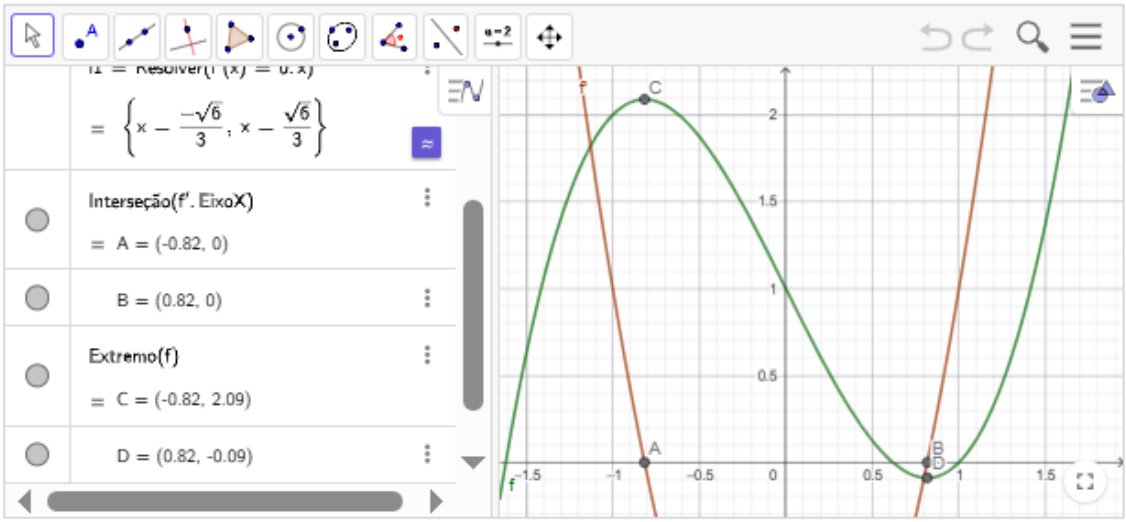


Etapa 6 – Determinação dos pontos críticos

Determine os pontos críticos de f. Esses são os valores de x no domínio de f para os quais ou f'(x) = 0 ou f'(x) não existe , isto é, onde f tem uma reta tangente horizontal (pontos estacionários - de máximos ou mínimos) ou f tem uma reta tangente vertical (assíntotas verticais), respectivamente. Comandos:

- **Resolver(f'(x) =0, x)** (para os valores de x)
- **Interseção(f', EixoX)** (para visualizar os pontos de interseção com o Eixo x, raízes da f')
- **Extremo(f)** (para máximos e mínimos locais).

Nota Trigonométricos: Encontrará infinitos extremos (ex: para cos(x)).
Nota Exp/Log: Para exp(x) ou ln(x), não retornará nada, pois não possuem extremos locais.



Questão 3. Os pontos críticos da função ocorrem onde:

Assinale a sua resposta aqui

A ☐ f(x) = 0.

B ☐ O gráfico muda de concavidade.

C ☐ A inclinação da reta tangente é zero (f'(x) = 0).

D ☐ O valor de y=1.

Etapa 7 - Teste da Derivada (1ª ou 2ª)

Aplique o teste da derivada primeira ou o teste da derivada segunda para determinar se nos números críticos existe um valor máximo relativo, um valor mínimo relativo, ambos, ou nenhum dos dois.

Teste da 1ª Derivada: Analisa a mudança de sinal de f' ao cruzar um ponto crítico c.

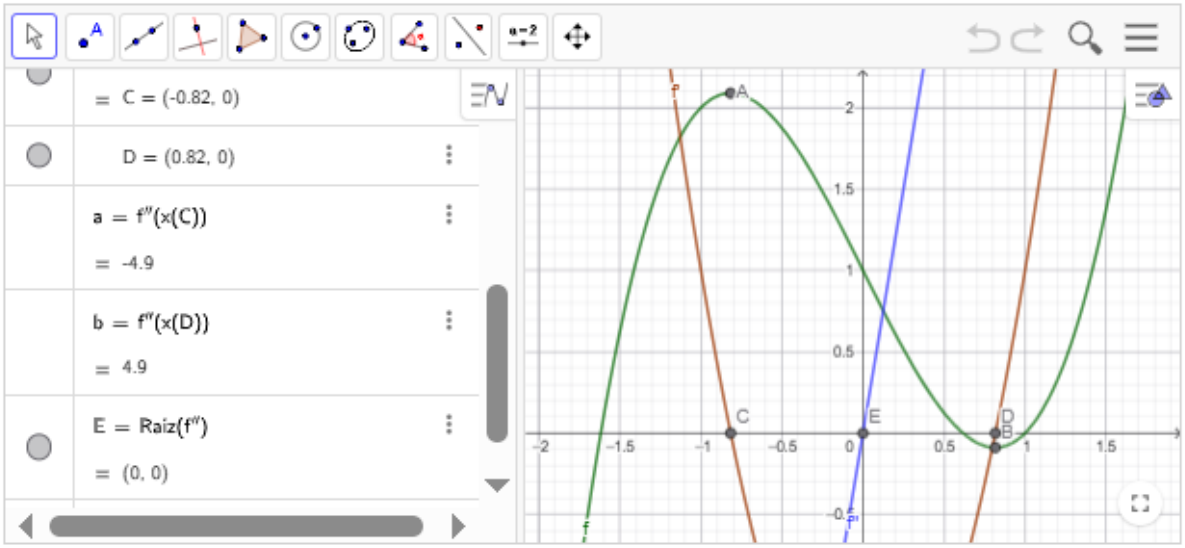
- Se f'>0 muda no ponto crítico c para f'<0 (muda de + para -) ⇒ Máximo relativo.
- Se f'<0 muda no ponto crítico c para f'>0 (muda de - para +) ⇒ Mínimo relativo.

Teste da 2ª Derivada: Analisa o sinal de f'' no ponto crítico c (onde f'(c)=0).

- Se f''(c) < 0 (côncava para baixo) ⇒ Máximo relativo.
- Se f''(c) > 0 (côncava para cima) ⇒ Mínimo relativo.
- Se f''(c) = 0 ⇒ Teste inconclusivo, f pode ter um máx. um mín. ou nenhum dos dois (usar Teste da 1ª Derivada).

Comandos no GeoGebra:

- **Extremo(f)** (Já classifica e plota os máximos e mínimos).
- Verificação Manual (Teste da 2ª):
  - Use **Raizes(f')** (Isso cria pontos, ex: C e D, no eixo x).
  - Digite na Caixa de Entrada: **f''(x(C))** e **f''(x(D))**. Se for negativo, o ponto (C) é um x de máximo. Se for positivo, o ponto (D) é um x de mínimo.



Questão 4. A função atinge um Máximo Relativo em um ponto x porque:

Assinale a sua resposta aqui

A ☐ A concavidade é para cima nesse ponto.

B ☐ A f'(x) = 0 nesse ponto.

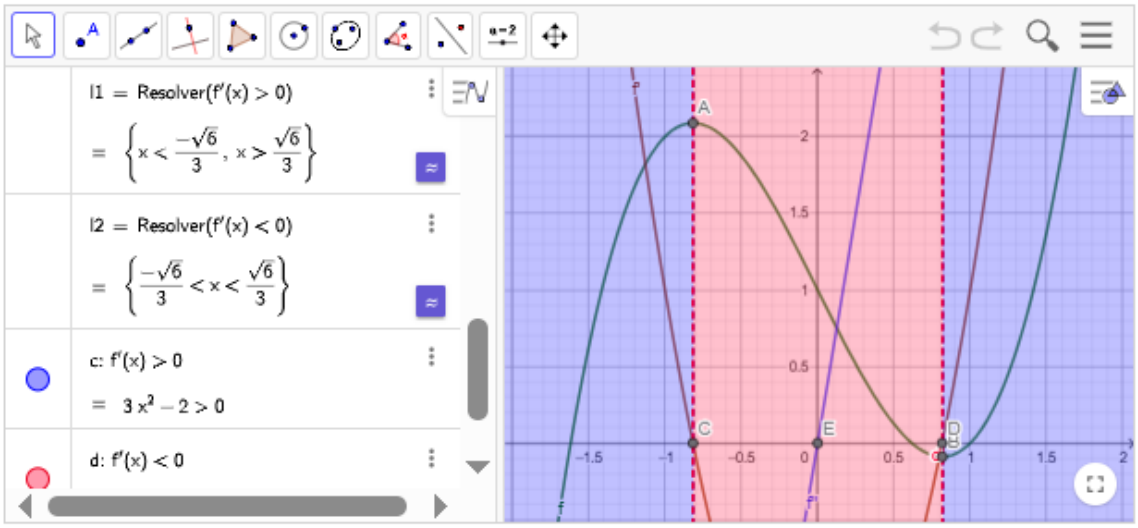
C ☐ A inclinação de f'(x) é negativa antes e positiva depois desse ponto.

D ☐ A inclinação f'(x) é positiva antes e negativa depois desse ponto.

Etapa 8 - Intervalos de Crescimento/Decrescimento

Determine os intervalos nos quais f é crescente, encontrando os valores de x para os quais f'(x) é positiva;
Determine os intervalos nos quais f é decrescente, encontrando os valores de x para os quais f'(x) é negativa.
Os intervalos de crescimento/decréscimo são separados pelos números críticos (Etapa 5).
Comandos no GeoGebra:

- Resolução Analítica:
  Resolver(f'(x) > 0) (Retorna os intervalos de crescimento)
  Resolver(f'(x) < 0) (Retorna os intervalos de decrescimento)
- Visualização (Sombreamento na Caixa de Entrada):
  f'(x) > 0 (Sombreia a região onde f é crescente)
  f'(x) < 0 (Sombreia a região onde f é decrescente)



Etapa 9 - Pontos de Inflexão

A partir dos pontos de inflexão observados (números onde f'' muda de sinal ou onde f''(x) não existe), esboce o gráfico levando em conta as mudanças de concavidade.

Um ponto de inflexão é um ponto no gráfico onde a concavidade muda. Isso ocorre quando f''(x) = 0 (ou f'' não existe) e f'' muda de sinal nesse ponto.

- **Comandos no GeoGebra:**
  - Comando Direto: **PontoDeInflexão(f)**.
  - Verificação Manual: **Raízes(f'')** (Encontra os candidatos a pontos de inflexão).



Questão 5. O Ponto de Inflexão da função ocorre quando o gráfico nesse ponto:

Assinale a sua resposta aqui

A ☐ Atinge o valor mínimo.

B ☐ Muda a concavidade de voltada para baixo para voltada para cima.

C ☐ Possui uma assíntota vertical.

D ☐ Possui uma tangente vertical.

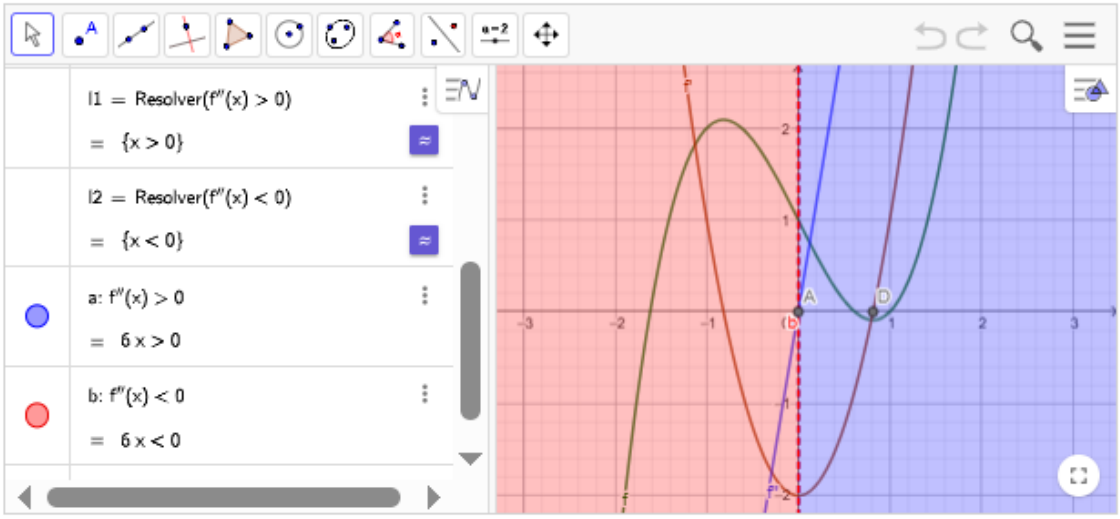
Etapa 10 - Concavidade

Verifique a concavidade do gráfico. Para isso, encontre os valores de x para os quais f''(x) é positiva e para os quais f''(x) é negativa. Assim sendo:

- **Côncava para Cima:** Onde f''(x) > 0. O gráfico fica "acima" das suas retas tangentes.
- **Côncava para Baixo:** Onde f''(x) < 0. O gráfico fica "abaixo" das suas retas tangentes.

Os intervalos são separados pelos candidatos a pontos de inflexão (Etapa 8).

- Resolução Analítica no GeoGebra::
  - **Raiz(f'')** (Retorna a raiz da f'')
  - **Resolver(f''(x) > 0)** (Retorna os intervalos de concavidade para cima)
  - **Resolver(f''(x) < 0)** (Retorna os intervalos de concavidade para baixo)
- Visualização (Sombreamento na Caixa de Entrada):
  - **f''(x) > 0** (Sombreia a região côncava para cima)
  - **f''(x) < 0** (Sombreia a região côncava para baixo)

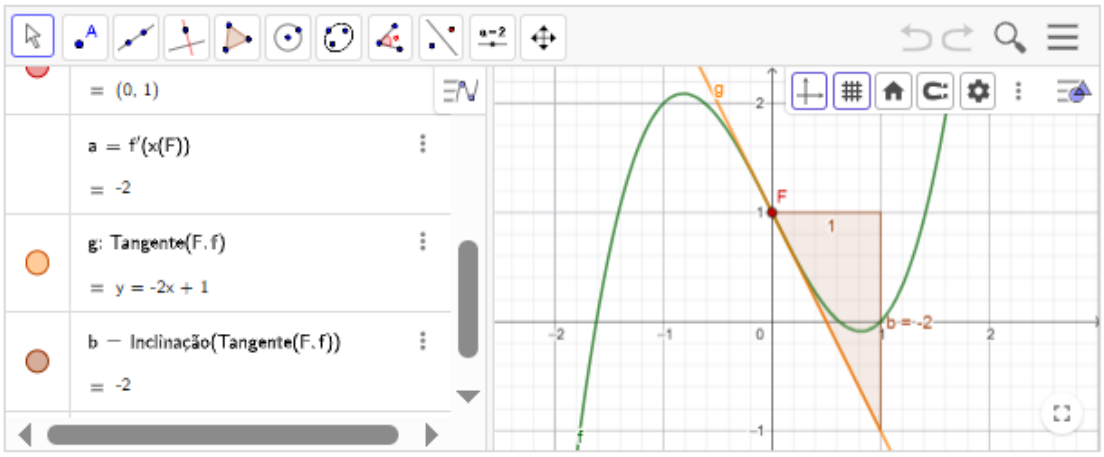


Etapa 11 - Inclinação nos Pontos de Inflexão

Ache a inclinação da reta tangente nos pontos de inflexão. Este valor f'(xi) (onde xi é o ponto de inflexão) representa a taxa de variação (inclinação) máxima ou mínima da função f naquele intervalo. É o ponto onde a curva "vira".

Comandos no GeoGebra:

- Com o ponto de inflexão (Etapa 8): **F=PontoDeInflexão(f)**
- Para calcular o valor da inclinação: **f'(x(F))** (Isso retorna o número m = f'(xi))
- Para desenhar a reta tangente: **Tangente(F, f)**
- (Opcional) Para confirmar o valor da inclinação: **Inclinação(Tangente(F, f))**



Etapa 12 - Assíntotas

Indique (se existir) o comportamento assintótico: assíntotas verticais, horizontais e oblíquas.

1) As **assíntotas verticais** são valores de x para os quais a função f(x) não está definida (restrições de uma função real, não pode ser raiz). Uma reta x=a é uma assíntota vertical se o limite de f(x) quando x se aproxima de a pela direita ou pela esquerda de a for igual a ±∞. Por exemplo:

- $\frac{p(x)}{q(x)}, q(x) \neq 0$
- $\sqrt[n]{f(x)}$, com n par, $f(x) \geq 0$
- lnx, x>0
- tan(x), $x \neq \pi/2 + k\pi$.

2) O comportamento no infinito para verificar possíveis **assíntotas horizontais** é realizado calculando os limites de f(x) quando $x \to +\infty$ e quando $x \to -\infty$. Se algum desses limites tem um valor finito L, então a reta y = L é uma assíntota horizontais, com o Lim(f,∞) e Limi(f,-∞). Exemplo:

- $y = e^x$, assíntota horizontal y=0, quando $x \to -\infty$ e quando $x \to +\infty$.]
- $\frac{p(x)}{q(x)}$, se Lim ($x \to \pm\infty$) f(x) = L (um número finito, assíntota horizontal). Isso acontece se grau p ≤ q.

3) Caso o grau de uma função racional $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$ tenha grau superior do denominador, podemos obter pela divisão $f(x) = q(x) + \frac{r(x)}{Q(x)}$, em que Lim ($x \to \pm\infty$) [f(x) - q(x)] = 0, sendo possíveis as seguintes situações:

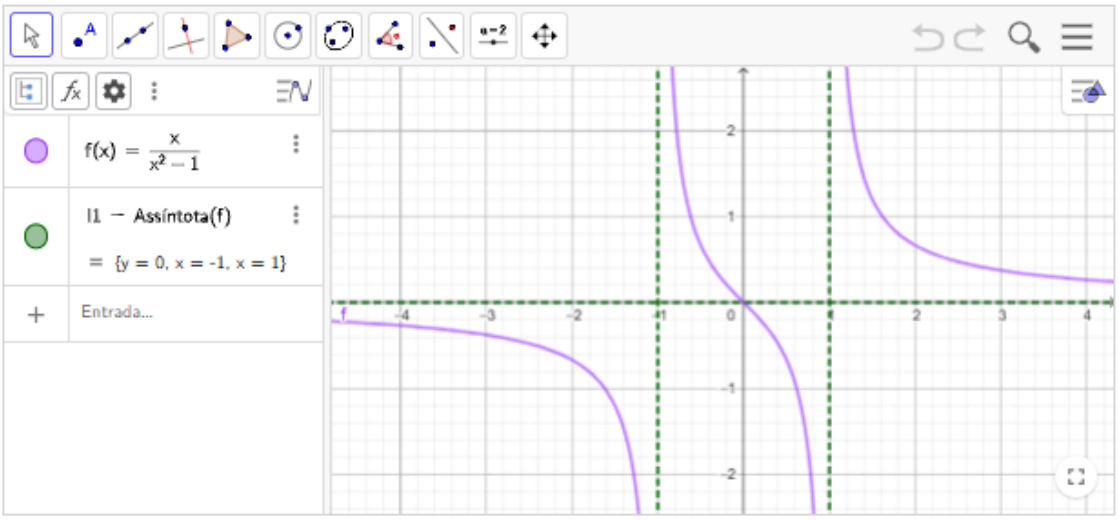
- As **assíntotas oblíquas (inclinadas)** são retas oblíquas se o grau de P(x) = grau Q(X) + 1. Ex: $f(x) = \frac{x^2+1}{x}$, dividindo por Q(x), temos:

  $f(x) = x + \frac{1}{x}$

- As **assíntotas curvilíneas** são curvas se o grau de P(x) ≥ grau Q(X) + 2. Ex: $g(x) = \frac{x^3 - x^2 - 8}{x - 1}$, dividindo por Q(x), temos: $g(x) = x^2 - \frac{8}{x-1}$

- Comandos no GeoGebra:

- - **Assíntota(f):** este comando retorna uma lista de todas as assíntotas lineares, sendo verticais, horizontais e oblíquas da função f).
  - **Procedimento Manual:** para a **assíntota curvilínea** (ou parabólica, onde o grau de P(x) ≥ grau Q(X) + 2, deve-se realizar a divisão polinomial para encontrar o quociente q(x) e, em seguida, inserir q(x) como uma nova função na Caixa de Entrada.



Etapa 13 - Esboço do Gráfico

Construa o esboço do gráfico combinando todas as informações anteriores.
1. Digite **f(x) = {fórmula da função}**
2. Defina um intervalo do Domínio da função: **g(x)=Se(a≤x≤b, f(x))**
3. Apresente os **interceptos**: clique no campo da fórmula da função, posteriormente os três pontos verticais a direita desse campo e na opção "pontos especiais". Além dos interceptos, serão apresentados os **pontos de máximo e mínimo relativos**.
4. Defina a simetria da função. Digite **h(-x) = f(x)** - Simetria Par (Eixo Y). Digite **i(-x) = -f(x)** - Simetria Ímpar (Origem).
5. Calcule as primeira e segunda derivadas. Digite **Derivada(f)** para f'(x) e **Derivada(f,2)** para f''(x).
6. Determine os pontos críticos da função f(x), digite:

- **Resolver(f'(x) =0, x)** (para os valores de x)
- **Interseção(f', EixoX)** (para visualizar os pontos de interseção com o Eixo x, raízes da f')
- **Extremo(f)** (para máximos e mínimos locais).

7. Teste da 1ª Derivada: Analisa a mudança de sinal de f' no ponto crítico c.

- Se f'>0 muda no ponto crítico c para f'<0 (muda de + para -) ⇒ Máximo relativo.
- Se f'<0 muda no ponto crítico c para f'>0 (muda de - para +) ⇒ Mínimo relativo.

8. Defina os intervalos de crescimento/decréscimo pelos números críticos. Digite:

- **Resolver(f'(x) > 0)** (Retorna os intervalos de crescimento)
- **Resolver(f'(x) < 0)** (Retorna os intervalos de decrescimento)
- **f'(x) > 0** (Sombreia a região onde f é crescente)
- **f'(x) < 0** (Sombreia a região onde f é decrescente)

9. Defina os pontos de inflexão da função f(x). Digite **PontoDeInflexão(f)**.
10. Verifique a concavidade do gráfico. Digite:

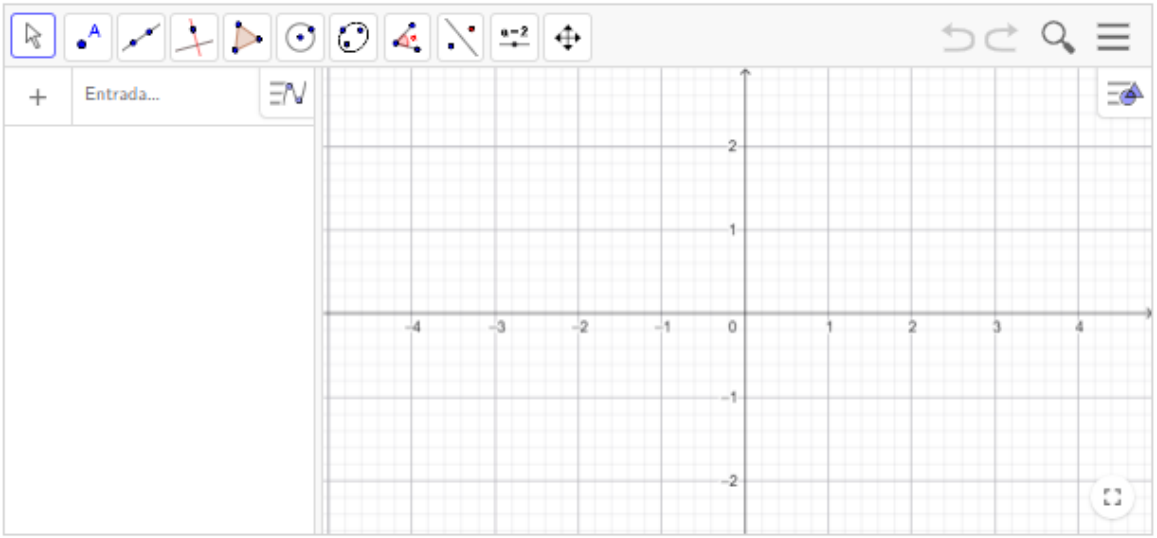
- **Raiz(f'')** (Retorna a raiz da f'')
- **Resolver(f''(x) > 0)** (Retorna os intervalos de concavidade para cima)
- **Resolver(f''(x) < 0)** (Retorna os intervalos de concavidade para baixo)
- **f''(x) > 0** (Sombreia a região côncava para cima)
- **f''(x) < 0** (Sombreia a região côncava para baixo)

11. Ache a inclinação da reta tangente nos pontos de inflexão. Verifique a letra do ponto de inflexão (Etapa 8): **F**=PontoDeInflexão(f). Digite:

- **f'(x(F))** (Isso retorna o número m = f'(xi))
- **Tangente(F, f)** (Para desenhar a reta tangente)
- **Inclinação(Tangente(F, f))** (Opcional, para confirmar o valor da inclinação)

12. Assíntotas. Comandos no GeoGebra:

- **Assíntota(f)**: este comando retorna uma lista de todas as assíntotas verticais, horizontais e oblíquas da função f).
- **Procedimento Manual**: para a **assíntota curvilínea** (ou parabólica, onde o grau de P(x) ≥ grau Q(X) + 2), deve-se realizar a divisão polinomial para encontrar o quociente q(x) e, em seguida, inserir q(x) como uma nova função na Caixa de Entrada.



Pesquisa sobre a percepção dos alunos do Ensino Superior sobre o uso do GeoGebra na atividade de esboço de gráficos de funções.
Link do *Google Forms*: https://forms.gle/AJW1z9p1WivZmHiZ8

Novos Materiais

Octaedro
gear DL 2
problema dos hexágonos
Exemplo de exercício com desigualdade no campo de entrada
gearDL3

Descobrir recursos

Derivada de uma função
teste33333
Material 1
Coração Trigonométrico
CurvasNivel e Gradiente04

Explorar Tópicos

Volume
Derivadas
Teoria dos Conjuntos
Equações quadráticas
Vetores 3D