



**INSTITUTO
FEDERAL**

Brasília

Instituto Federal de Brasília
Campus Estrutural
Licenciatura em Matemática

ELAMARCUS RIBEIRO DE SOUZA

**MÚSICA E MATEMÁTICA EM DIÁLOGO: A ESCALA TEMPERADA COMO
RECURSO DIDÁTICO PARA O ENSINO DA PROGRESSÃO GEOMÉTRICA NO
ENSINO MÉDIO.**

Brasília
2025

ELAMARCUS RIBEIRO DE SOUZA

**MÚSICA E MATEMÁTICA EM DIÁLOGO: A ESCALA TEMPERADA COMO
RECURSO DIDÁTICO PARA O ENSINO DA PROGRESSÃO GEOMÉTRICA NO
ENSINO MÉDIO.**

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado ao curso de Licenciatura em
Matemática do Instituto Federal de
Brasília, Campus Estrutural como parte da
exigência para obtenção do título de
licenciado.

Orientador: Professor Me Antônio Dantas
Costa Neto

Co-orientador: Professor Dr Ibsen Perucci
de Sena Brasil

Brasília
2025



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Brasília

ANEXO 4 - FICHA DE APROVAÇÃO EM BANCA EXAMINADORA

Trabalho de Conclusão de Curso

Discente: Elamarcus Ribeiro de Souza

Título

MÚSICA E MATEMÁTICA EM DIÁLOGO: A ESCALA TEMPERADA COMO RECURSO DIDÁTICO PARA O ENSINO DA PROGRESSÃO GEOMÉTRICA NO ENSINO MÉDIO.

Aprovado em 05 / 12 /2025.

Brasília - DF, 05 de Dezembro de 2025.

Banca Examinadora

Prof. Me Antonio Dantas Costa Neto

(Presidente)

Prof. Me Antonio Dantas Costa Neto

(Orientador)

Prof. Dr Ibsen Perucci

(Co Orientador)

Prof. Dr Maurílio Dutra

(Examinador)

Prof. Me Bruno Marx

(Examinador)

Documento assinado eletronicamente por:

- **Antonio Dantas Costa Neto**, PROFESSOR ENS BASICO TECN TECNOLOGICO, em 16/12/2025 16:11:57.
- **Bruno Marx de Aquino Braga**, COORDENADOR(A) DE CURSO - FUC1 - ES-GRAD-LM, em 16/12/2025 20:59:54.
- **Maurilio Tiradentes Dutra**, PROFESSOR ENS BASICO TECN TECNOLOGICO, em 17/12/2025 08:31:13.

Este documento foi emitido pelo SUAP em 05/12/2025. Para comprovar sua autenticidade, faça a leitura do QRCode ao lado ou acesse <https://suap.ifb.edu.br/autenticar-documento/> e forneça os dados abaixo:

Código Verificador: 662363

Código de Autenticação: 6b780823bd



Dedico este trabalho à memória da minha querida esposa, Maria Divina Ribeiro de Lima, cuja força e amor foram essenciais em cada passo desta caminhada. Mesmo enfrentando com coragem e serenidade os desafios de uma doença, nunca deixou de me incentivar a seguir em frente e acreditar no propósito de concluir esta jornada.

Sua presença foi farol em meio às dificuldades e sua fé em mim tornou-se motivo para não desistir. Cada conquista aqui representada traz um pouco do que aprendi ao seu lado — sobre amor, resiliência e esperança.

Embora não esteja mais fisicamente presente, sua lembrança permanece viva em cada página deste trabalho e em todas as realizações que ele simboliza. A ela, dedico este TCC, com eterna gratidão e amor.

AGRADECIMENTOS

A Deus, autor e consumidor da minha fé, fonte inesgotável de sabedoria, por me conceder forças, discernimento e perseverança em cada etapa desta jornada acadêmica.

À minha família, em especial aos meus filhos, Andrey Gustavo, Giovanna e Gabriella, e, aos meus pais, Luiz Carvalho e Ildete Ribeiro, que foram inspiração constante e motivo de superação diante dos desafios. O apoio, o amor e a compreensão de vocês foram fundamentais para que eu pudesse seguir firme até a conclusão deste trabalho.

À Nara Cristina de Souza, pela dedicação, paciência e apoio imprescindível em todo o processo de construção deste trabalho, cuja orientação foi determinante para o alcance dos resultados aqui apresentados.

À professora da Escola de Música de Brasília, Rita Conte, por ter acreditado que eu conseguiria executar uma fuga de Bach ao piano (espero que a essa altura, realmente tenha conseguido), muito obrigado pelo carinho e dedicação nessa longa jornada.

Ao meu orientador, Prof. Me. Antônio Dantas Costa Neto, pela sabedoria, disponibilidade e contribuições valiosas que nortearam o desenvolvimento desta pesquisa.

Ao meu co-orientador, Prof. Dr Iben Perucci que, apesar do pouco tempo, foi responsável por dicas imprescindíveis à confecção deste estudo.

Aos meus professores, pela partilha de conhecimentos e experiências que contribuíram significativamente para minha formação acadêmica e profissional.

Aos colegas de curso, pela amizade, parceria e trocas de aprendizados que tornaram esta caminhada mais leve e enriquecedora.

E, por fim, ao Instituto Federal de Brasília – Campus Estrutural, pelo compromisso com a formação de qualidade, pelo incentivo à pesquisa e pelo ambiente acolhedor que possibilitou meu crescimento pessoal e intelectual.

MÚSICA E MATEMÁTICA EM DIÁLOGO:
UMA REVISÃO BIBLIOGRÁFICA SOBRE A ESCALA TEMPERADA COMO
RECURSO DIDÁTICO PARA O ENSINO DA PROGRESSÃO GEOMÉTRICA NO
ENSINO MÉDIO

Elamarcus Ribeiro de Souza¹
Professor Me Antônio Dantas Costa Neto²
Professor Dr. Ibsen Perucci de Sena Brasil³

RESUMO

O presente estudo investiga a relação entre a música e a matemática, analisando como a escala musical temperada pode ser utilizada como recurso didático para o ensino e a aprendizagem de progressão geométrica no ensino médio. Trata-se de uma pesquisa de natureza bibliográfica, realizada nas bases Google Acadêmico, SciELO e Portal CAPES, utilizando descritores como “escala temperada”, “temperamento igual”, “progressão geométrica”, “música e matemática” e “interdisciplinaridade no ensino”. A busca inicial resultou em 161 trabalhos, dos quais 15 foram selecionados por alinhamento aos objetivos deste estudo. O objetivo principal consistiu em compreender de que forma a articulação entre música e matemática pode contribuir para um aprendizado mais significativo e contextualizado. As análises evidenciaram que a relação entre frequência sonora e progressão geométrica oferece uma oportunidade concreta para o ensino interdisciplinar, tornando conceitos abstratos mais acessíveis e estimulando o interesse dos estudantes. Conclui-se que essa integração favorece a aprendizagem ativa, o desenvolvimento do pensamento lógico e a ampliação do repertório cultural dos alunos, configurando-se como uma prática pedagógica inovadora e potencializadora no ensino de matemática.

Palavras-chave: música e matemática; interdisciplinaridade no ensino; progressão geométrica; escala musical temperada

¹ Licenciando em Matemática no Instituto Federal de Brasília – Campus Estrutural. E-mail: elamarcus@gmail.com.

² Professor no Instituto Federal de Brasília – Campus Estrutural. Mestre em ensino de matemática pela Universidade de Brasília – UnB. E-mail: antonio.dantas@ifb.edu.br

³ Professor no Instituto Federal de Brasília – Campus Estrutural. Doutor em educação pela Universidade de Brasília – UnB. E-mail: ibsen.sena@ifb.edu.br

ABSTRACT

This study investigates the relationship between music and mathematics, analyzing how the tempered musical scale can be used as a didactic resource for teaching and learning geometric progression in high school. This is a bibliographic research conducted through Google Scholar, SciELO, and the CAPES Portal, using descriptors such as “tempered scale”, “equal temperament”, “geometric progression”, “music and mathematics”, and “interdisciplinary teaching”. The initial search resulted in 161 works, of which 15 were selected for their alignment with the objectives of this study. The main goal was to understand how the articulation between music and mathematics can contribute to more meaningful and contextualized learning. The analyses revealed that the relationship between sound frequency and geometric progression offers a concrete opportunity for interdisciplinary teaching, making abstract concepts more accessible and stimulating students’ interest. It is concluded that this integration promotes active learning, the development of logical thinking, and the expansion of students’ cultural repertoire, establishing itself as an innovative and potentially enriching pedagogical approach in mathematics education.

Keywords: music and mathematics; interdisciplinary teaching; geometric progression; tempered scale.

Lista de Abreviaturas e Siglas

BNCC – Base Nacional Comum Curricular

CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior

IFB – Instituto Federal de Brasília

IMPA – Instituto de Matemática Pura e Aplicada

P.G. – Progressão Geométrica

PPP – Projeto Político-Pedagógico

TCC – Trabalho de Conclusão de Curso

UNESCO – Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura

Sumário

1	INTRODUÇÃO	9
2	REFERENCIAL TEÓRICO	11
2.1	A INTERDISCIPLINARIDADE NO ENSINO DA MATEMÁTICA	11
2.2	A RELAÇÃO ENTRE A ESCALA MUSICAL TEMPERADA E A PROGRESSÃO GEOMÉTRICA.	12
2.3	PROPOSTAS DIDÁTICAS PARA O ENSINO DA PROGRESSÃO GEOMÉTRICA A PARTIR DA MÚSICA	15
3	METODOLOGIA	17
4	ANÁLISE E DISCUSSÃO DAS OBRAS SELECIONADAS	20
4.1	EIXO TEMÁTICO 1: A INTERDISCIPLINARIDADE ENTRE MÚSICA E MATEMÁTICA NO PROCESSO DE ENSINO APRENDIZAGEM	20
4.1.1	Análise Qualitativa	22
4.1.2	Análise Quantitativa	23
4.1.3	Síntese Interpretativa	24
4.2	EIXO TEMÁTICO 2: A PROGRESSÃO GEOMÉTRICA E A ESCALA TEMPERADA: FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS E MUSICAIS	24
4.2.1	Análise Qualitativa	26
4.2.2	Análise Quantitativa	28
4.2.3	Síntese Interpretativa	29
4.3	EIXO TEMÁTICO 3: APLICAÇÕES DIDÁTICAS DA ESCALA MUSICAL TEMPERADA NO ENSINO DA PROGRESSÃO GEOMÉTRICA	29
4.3.1	Análise Qualitativa	31
4.3.2	Análise Quantitativa	32
4.3.3	Síntese Interpretativa	33
4.4	SÍNTESE GERAL DAS ANÁLISES E INTEGRAÇÃO DOS EIXOS TEMÁTICOS	33
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	36
6	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	38

1 INTRODUÇÃO

O ensino de matemática no nível médio apresenta-se, muitas vezes, como um desafio para professores e estudantes, sobretudo quando se trata de conteúdos abstratos como a progressão geométrica. Esse distanciamento entre teoria e prática acaba por gerar dificuldades de compreensão e desmotivação entre os alunos. Segundo Freire (2011), a dissociação entre o saber fazer e o saber pensar é um obstáculo crítico no processo educativo. Nesse contexto, a busca por metodologias inovadoras e interdisciplinares que possibilitem novas formas de abordagem dos conteúdos matemáticos torna-se fundamental para promover um aprendizado mais significativo, já que, como afirma Libâneo (1994), “o professor precisa recorrer a estratégias diversificadas para superar as dificuldades de aprendizagem e favorecer a construção do conhecimento”.

Entre as possibilidades de integração de saberes, destaca-se a relação entre música e matemática. A música, por sua natureza estruturada e baseada em padrões, contém relações numéricas e geométricas que podem ser exploradas pedagogicamente. A escala musical temperada, em especial, apresenta uma construção que se fundamenta em princípios de progressão geométrica, configurando-se como um recurso didático potencial para aproximar a abstração matemática da experiência sensível e cotidiana dos estudantes. Autores como Roque (2012) e o próprio Alonso (2016) reforçam que, enquanto a escala pitagórica baseava-se em frações, a escala temperada moderna (difundida por Bach) fundamenta-se na Progressão Geométrica.

Diante desse cenário, surge o seguinte problema de pesquisa: como a utilização da escala musical temperada pode contribuir para o ensino e a aprendizagem de progressão geométrica, no nível médio, tornando a experiência mais significativa e interdisciplinar para os estudantes? Essa questão orienta a investigação aqui proposta e aponta para a necessidade de repensar práticas pedagógicas que estabeleçam conexões entre diferentes áreas do conhecimento.

Este estudo justifica-se tanto por sua relevância teórica quanto por seu potencial de impacto prático. Do ponto de vista teórico, busca fortalecer a interdisciplinaridade entre a matemática e a música, promovendo reflexões sobre novas formas de abordagem do conhecimento matemático no espaço escolar. Já no

campo prático, pretende-se contribuir para a melhoria do aprendizado de progressão geométrica no ensino médio, oferecendo estratégias que despertem o interesse dos estudantes, tornem o conteúdo mais acessível e favoreçam a construção de significados. Ao aproximar a abstração matemática da experiência musical, cria-se a possibilidade de desenvolver competências cognitivas e criativas de maneira integrada, ampliando a compreensão dos conteúdos e possibilitando que mais alunos alcancem os objetivos de aprendizagem esperados para essa etapa da educação básica, visto que, conforme destaca Fazenda (1999), “a interdisciplinaridade é a abertura ao diálogo entre os saberes, favorecendo a construção de novos significados”.

Diante desse cenário, o presente artigo tem como objetivo geral investigar como a utilização da escala musical temperada pode contribuir para o ensino e a aprendizagem de progressão geométrica no ensino médio. Especificamente, busca-se: a) discutir a importância da interdisciplinaridade no ensino da matemática, b) analisar a relação matemática presente na construção da escala temperada a partir do conceito de progressão geométrica e, c) avaliar as potencialidades pedagógicas dessa integração para favorecer a compreensão dos conteúdos e estimular o interesse dos alunos pela disciplina.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 A interdisciplinaridade no ensino da matemática

A escola, enquanto espaço de formação humana integral, não pode restringir-se à mera transmissão de conteúdos de forma compartimentada. Como afirma Fazenda (1999), a interdisciplinaridade propõe uma articulação entre os diferentes saberes, superando a fragmentação do conhecimento e favorecendo uma compreensão mais ampla e crítica da realidade. Nessa perspectiva, o conhecimento deve ser apresentado de modo a evidenciar sua complexidade e inter-relação, promovendo um processo educativo significativo e contextualizado (Morin, 2000).

O ser humano, por natureza, constitui-se como um ser integral, dotado de razão, emoção, linguagem, sensibilidade e prática. Segundo Demo (2004), aprender é um processo que envolve o sujeito em sua totalidade, exigindo a integração entre o pensar, o sentir e o agir. Assim como na ciência, as dimensões humanas não operam isoladamente, mas em constante articulação. Desse modo, compreender o ser humano em sua plenitude implica reconhecer que os processos educativos também devem integrar saberes, permitindo ao sujeito perceber o mundo de forma conectada e compreender a aplicabilidade concreta dos conteúdos escolares (Freire, 1996).

A interdisciplinaridade, portanto, não se trata apenas de um recurso didático, mas de uma postura epistêmica e pedagógica. Klein (1998) nos lembra que o termo é uma invenção do século XX, surgido nos Estados Unidos em meio a discussões sobre a importância do diálogo entre as áreas do conhecimento, especialmente nas ciências sociais.

Garcia (2008) destaca que as discussões sobre interdisciplinaridade assumem duas grandes perspectivas. A primeira está relacionada ao campo epistemológico, propondo um diálogo integrativo entre as disciplinas enquanto campos do conhecimento. Já a segunda se vincula ao currículo da educação básica, sendo colocada em prática por meio de estratégias pedagógicas que visam integrar as disciplinas escolares.

Para Freire (1996), a interdisciplinaridade é, sobretudo, um processo metodológico de construção do conhecimento. Ela ocorre com base na relação ativa do sujeito com sua realidade, sua cultura e seu contexto.

Essa abordagem é particularmente relevante no ensino da Matemática, disciplina que, muitas vezes, é percebida pelos alunos como distante de sua realidade

e marcada por uma abordagem excessivamente mecânica. Felicetti (2010) evidencia essa problemática ao afirmar que:

[...] a maioria dos alunos acha que não gosta de Matemática porque os professores não sabem ensinar a matéria. A Matemática deveria ser ensinada pelo professor, utilizando-se da criatividade, pois não é uma disciplina feita para calcular, mas para pensar. [...] não associam a Matemática da escola com a Matemática do cotidiano. Parece que a Matemática serve somente para “passar de ano” na escola e nada mais. (FELICETTI, 2010, p. 34)

Diante disso, a interdisciplinaridade pode ser uma chave para transformar essa percepção. Ao integrar a Matemática com outras linguagens, como a música, a arte, a literatura ou as ciências naturais, o conhecimento matemático ganha vida, torna-se mais acessível e significativo, e passa a dialogar com a experiência concreta dos estudantes.

2.2 A relação entre a escala musical temperada e a progressão geométrica.

Embora a música seja frequentemente percebida pelo senso comum apenas como uma forma de lazer e entretenimento, sua dimensão é vastamente mais complexa. Conforme aponta Wisnik (2017), a música opera na tensão entre o som físico e o sentido cultural, constituindo-se como uma linguagem universal que organiza a experiência humana. Além de sua expressividade, a música possui características científicas e estruturais intrínsecas, resgatando o que Abdounur (2006) identifica como a histórica união entre aritmética e harmonia, presente desde os pitagóricos. Ao reconhecer essas estruturas lógicas subjacentes, revela-se um potencial pedagógico rico e multifacetado, capaz de conectar diversas áreas do conhecimento.

Historicamente, a música atua como um poderoso recurso de interpretação da realidade. Segundo Napolitano (2005), a obra musical deve ser compreendida como um documento histórico que, mais do que ilustrar, traduz as sensibilidades e conflitos de seu tempo, permitindo evocar períodos como o barroco, o clássico ou o romântico para compreender o “espírito de uma época”. Além da história, a música estabelece pontes interdisciplinares robustas. Ela dialoga com a geografia e a sociologia ao revelar identidades regionais e paisagens sonoras — conceito explorado por Schafer (2001) —, e com a literatura, através das narrativas poéticas. Essa teia de conexões confirma a visão de Fazenda (2011) sobre a interdisciplinaridade, onde a música deixa

de ser um saber isolado para se tornar um elo explicativo das questões sociais e culturais.; e à física, pela forma como o som se propaga, como se estuda na acústica. Para Platão (2000), “o ritmo e a harmonia fazem morada na alma (razão) do indivíduo”, revelando a força educativa da música desde a Antiguidade.

No entanto, uma conexão menos percebida, mas não menos significativa, é a da música com a matemática. Desde a Grécia Antiga, os pitagóricos já viam a música como uma manifestação matemática. Pitágoras, ao estudar o monocórdio — um instrumento com uma única corda —, percebeu que os sons emitidos por essa corda variavam de acordo com as proporções em que ela era dividida. Esse experimento originou as primeiras escalas musicais e introduziu um conceito fundamental: a relação matemática entre os sons. Como observa o IMPA (2020), “não é preciso ser especialista para notar que um instrumento pode emitir diferentes tipos de sons se estiver com a corda inteira, dividida pela metade ou em três partes. E a resposta para isso está na matemática”.

Além da escala, outros elementos musicais têm forte vínculo com conteúdos matemáticos. O ritmo, por exemplo, é composto por padrões de repetição que podem ser descritos por sequências numéricas e frações. As fórmulas de compasso indicam como o tempo é organizado na música, enquanto o andamento estabelece a frequência dos batimentos, medida em batidas por minuto. As figuras musicais (semínima, colcheia, fusa, etc.) são representações fracionárias do tempo e seu uso demanda o domínio de operações com frações e proporções. Nesse sentido, “diversas pesquisas mostram a relação entre música e matemática, entre elas, pode-se destacar as de Camargos (2010) e Grams (2014), que, além de relacionar matemática e música, trazem a ideia dessas relações com a modelagem matemática” (Pontes; Madruga, 2019).

Esses registros demonstram que, desde os tempos antigos, a matemática e a música caminham lado a lado, uma relação amplamente documentada por Abdounur (2006). A escala pitagórica, baseada em divisões fracionárias da corda do monocórdio, predominou por séculos, mas apresentava limitações de transposição. Essa estrutura só viria a ser modificada efetivamente na transição para a Idade Moderna, com a introdução de um novo sistema de afinação: a escala temperada. Matematicamente, isso representou uma mudança de paradigma, saindo de razões de números inteiros para uma estrutura baseada em progressão geométrica (Roque,

2012). Conforme aponta Wisnik (2017), esse modelo foi amplamente difundido a partir da obra de Johann Sebastian Bach, 'O cravo bem temperado', tornando-se o sistema padrão no Ocidente e vigente nos instrumentos musicais até hoje. Para compreender matematicamente essa relação, podemos analisar uma oitava da escala temperada, representada, por exemplo, pelas teclas de um piano que vão do dó ao dó seguinte. Na escala pitagórica, descobriu-se que, para obter a repetição do segundo dó, bastava dividir a corda pela metade. Hoje, pela física, sabemos que, em termos de frequência, cada dó subsequente corresponde ao dobro da frequência do anterior. Assim, se considerarmos a frequência do primeiro dó como x , o segundo dó terá frequência $2x$. Entre esses dois extremos, estão as demais notas da escala temperada, distribuídas de acordo com uma progressão geométrica, como representado na Figura 1.

Figura 1 – Representação de uma oitava da escala temperada em forma de progressão geométrica.

<u>Notas da escala temperada</u>	dó	dó#	ré	ré#	mi	fá	fá#	sol	sol#	lá	lá#	si	dó
<u>Termos de uma P.G</u>	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	a_9	a_{10}	a_{11}	a_{12}	a_{13}
<u>Frequência das notas musicais</u>	$1x$	Por interpolação geométrica determina-se os termos da PG, a_2 a a_{12} .											$2x$

Fonte: elaborado pelo autor (2025)

Como demonstrado na Figura 1, escrevendo as notas como termos de uma PG, onde q é a razão, temos:

$$a_1 = \text{dó} = 1x,$$

$$a_2 = \text{dó\#} = x \cdot q,$$

$$a_3 = \text{ré} = x \cdot q^2,$$

$$a_4 = \text{ré\#} = x \cdot q^3$$

.

.

.

até chegarmos ao $a_{13} = d\acute{o} = x \cdot q^{12}$ e, a partir da fórmula do termo geral calculamos a razão dessa PG:

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

$$a_{13} = a_1 \cdot q^{12}$$

$$2x = x \cdot q^{12}$$

$$q = \sqrt[12]{2},$$

sendo essa razão, conhecida como razão temperada, a qual garante que a cada nota sucessiva da escala a frequência aumenta multiplicando-se por esse fator constante, o que caracteriza rigorosamente uma progressão geométrica.

Essa demonstração matemática da construção da escala temperada evidencia a íntima ligação entre música e progressão geométrica. Mais do que um simples recurso ilustrativo, ela permite que o estudante compreenda de forma concreta o conceito de razão e termos de uma PG, visualizando-o e percebendo-o também pelo som. Como destacam Pontes e Madruga (2019), a articulação entre música e matemática potencializa a modelagem de conceitos abstratos, tornando-os mais acessíveis. Desse modo, trabalhar com a escala temperada no ensino médio não apenas fortalece a compreensão da progressão geométrica, mas também favorece um aprendizado interdisciplinar, unindo a objetividade da matemática à sensibilidade da música, em consonância com a ideia de aprendizagem significativa proposta por Moreira (2017).

2.3 Propostas didáticas para o ensino da progressão geométrica a partir da música

A inserção da música como recurso pedagógico para o ensino de progressão geométrica não exige do professor formação específica em teoria musical. Pelo contrário, trata-se de uma prática acessível, que pode ser realizada com recursos simples, como a utilização de teclados virtuais em aplicativos de celular ou simuladores disponíveis em ambiente digital. O essencial é a mediação pedagógica, de modo que os estudantes percebam a música não apenas como arte ou entretenimento, mas como linguagem que possibilita conexões matemáticas significativas. Nesse sentido, Moran (2013) ressalta que o uso criativo de diferentes

linguagens no ensino amplia o interesse e o engajamento dos alunos, favorecendo a aprendizagem ativa.

Uma proposta inicial é a apresentação da narrativa clássica atribuída a Pitágoras, que teria observado a variação dos sons a partir da divisão das cordas de um monocórdio. Essa história, além de despertar curiosidade, possibilita uma experiência sensorial em que os estudantes identificam sons mais graves e mais agudos e compreendem a existência da oitava musical. A partir dessa vivência, o professor pode introduzir a escala pitagórica — composta pelas notas dó, ré, mi, fá, sol, lá, si, dó — como ponto de partida para a posterior compreensão da escala temperada. Conforme destacam Pacheco e Silva (2018), contar histórias que relacionam ciência, arte e cultura contribui para tornar o conhecimento matemático mais próximo da realidade dos estudantes.

Em um segundo momento, propõe-se que o professor apresente a escala temperada, dó, dó#, ré, ré#, mi, fá, fá#, sol, sol#, lá, lá#, si, dó, destacando que sua construção está fundamentada em uma progressão geométrica de razão $q = \sqrt[12]{2}$, a ser demonstrada conforme consta no subtítulo 2.2 deste trabalho. Assim a partir da frequência de uma nota inicial (por exemplo, o dó), os alunos podem calcular as frequências das notas seguintes, reconhecendo a aplicação direta da fórmula do termo geral da progressão geométrica, $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$. Essa atividade permite que a abstração algébrica seja compreendida em um contexto concreto, no qual os cálculos matemáticos revelam a lógica subjacente à organização dos sons musicais. De acordo com Machado (2010), quando os conceitos matemáticos são explorados em contextos culturais e artísticos, eles adquirem maior significado e relevância para o aluno.

Por fim, cabe destacar que propostas como essa favorecem não apenas a aprendizagem da progressão geométrica, mas também a valorização da interdisciplinaridade no ambiente escolar. Ao aproximar matemática e música, o professor amplia o repertório cultural dos alunos, desperta a curiosidade e estimula a criatividade, elementos essenciais para uma educação integral. Como aponta Fazenda (1995), a interdisciplinaridade possibilita superar fronteiras disciplinares e construir um conhecimento mais articulado e humanizado.

3 METODOLOGIA

A pesquisa bibliográfica constitui-se como um método de investigação que busca compreender, analisar e interpretar um determinado tema a partir de materiais já publicados, como livros, artigos científicos, dissertações e teses. Esse tipo de pesquisa permite ao pesquisador não apenas conhecer o estado da arte sobre o objeto em estudo, mas também fundamentar teoricamente suas análises, ampliando a visão acerca do problema investigado. Nesse sentido, Gil (2008, p. 44) ressalta que “a pesquisa bibliográfica é desenvolvida com base em material já elaborado, constituído principalmente de livros e artigos científicos. [...] Proporciona a cobertura de uma gama de fenômenos muito mais ampla do que aquela que o pesquisador poderia pesquisar diretamente”. Assim, a utilização dessa metodologia garante a consistência acadêmica do trabalho, ao possibilitar um diálogo entre diferentes autores e perspectivas que enriquecem a construção do conhecimento.

No presente trabalho, optou-se pela Revisão Integrativa de Literatura a conduzida em bases e repositórios eletrônicos amplamente reconhecidos, a saber: Google Acadêmico, SciELO e Portal CAPES. Em uma primeira busca exploratória, utilizando o argumento de pesquisa mais amplo “ensino de matemática e música”, foram 900 trabalhos, entre artigos, livros, teses e dissertações. Diante da grande quantidade de resultados, tornou-se necessário um refinamento para focalizar o objeto central deste estudo. Para tanto, foram aplicados operadores booleanos mais específicos: (“escala temperada” OR “temperamento igual”) AND (“progressão geométrica” OR “sequência geométrica” OR “PG”) AND (ensino OR “ensino médio” OR “matemática escolar” OR interdisciplinaridade). Ressalta-se que, nesta etapa, foram consideradas apenas obras disponíveis na língua portuguesa. Com esse recorte, obteve-se um total de 161 trabalhos. No entanto, conforme orientam Gil (2008) e Marconi e Lakatos (2003), a pesquisa bibliográfica requer critérios claros de seleção, a fim de garantir a pertinência e a relevância das fontes utilizadas em relação ao problema investigado. Assim, após a leitura dos títulos e resumos, verificou-se que muitos dos trabalhos, embora abordassem a relação entre música e matemática, não atendiam aos objetivos específicos deste estudo. Parte das produções concentrava-se no ensino fundamental, outras não tratavam da progressão geométrica ou não se relacionavam diretamente ao contexto educacional. Dessa forma, foram selecionadas

15 obras que apresentavam efetiva convergência temática com a proposta deste trabalho, especialmente quanto à utilização da música e da escala temperada como recurso didático no ensino da Progressão Geométrica no nível médio. A seguir, apresenta-se os quadros com as obras escolhidas, que serviram de base para as análises e discussões desenvolvidas nos capítulos seguintes, organizadas conforme os eixos temáticos definidos a partir das convergências teóricas identificadas na revisão.

Quadro 1 – Artigos, após filtragem, a serem analisados

Periódico	Artigo
Educação em Foco	ALVES-PEREIRA, Bianca; ALVES-PEREIRA, Sabrina; LINARDI, Patricia Rosana. EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E MÚSICA: UMA REDE DE POSSIBILIDADES. Educação em Foco, v. 27, n. 1, p. 27041-27041, 2022.
VII Congresso Nacional de Educação	COSTA, Jeovano Pereira da; SILVA, Anderson Jefty Rodrigues; SOUSA, Levi Rodrigo Pinto de; SILVA, Paulo Henrique das Chagas. Perspectivas docente sobre a interdisciplinaridade entre a matemática e a música. In: CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO, 7., 2020, Maceió. Anais [...]. Campina Grande: Realize Editora, 2020. ISSN 2358-8829.
BJD	DA SILVA COSTA, Silvana; DE JESUS, Robson Andrade. Tessituras matemáticas: experiências interdisciplinares entre matemática e música no CODAP/UFS/Mathematical tessituras: interdisciplinary experiences between mathematics and music at CODAP/UFS. Brazilian Journal of Development, v. 7, n. 2, p. 16630-16646, 2021.
Ensino da Matemática em Debate	DOS SANTOS, João Dimas Saraiva; DOS SANTOS, Douglas Borreio Maciel. Modelagem matemática: a articulação da matemática e da música no ensino de progressão geométrica. Ensino da Matemática em Debate, v. 3, n. 1, 2016.
Revista Científica FAEMA	PANTANO, Fabricio; RINQUE, Letícia Caroline Lemos; DO NASCIMENTO, Douglas Pereira. Interdisciplinaridade na educação matemática para o ensino médio: uma alternativa de sucesso. Revista Científica da Faculdade de Educação e Meio Ambiente, v. 8, n. 2, p. 42-52, 2017.
Contraponto	PRESOTTO, Keila Sabadin; DALLA COSTA, Silvia Fernanda. A interdisciplinaridade na formação de professores de matemática do ensino médio sob a luz da BNCC. Contraponto: Discussões científicas e pedagógicas em Ciências, Matemática e Educação, v. 4, n. 6, p. 44-65, 2023.
Caderno Pedagógico	SALES, Francisco Odécio et al. Construindo saberes experimentais no ensino de matemática através da música mediado por metodologias ativas. Caderno Pedagógico, v. 21, n. 7, p. e5652-e5652, 2024.

Fonte: Elaboração própria (2025)

Quadro 2 –Dissertações, após filtragem, a serem analisadas

Curso	Tese/Dissertação	Texto
Mestrado Acadêmico	Dissertação	PEREIRA, Bianca Alves. Conexões entre matemática e música em produções científicas: uma rede de possibilidades para o ensino fundamental e médio. 2020.
Mestrado Profissional	Dissertação	MIRITZ, José Carlos Dittgen. Matemática e música. 2015. Dissertação de Mestrado.
Mestrado Profissional	Dissertação	SANTOS JUNIOR, Ademir Medeiros dos. A importância da música como instrumento motivador para as aulas de Matemática. 2015.
Mestrado Profissional	Dissertação	SOUZA, Izabel Simone. Matemática e música: desvendando essa relação na perspectiva do ensino híbrido. 2018.
Mestrado Acadêmico	Dissertação	LANGE, Carlos Henrique. A interdisciplinaridade música & matemática: as possibilidades para sedimentar conhecimentos matemáticos no ensino médio.
Doutorado	Tese	BÁSICA, Educação. Carlos André dos Santos Costa Alonso. 2016. Tese de Doutorado. PUC-Rio.
Doutorado	Tese	MAIA, Roberto Lister Gomes; FIGUEIREDO, Helenara Regina Sampaio. Uma Sequência Didática para o Ensino de Progressão Geométrica por Meio de Elementos da Teoria Musical. 2020. Tese de Doutorado. Dissertação [mestrado]. Programa de pós graduação Stricto Sensu em metodologias para o para o ensino de linguagens e suas tecnolias. Universidade Norte do Paraná, Londrina.
Doutorado	Tese	TITONELI, Luana Miranda Baltazar. A Observação de Padrões–Modelagem Matemática Através de Sequências Numéricas e Objetos Geométricos. 2017. Tese de Doutorado. PUC-Rio.

Fonte: Elaboração própria (2025)

4 ANÁLISE E DISCUSSÃO DAS OBRAS SELECIONADAS

A partir dessa seleção, foi feita a leitura das obras utilizando a combinação com os elementos de pesquisa bibliográfica e, retomando os objetivos específicos da pesquisa, foram estabelecidos três eixos temáticos. O primeiro eixo contempla a interdisciplinaridade entre música e matemática no processo de ensino-aprendizagem, discutindo fundamentos teóricos e abordagens pedagógicas que sustentam a integração entre essas áreas do conhecimento. O segundo eixo aborda a relação entre a progressão geométrica e a escala temperada, evidenciando os aspectos matemáticos e musicais que se articulam na estruturação das notas e intervalos sonoros. Por fim, o terceiro eixo trata das propostas didáticas aplicadas à progressão geométrica a partir da escala musical temperada, com foco nas experiências práticas, metodologias e resultados observados nas produções analisadas.

4.1 EIXO TEMÁTICO 1: A INTERDISCIPLINARIDADE ENTRE MÚSICA E MATEMÁTICA NO PROCESSO DE ENSINO APRENDIZAGEM

A interdisciplinaridade emerge, no contexto educacional contemporâneo, como um princípio norteador das práticas pedagógicas que buscam superar a fragmentação do conhecimento. Essa perspectiva propõe uma visão mais integrada do processo de ensino-aprendizagem, na qual os saberes dialogam entre si e adquirem sentido a partir da articulação entre diferentes áreas do conhecimento. Conforme destaca Fazenda (2000), a interdisciplinaridade “é uma atitude de abertura diante do conhecimento, que rompe com a rigidez das fronteiras disciplinares e estimula o diálogo entre os campos do saber”. No ensino da matemática, essa abordagem ganha especial relevância, pois contribui para aproximar a disciplina da realidade vivida pelos estudantes, ampliando sua significação e seu potencial formativo.

Entre as possibilidades interdisciplinares, a integração entre a matemática e a música destaca-se por sua natureza estruturalmente comum — ambas se baseiam em padrões, proporções, repetições e relações numéricas. Entretanto, mais do que uma aproximação estética, essa relação pode se constituir como estratégia pedagógica, conforme evidenciam as pesquisas analisadas neste eixo. O conjunto das sete obras aqui estudadas apresenta uma ampla gama de contribuições teóricas

e práticas sobre o papel da interdisciplinaridade na formação docente e no ensino da matemática, conforme consta no quadro 1 abaixo, incluindo reflexões específicas sobre o diálogo entre música e matemática.

Quadro 1 – Tratamento da Interdisciplinaridade nas Obras do Eixo Temático 1

Autor(es)	Título da Obra	Tratamento da Interdisciplinaridade / Interdisciplinaridade Música– Matemática
Presotto, K. S.; Dalla Costa, S. F. (2023)	<i>A interdisciplinaridade na formação de professores de matemática do ensino médio sob a luz da BNCC</i>	Aborda a interdisciplinaridade como eixo estruturante da BNCC, destacando a formação docente para atuação integrada entre áreas do conhecimento. Mostra a necessidade de tempo para planejamento coletivo e de formação continuada. Embora não trate diretamente de música, legitima a proposta de articulação entre disciplinas como caminho para a aprendizagem significativa.
Pantano, F.; Rinque, L. C. L.; Nascimento, D. P. (2017)	<i>Interdisciplinaridade em Educação Matemática Direcionada ao Ensino Médio: uma alternativa eficiente no ensino-aprendizado</i>	Concebe a interdisciplinaridade como interdependência entre conteúdos e disciplinas, enfatizando a superação da fragmentação do saber. Foca no desenvolvimento cognitivo e reflexivo dos alunos a partir da integração de diferentes áreas. Não menciona a música, mas fornece base teórica sólida sobre o papel da interdisciplinaridade no ensino de Matemática.
Alves-Pereira, A.; Alves-Pereira, E.; Linardi, M. (2020)	<i>Educação Matemática e Música: uma rede de possibilidades</i>	Apresenta conexões diretas entre conteúdos matemáticos e musicais (razão, proporção, frações, progressão geométrica, funções e logaritmos), mapeando como a música pode ser usada no ensino da Matemática. Fundamenta a interdisciplinaridade como prática concreta e contextualizada, especialmente no Ensino Médio.
Da Costa et al (2020)	<i>Perspectivas Docente sobre a Interdisciplinaridade entre a Matemática e a Música</i>	Explora as percepções de professores sobre a viabilidade de integrar Música e Matemática no ensino básico. Aponta que, embora a maioria reconheça o potencial interdisciplinar, há dificuldades práticas para aplicar. A progressão geométrica aparece como

Autor(es)	Título da Obra	Tratamento da Interdisciplinaridade / Interdisciplinaridade Música– Matemática
		exemplo de tema integrador entre as áreas.
Lange (2017)	<i>A interdisciplinaridade Música & Matemática: as possibilidades para sedimentar conhecimentos matemáticos no ensino médio</i>	Destaca a música como ferramenta mediadora para o ensino da Matemática, promovendo aprendizagem significativa e compreensão dos conceitos de razão e proporção. Defende a interdisciplinaridade como estratégia didática essencial para o desenvolvimento integral dos estudantes.
Pereira (2020)	<i>Matemática e Música: conexões para o ensino e aprendizagem</i>	Discute a interdisciplinaridade como ponte entre o raciocínio lógico da Matemática e a sensibilidade da Música. Propõe práticas educativas baseadas em experimentação sonora e padrões rítmicos para compreender estruturas matemáticas.
Da Silva Costa; De Jesus. (2021)	<i>Tessituras Matemáticas: experiências interdisciplinares entre Música e Matemática</i>	Adota a interdisciplinaridade como princípio metodológico, embasada na BNCC e na Pedagogia de Projetos. Apresenta experiências práticas de ensino médio que integram música e matemática por meio de atividades criativas e reflexivas, reforçando o aprendizado conceitual e artístico.

Fonte: Elaboração própria (2025), com base nas obras analisadas.

4.1.1 Análise Qualitativa

De modo geral, as obras convergem em reconhecer a interdisciplinaridade como caminho para a aprendizagem significativa e para a superação da fragmentação curricular. Educação Matemática e Música: uma rede de significados evidencia que a articulação entre as duas áreas possibilita o desenvolvimento de competências cognitivas e sensoriais, favorecendo a abstração matemática por meio da experiência musical. A interdisciplinaridade música & matemática: as possibilidades para

sedimentar conhecimentos matemáticos no ensino médio, destaca que essa aproximação desperta o interesse dos alunos, tornando o ensino mais lúdico e envolvente.

Os textos de Da Silva Costa et al. (2021) e Da Costa et al. (2020) apresentam perspectivas docentes sobre a viabilidade da integração música–matemática, evidenciando tanto o entusiasmo dos professores quanto os desafios de implementação, especialmente no que se refere à formação inicial e à ausência de materiais didáticos integrados. Já os trabalhos A interdisciplinaridade na formação de professores, de Presotto (2023) e Interdisciplinaridade em educação matemática direcionada, de Pantano (2017), reforçam a necessidade de consolidar práticas interdisciplinares nos cursos de licenciatura, como meio de preparar o futuro docente para lidar com os contextos reais de sala de aula de modo reflexivo e integrador.

Essas produções convergem com os princípios da Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2018), que orienta a formação integral do estudante e a integração entre as áreas do conhecimento como eixo estruturante do currículo. A música, nesse cenário, é compreendida como linguagem expressiva e cognitiva que contribui para o desenvolvimento da sensibilidade, da percepção e do raciocínio lógico — elementos também essenciais à aprendizagem matemática. Como ressalta Moran (2013), o uso de múltiplas linguagens no ensino “amplia o interesse e o engajamento dos alunos, favorecendo uma aprendizagem mais ativa e significativa”.

4.1.2 Análise Quantitativa

Em termos temáticos, as sete obras analisadas abordam a interdisciplinaridade como princípio pedagógico; seis tratam da articulação entre matemática e música como possibilidade didática; e quatro discutem a formação docente sob a perspectiva interdisciplinar, à luz da BNCC (2018). Essa diversidade reforça a compreensão de que a interdisciplinaridade se manifesta tanto como conceito teórico quanto como prática pedagógica.

Cabe observar que duas obras — A interdisciplinaridade na formação de professores de matemática do ensino médio sob a luz da BNCC e Interdisciplinaridade em educação matemática direcionada ao ensino médio: uma alternativa eficiente no ensino-aprendizagem — não tratam especificamente da música no ensino da matemática. Contudo, foram incorporadas por oferecerem uma fundamentação

teórica mais ampla e profunda sobre o conceito de interdisciplinaridade, sustentando o diálogo que este trabalho propõe entre música e matemática.

4.1.3 Síntese Interpretativa

A análise do conjunto das obras permite afirmar que a interdisciplinaridade entre música e matemática constitui um campo fértil para a inovação pedagógica. As pesquisas evidenciam que a integração entre essas áreas possibilita novas formas de compreender a abstração matemática, ao mesmo tempo em que estimula a criatividade e o pensamento crítico. O som e o número, o ritmo e a proporção, a harmonia e a equação tornam-se linguagens complementares no processo de construção do conhecimento.

A interdisciplinaridade, portanto, não se limita a um recurso metodológico, mas configura-se como uma postura epistemológica que busca a totalidade do saber. Assim, compreender a relação entre música e matemática é também reconhecer que o ensino da matemática pode ser uma experiência estética, sensível e significativa. Tal perspectiva fundamenta a proposta central deste TCC, ao investigar a escala musical temperada como recurso didático para o ensino da progressão geométrica, estabelecendo uma ponte concreta entre teoria matemática e prática sonora.

4.2 EIXO TEMÁTICO 2: A PROGRESSÃO GEOMÉTRICA E A ESCALA TEMPERADA: FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS E MUSICAIS

A relação entre música e matemática acompanha a história do pensamento humano desde a Antiguidade. Na tradição pitagórica, o estudo do som e das proporções revelou que a harmonia musical não era fruto do acaso, mas obedecia a leis matemáticas precisas. Pitágoras, ao observar a vibração de cordas tensionadas em diferentes comprimentos, identificou que as notas musicais variavam conforme razões numéricas simples. Essa descoberta inaugurou o princípio de que o som podia ser descrito quantitativamente, estabelecendo o elo conceitual entre a música e a matemática — elo que se mantém até os dias atuais e que fundamenta o presente eixo de análise. As obras analisadas neste eixo temático, conforme consta resumidamente no quadro 2, convergem ao demonstrar que a escala temperada,

amplamente utilizada na música ocidental moderna, constitui-se de uma progressão geométrica (PG).

Quadro 2 – Relação entre a Escala Musical Temperada e a Progressão Geométrica nas Obras do Eixo Temático 2

Autor(es)	Título da Obra	Como a relação entre a escala musical temperada e a progressão geométrica é tratada na obra
Santos Júnior, A. M. (2015)	<i>A importância da Música como instrumento motivador para as aulas de Matemática</i>	O autor apresenta a música como um instrumento de motivação para o ensino da Matemática, destacando as conexões entre som, frequência e razão matemática. A escala temperada é explicada como um exemplo de progressão geométrica, em que cada nota é obtida multiplicando-se a frequência da nota anterior pela raiz 12^{a} de 2. A obra evidencia que essa relação pode ser utilizada para despertar o interesse dos alunos e tornar o conteúdo de PG mais concreto e acessível.
Titoneli, L. M. B. (2017)	<i>A Observação de Padrões – Modelagem Matemática através de Sequências e Objetos Geométricos</i>	Embora não se restrinja à música, a dissertação trabalha o reconhecimento de padrões matemáticos e a modelagem de sequências geométricas como ferramenta de ensino. Essa abordagem serve de base para compreender como a estrutura da escala temperada é uma sequência geométrica aplicada, fortalecendo o vínculo entre percepção de padrões e aprendizagem significativa.
Souza. (2018)	<i>Matemática e Música: desvendando essa relação na perspectiva do ensino híbrido</i>	Mostra que a música é estruturada matematicamente, e a escala temperada é apresentada como uma progressão geométrica cuja razão ($2^{1/12}$) permite a divisão da oitava em 12 intervalos iguais. Os autores defendem que compreender essa estrutura ajuda o aluno a visualizar a PG em um contexto sensorial e interdisciplinar,

Autor(es)	Título da Obra	Como a relação entre a escala musical temperada e a progressão geométrica é tratada na obra
		aproximando a abstração matemática da prática musical.
Santos, J. D. S.; Santos, D. B. M. (PUC-SP) (2016)	<i>Modelagem Matemática: a articulação da Matemática e da Música no ensino de progressão geométrica</i>	O artigo aplica a modelagem matemática para explorar a escala temperada como exemplo prático de progressão geométrica. Os alunos constroem e validam o modelo matemático que representa a razão entre as notas, compreendendo o temperamento igual como interpolação de 11 meios geométricos entre 1 e 2. Demonstra empiricamente o potencial dessa relação para o ensino de PG no ensino médio.
Alonso, C. A. S. C. (2016)	<i>Tópicos de Matemática e Música na Educação Básica</i>	A obra explica matematicamente a escala temperada como uma progressão geométrica com razão $q = 2^{1/12}$, comparando-a à escala pitagórica. Além de detalhar os fundamentos teóricos, apresenta atividades didáticas que exploram essa relação, conectando frações, logaritmos e funções à teoria musical. Reforça a ideia de que a escala temperada é um exemplo prático de aplicação da PG na música.

Fonte: Elaboração própria (2025), com base nas obras analisadas.

4.2.1 Análise Qualitativa

De acordo com a obra *Tópicos de Matemática e Música* de Alonso (2016), o desenvolvimento dessa escala surge como uma solução matemática para equalizar os intervalos entre as notas musicais dentro de uma oitava, permitindo a transposição de melodias entre diferentes tonalidades. A razão da progressão é dada por $q = \sqrt[12]{2}$, pois o intervalo entre uma nota e sua repetição na oitava seguinte corresponde a uma duplicação de frequência. Assim, cada uma das doze notas da escala temperada tem sua frequência obtida pela multiplicação da nota anterior por essa razão constante,

configurando um modelo matemático rigoroso e, ao mesmo tempo, esteticamente harmonioso.

No contexto educacional, compreender essa estrutura representa uma oportunidade valiosa para tornar o ensino de progressão geométrica mais significativo. O estudo de Santos e Santos (2020), *Modelagem Matemática: a articulação da Matemática e da Música no ensino de progressão geométrica*, mostra como a modelagem matemática pode ser utilizada para explorar a construção da escala temperada em sala de aula. Os autores propõem uma sequência didática baseada nas etapas de Bassanezi (2013) — experimentação, abstração, resolução, validação e modificação —, na qual os estudantes constroem, de forma colaborativa, o modelo que explica a relação entre as frequências das notas musicais. Os resultados evidenciam que os alunos se envolveram de forma mais ativa e compreensiva, sendo capazes de relacionar um conceito matemático abstrato, como a PG, com um fenômeno concreto e sensorial, como o som.

De modo semelhante, a Tese *Tópicos de Matemática e Música na Educação Básica: desvendando essa relação na educação básica* (Alonso 2026) destaca que a música, quando integrada ao ensino de matemática, atua como mediadora entre o pensamento lógico e a percepção auditiva. O trabalho enfatiza que a estrutura matemática presente na música contribui para desenvolver habilidades de raciocínio, observação de padrões e abstração. A abordagem interdisciplinar proposta pelo autor permite que os estudantes visualizem o comportamento das frequências sonoras e compreendam como a regularidade das notas musicais traduz-se em uma progressão geométrica.

Outro estudo relevante é a Tese de Titoneli (2017), *a observação de padrões: modelagem matemática através de sequências e objetos geométricos*, que, embora não trate exclusivamente da música, oferece base teórica essencial para o entendimento das progressões e suas aplicações. Moura ressalta que o reconhecimento de padrões é um dos pilares do pensamento matemático e uma habilidade que pode ser estimulada por meio de atividades de modelagem. A articulação entre padrões sonoros e sequências numéricas, portanto, torna-se um meio eficaz de promover a aprendizagem significativa e interdisciplinar, favorecendo a compreensão conceitual da PG.

A obra *A importância da música como instrumento motivador para as aulas de matemática* (Costa et al., 2021) reforça esse potencial motivacional. A pesquisa demonstra que o uso da música nas aulas desperta o interesse dos alunos e contribui para a diminuição da resistência ao aprendizado de conteúdos matemáticos. Ao associar o estudo de frequências musicais e notas da escala temperada à progressão geométrica, o professor cria um ambiente de aprendizagem mais dinâmico e participativo, em que os estudantes não apenas calculam, mas também ouvem e percebem a matemática de forma concreta e sensível.

De forma complementar, Alonso (2016) em *Tópicos de Matemática e Música*, defende que a relação entre música e matemática pode ser abordada tanto sob a perspectiva da história da ciência quanto pela via experimental. O autor argumenta que a escala temperada constitui um exemplo didático de como conceitos matemáticos abstratos — como razão, potência e progressão — podem ser aplicados à resolução de problemas artísticos e físicos. Assim, estudar a evolução da escala desde o modelo pitagórico até o temperamento igual significa compreender como o desenvolvimento do pensamento científico e musical caminhou de forma integrada, impulsionando descobertas e transformações na percepção humana do som e da harmonia.

4.2.2 Análise Quantitativa

Em termos quantitativos, entre as cinco obras analisadas neste eixo, quatro tratam diretamente da relação entre progressão geométrica e música; duas apresentam propostas de modelagem matemática aplicadas ao ensino médio; e três enfatizam o papel da motivação e da aprendizagem significativa na abordagem interdisciplinar. Os autores mais citados são Bassanezi (2013), Biembengut e Hein (2014), e Roque (2012), que fundamentam a metodologia de modelagem e a base histórica da relação música–matemática. A presença recorrente desses autores demonstra a consolidação do tema como campo de pesquisa na educação matemática contemporânea.

4.2.3 Síntese Interpretativa

Os resultados das pesquisas apontam que trabalhar a escala temperada como exemplo concreto de progressão geométrica favorece a aprendizagem ativa, pois estimula o estudante a participar de um processo investigativo em que o som torna-se um dado matemático a ser analisado. Esse processo contribui não apenas para o domínio técnico do conteúdo, mas também para a formação crítica e criativa, articulando razão e sensibilidade. Em síntese, a integração entre a matemática e a música, materializada pela estrutura da escala temperada, oferece ao ensino de progressão geométrica uma dimensão estética e cognitiva que transforma o aprender em uma experiência significativa e prazerosa.

4.3 EIXO TEMÁTICO 3: APLICAÇÕES DIDÁTICAS DA ESCALA MUSICAL TEMPERADA NO ENSINO DA PROGRESSÃO GEOMÉTRICA

A aplicação de recursos interdisciplinares no ensino da Matemática, especialmente aqueles que envolvem a música, representa um campo fértil para o desenvolvimento de práticas pedagógicas inovadoras e contextualizadas. Nesse sentido, as obras analisadas neste eixo, conforme constam no quadro 3, demonstram que a integração entre a Matemática e a Música, mediada pela escala temperada, constitui não apenas um exemplo de aplicação teórica da progressão geométrica, mas uma possibilidade concreta de aprendizagem significativa, capaz de promover o engajamento dos estudantes e a consolidação dos conceitos abstratos por meio da experiência sensorial.

Quadro 3 – Aplicações Didáticas da Escala Musical Temperada no Ensino da Progressão Geométrica nas Obras do Eixo Temático 3

Autor(es)	Título da Obra	Como as aplicações didáticas da escala musical temperada no ensino da progressão geométrica são tratadas na obra
Santos, J. D. S.; Santos, D. B. M.	<i>Modelagem Matemática: A articulação da Matemática e da</i>	O artigo apresenta a modelagem matemática como estratégia didática para articular Matemática e Música. Trabalha diretamente com a escala musical

Autor(es)	Título da Obra	Como as aplicações didáticas da escala musical temperada no ensino da progressão geométrica são tratadas na obra
(PUC-SP) (2016)	<i>Música no ensino de progressão geométrica</i>	temperada , demonstrando como o conceito de razão constante de uma PG é aplicado na construção das notas. Os autores relatam a experiência com alunos do Ensino Médio, evidenciando o potencial da atividade para o engajamento e a compreensão do conceito de progressão geométrica.
Maia, Roberto Lister Gomes (2020)	<i>Uma sequência didática para o ensino de Progressão Geométrica por meio de elementos da Teoria Musical</i>	A dissertação propõe uma sequência didática estruturada para o ensino de PG utilizando elementos da teoria musical, especialmente a escala temperada . As atividades foram aplicadas a alunos do 2º ano do Ensino Médio, com resultados positivos quanto à aprendizagem e à motivação. O autor demonstra que os estudantes conseguiram compreender a razão geométrica a partir das relações entre notas e frequências musicais.
Sales (2024)	<i>Construindo saberes experimentais no ensino de matemática através da música mediado por metodologias ativas</i>	A pesquisa utiliza metodologias ativas para aproximar a Matemática da realidade dos alunos, empregando a música como mediadora no ensino de PG. A escala temperada aparece como recurso para explorar o conceito de crescimento proporcional e variação de frequência sonora. As autoras destacam o desenvolvimento da autonomia, criatividade e compreensão conceitual dos alunos.
Titoneli, Luciane M. B. (2017)	<i>A observação de padrões – Modelagem Matemática através de Sequências e Objetos Geométricos</i>	Embora não trate exclusivamente da música, o trabalho fundamenta o uso de padrões matemáticos e modelagem como método de ensino que pode ser aplicado à escala temperada. A identificação de regularidades numéricas e geométricas nas notas musicais é apontada como estratégia didática para favorecer o aprendizado significativo da PG.

Fonte: Elaboração própria (2025), com base nas obras analisadas.

4.3.1 Análise Qualitativa

A proposta defendida por Santos e Santos (2020), em Modelagem Matemática: a articulação da Matemática e da Música no ensino de progressão geométrica, é emblemática nesse contexto. Os autores propõem a utilização da modelagem matemática como metodologia ativa, permitindo que os alunos construam, testem e validem modelos matemáticos baseados em fenômenos musicais. O estudo detalha a implementação de uma sequência didática dividida em etapas — experimentação, abstração, resolução, validação e modificação — conforme Bassanezi (2013). Durante a prática, os estudantes identificaram a progressão geométrica presente na construção da escala temperada e compreenderam o significado da razão $q = \sqrt[12]{2}$ como fator de crescimento entre as notas musicais. Os resultados revelam que o envolvimento dos alunos foi expressivo, demonstrando curiosidade, cooperação e uma compreensão mais sólida dos conceitos de razão e termo geral da PG.

De maneira complementar, Maia (2020), em Uma sequência didática para o ensino de progressão geométrica por meio de elementos da teoria musical, reforça a potencialidade da música como instrumento didático para o ensino médio. A autora propõe uma sequência composta por quatro etapas: sensibilização, exploração, formalização e aplicação. Na etapa de sensibilização, o professor introduz a história de Pitágoras e a descoberta das relações numéricas entre os sons, despertando o interesse inicial. Em seguida, na fase de exploração, os alunos utilizam um teclado (real ou virtual) para observar que as frequências das notas obedecem a uma regularidade que pode ser expressa matematicamente. Na etapa de formalização, o conceito de progressão geométrica é retomado de modo sistemático, e, por fim, na aplicação, os alunos constroem gráficos e tabelas representando as variações de frequência ao longo da escala. A pesquisa conclui que o uso da música como recurso didático não apenas favorece a compreensão do conteúdo, mas amplia a percepção estética e científica do som, conectando emoção e raciocínio lógico.

Essa concepção de ensino encontra respaldo também em Silva et al. (2022), na obra Construindo saberes experimentais no ensino de matemática através da música mediado por metodologias ativas. O trabalho discute o papel das metodologias ativas como ferramentas de mediação que transformam a aula em um ambiente de experimentação. Os autores descrevem uma prática na qual os alunos constroem

instrumentos simples (como monocórdios ou tubos sonoros) e observam a variação de tons conforme a alteração do comprimento da corda ou do tubo. Essa vivência permite que os estudantes percebam concretamente o comportamento geométrico das frequências e compreendam o conceito de duplicação da oitava. A pesquisa demonstra que as metodologias ativas contribuem para a autonomia intelectual dos discentes e para a ressignificação do espaço da sala de aula como lugar de descoberta e produção de conhecimento.

O estudo de Moura (2019), *A observação de padrões: modelagem matemática através de sequências e objetos geométricos*, embora não aborde diretamente a música, complementa as análises anteriores ao discutir a importância da percepção de padrões como estratégia cognitiva essencial para a aprendizagem matemática. Moura destaca que a identificação de regularidades — sejam elas numéricas, geométricas ou sonoras — é uma habilidade transversal que favorece o desenvolvimento do pensamento algébrico. Nesse sentido, o reconhecimento das regularidades presentes na escala temperada se insere como uma experiência prática de observação de padrões, reforçando a noção de que a música pode ser um ambiente de modelagem natural para o ensino de progressão geométrica.

4.3.2 Análise Quantitativa

Do ponto de vista quantitativo, as quatro obras analisadas neste eixo compartilham uma ênfase comum na aplicação didática e no uso de metodologias ativas. Três delas utilizam a modelagem matemática como estratégia central (Santos & Santos, 2020; Moura, 2019; Silva et al., 2022), e duas propõem sequências didáticas estruturadas voltadas ao ensino médio (Maia, 2020; Santos & Santos, 2020). Além disso, nota-se a recorrência de autores como Bassanezi (2013) e Biembengut e Hein (2014), cujas teorias fundamentam a prática da modelagem no contexto educacional, e de Roque (2012), citado como referência histórica sobre a relação pitagórica entre som e número. Esses dados confirmam a consolidação da modelagem e das práticas interdisciplinares como abordagens contemporâneas no ensino de Matemática.

4.3.3 Síntese Interpretativa

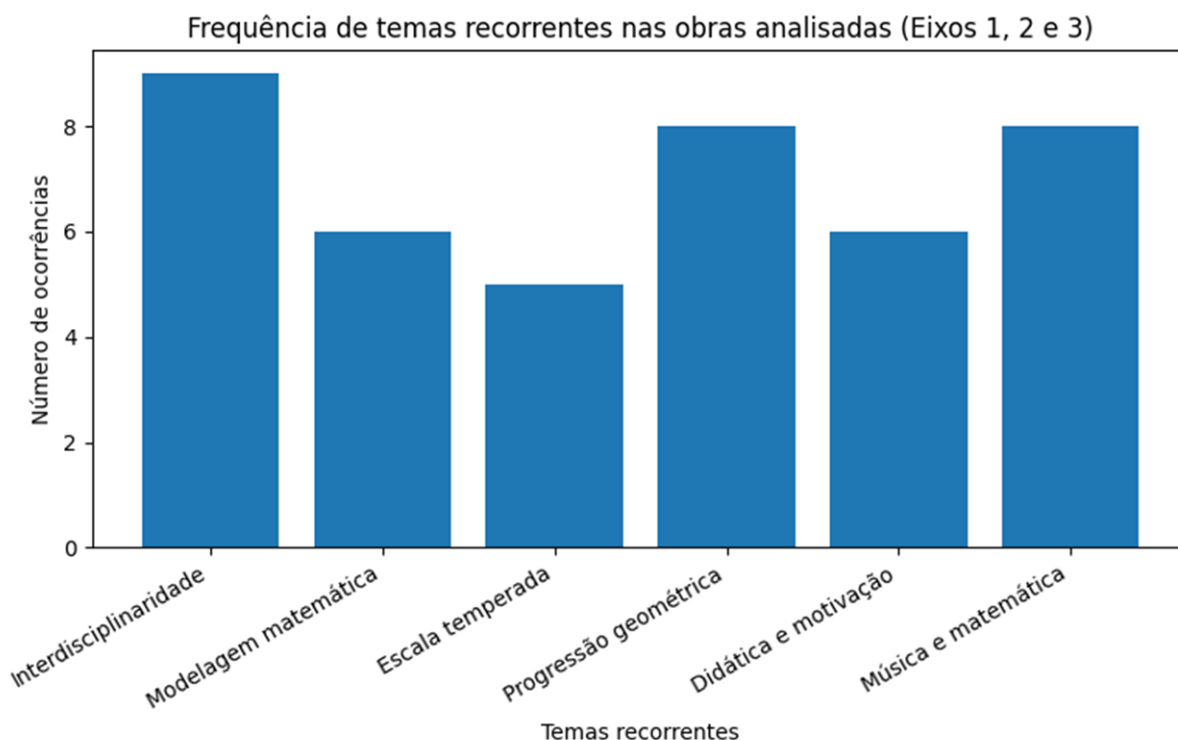
Em síntese, o conjunto das pesquisas analisadas neste eixo evidencia que a utilização da escala musical temperada como recurso didático possibilita unir abstração e sensibilidade, promovendo um aprendizado significativo e multidimensional. Ao trabalhar a progressão geométrica a partir da música, o professor ultrapassa a mera aplicação de fórmulas, conduzindo o aluno a perceber a harmonia entre o rigor lógico e a beleza estética dos sons. Essa perspectiva dialoga com a concepção de educação integral, em que o saber é construído por meio da articulação entre razão, emoção e criatividade. Assim, a música, ao ser integrada ao ensino da Matemática, não se limita a ilustrar o conteúdo, mas se torna linguagem de acesso ao conhecimento, revelando que aprender Matemática também pode ser uma experiência sensível, prazerosa e transformadora.

4.4 Síntese Geral das Análises e Integração dos Eixos Temáticos

A análise integrada dos três eixos temáticos deste trabalho permite observar a amplitude e a diversidade de abordagens que relacionam a matemática e a música no contexto educacional. Ao reunir os resultados quantitativos e qualitativos, é possível identificar um movimento comum entre as pesquisas analisadas: o esforço em promover um ensino de matemática mais significativo, interdisciplinar e conectado à experiência sensorial e cultural dos estudantes.

Essa integração metodológica evidencia que a complementaridade entre dados e interpretações é essencial para compreender a riqueza e a complexidade das relações entre música e matemática no ensino da progressão geométrica.

Com o objetivo de sintetizar a presença e a inter-relação dos principais temas investigados, o gráfico da Figura 2, gerado a partir da quantidade de frequência de ocorrência das categorias mais recorrentes nas obras analisadas, considerando os três eixos temáticos.

Figura 2

Fonte: Elaboração própria (2025)

Os dados demonstram que os temas “interdisciplinaridade”, “progressão geométrica” e “música e matemática” aparecem como os mais recorrentes, confirmando o caráter integrador das produções acadêmicas e a relevância da articulação entre arte e ciência no ensino de matemática. Em seguida, destacam-se as categorias “modelagem matemática”, “didática e motivação” e “escala temperada”, que, embora apresentem menor frequência relativa, exercem papel central no desenvolvimento de metodologias inovadoras e na promoção de aprendizagens significativas.

De modo geral, a leitura transversal das obras evidencia uma tendência consistente: a valorização da interdisciplinaridade como princípio educativo e a utilização da música como meio para contextualizar e concretizar conceitos matemáticos abstratos. A progressão geométrica, por sua vez, emerge como o elo conceitual entre as duas áreas, permitindo que a estrutura matemática da escala temperada seja explorada de forma didática, experimental e reflexiva.

Essa convergência de resultados reforça a hipótese inicial deste estudo: a música, especialmente por meio da escala temperada, configura-se como um recurso

didático potente para o ensino da progressão geométrica, ao integrar razão, sensibilidade e cultura em um mesmo processo de aprendizagem. As análises realizadas confirmam que a abordagem interdisciplinar entre música e matemática amplia as possibilidades pedagógicas e favorece uma aprendizagem mais crítica, criativa e significativa, contribuindo para que o estudante compreenda a matemática como uma linguagem que dialoga com o mundo e com a arte. Nesse sentido, Moreira (2017, p. 42) ressalta que “a aprendizagem significativa ocorre quando o novo conhecimento se ancora em conceitos previamente existentes, permitindo que o aluno atribua sentido ao que aprende. ” Assim, a relação entre música e matemática, ao articular teoria e experiência, expressa concretamente esse princípio, consolidando-se como uma via de humanização do ensino e fortalecimento da educação matemática contemporânea.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho teve como objetivo investigar de que forma a utilização da escala musical temperada pode contribuir para o ensino e a aprendizagem de progressão geométrica no ensino médio, buscando promover uma abordagem interdisciplinar e significativa entre a matemática e a música. Partindo do reconhecimento de que o ensino da matemática, especialmente em temas abstratos como a progressão geométrica, ainda enfrenta grandes desafios quanto à motivação e compreensão dos estudantes, esta pesquisa buscou articular fundamentos teóricos, conceituais e práticos capazes de aproximar o saber matemático de outras linguagens humanas, em especial a musical. Como ressalta Fazenda:

a interdisciplinaridade representa não apenas um modo de integrar conteúdos, mas uma atitude de abertura, de diálogo e de reconstrução do conhecimento, que se faz necessária para compreender a complexidade do mundo e promover aprendizagens significativas. (FAZENDA, 2011, p. 45)

Nesse sentido, a interdisciplinaridade mostrou-se não apenas como um recurso metodológico, mas como uma forma de compreender o conhecimento em sua totalidade, superando a fragmentação disciplinar que historicamente marca o currículo escolar.

As análises realizadas a partir das obras selecionadas nos três eixos temáticos evidenciaram que a relação entre música e matemática não é apenas simbólica, mas estrutural. A escala musical temperada, ao se basear matematicamente em uma progressão geométrica cuja razão é $q = \sqrt[12]{2}$, constitui-se como um exemplo concreto de como a matemática pode explicar e organizar fenômenos sensoriais e culturais. Essa constatação, observada nas pesquisas revisadas, reforça o potencial pedagógico de utilizar a música como mediadora no processo de ensino-aprendizagem da matemática, pois permite aos alunos perceberem a aplicabilidade dos conceitos de progressão geométrica de forma perceptiva, auditiva e visual, tornando a abstração matemática mais acessível e compreensível. Além disso, trabalhos que exploraram metodologias como a modelagem matemática e as sequências didáticas mostraram-se particularmente eficazes na construção do raciocínio lógico e na ampliação do interesse dos estudantes.

No campo pedagógico, o estudo revelou que o uso da música nas aulas de matemática pode estimular o engajamento, a criatividade e a autonomia intelectual

dos alunos. As práticas relatadas nas obras analisadas — especialmente aquelas baseadas em metodologias ativas, experimentação e modelagem — indicam que a aprendizagem se torna mais significativa quando o aluno é colocado como protagonista do processo, investigando, construindo e aplicando o conhecimento matemático em contextos reais e culturais. Dessa forma, o professor assume um papel mediador, capaz de articular diferentes linguagens e promover a interdisciplinaridade como princípio educativo. Essa integração entre música e matemática, portanto, não deve ser vista como um mero recurso lúdico, mas como uma estratégia didática intencional, fundamentada teoricamente e orientada pela construção de significados.

Por fim, considera-se que este trabalho contribui tanto para o campo teórico da educação matemática quanto para a prática docente. Do ponto de vista teórico, reforça a importância da interdisciplinaridade como caminho para ressignificar o ensino da matemática; e, do ponto de vista prático, oferece subsídios e propostas que podem ser adaptadas por professores em diferentes contextos. Apesar das limitações inerentes a uma pesquisa de natureza bibliográfica, os resultados obtidos abrem espaço para novas investigações, especialmente de caráter empírico, que explorem a aplicação efetiva das propostas apresentadas em sala de aula. Assim, o diálogo entre música e matemática se revela um terreno fértil para o desenvolvimento de uma educação mais criativa, sensível e integrada, capaz de aproximar o estudante do conhecimento e de sua própria capacidade de compreender o mundo de forma ampla e harmônica. Como destaca Moran (2013, p. 27), “a música, quando utilizada como linguagem educativa, amplia as possibilidades de expressão e de compreensão do mundo, integrando razão, emoção e sensibilidade no processo de aprender. ”

6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABDOUNUR, Oscar João. Matemática e música: o pensamento analógico na construção de significados. São Paulo: Escrituras, 2006.
- ALONSO, M. T. *Tópicos de Matemática e Música na Educação Básica*. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, 2016.
- BARDIN, Laurence. Análise de conteúdo. Tradução de Luís Antero Reto; Augusto Pinheiro. São Paulo: Edições 70, 2011.
- BASSANEZI, R. C. *Modelagem Matemática: uma disciplina emergente*. 3. ed. São Paulo: Contexto, 2013.
- BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. *Modelagem Matemática no Ensino*. 5. ed. São Paulo: Contexto, 2014.
- BRASIL. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: Ministério da Educação, 2018. Disponível em: <<https://basenacionalcomum.mec.gov.br/>>. Acesso em: [inserir data de acesso].
- CAMARGOS, R. *Matemática e Música: uma abordagem interdisciplinar*. Belo Horizonte: UFMG, 2010.
- DEMO, Pedro. Educar pela pesquisa. 7. ed. Campinas: Autores Associados, 2004.
- FAZENDA, I. C. A. *Interdisciplinaridade: história, teoria e pesquisa*. 3. ed. Campinas: Papirus, 1999.
- FAZENDA, I. C. A. *Interdisciplinaridade: um projeto em parceria*. 14. ed. São Paulo: Loyola, 2000.
- FAZENDA, Ivani Catarina Arantes. Integração e interdisciplinaridade no ensino brasileiro: efetividade ou ideologia. 6. ed. São Paulo: Loyola, 2011.
- FAZENDA, Ivani Catarina Arantes. Interdisciplinaridade: História, teoria e pesquisa. 18. ed. Campinas: Papirus, 2011.
- FAZENDA, Ivani Catarina Arantes. Interdisciplinaridade: o desafio do conhecimento. 1. ed. São Paulo: Cortez, 1995.
- FELICETTI, V. L. *A matemática e o cotidiano escolar: perspectivas de ensino*. Revista de Educação Matemática, v. 8, n. 2, p. 33–41, 2010.
- FREIRE, Paulo. Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa. 1. ed. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

FREIRE, Paulo. *Pedagogia do oprimido*. 50. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2011.

GARCIA, R. L. *Interdisciplinaridade e Currículo Escolar: o desafio da prática docente*. Revista Brasileira de Educação, v. 13, n. 37, p. 225–237, 2008.

GIL, A. C. *Métodos e técnicas de pesquisa social*. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GIL, Antonio Carlos. *Como elaborar projetos de pesquisa*. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GRAMS, D. *Música e Matemática: relações harmônicas e numéricas*. Curitiba: UFPR, 2014.

INSTITUTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA (IMPA). *Música e matemática é tema da OBMEP 2020*. IMPA, Rio de Janeiro, 17 fev. 2020. Disponível em: <https://impa.br/notices/musica-e-matematica-e-tema-da-obmep-2020/>. Acesso em: 10 dez. 2025.

KLEIN, J. T. *Interdisciplinarity: History, Theory, and Practice*. Detroit: Wayne State University Press, 1998.

LIBÂNEO, José Carlos. *Didática*. São Paulo: Cortez, 1994.

MACHADO, Nilson José. *Educação: projeto e valores*. São Paulo: Escrituras, 2010.

MAIA, D. P. *Uma sequência didática para o ensino de Progressão Geométrica por meio de elementos da teoria musical*. Anais do Encontro Nacional de Educação Matemática, Curitiba, 2020.

MARCONI, Marina de Andrade; LAKATOS, Eva Maria. *Fundamentos de metodologia científica*. 7. ed. São Paulo: Atlas, 2003.

MORAN, José Manuel. *A educação que desejamos: novos desafios e como chegar lá*. 5. ed. Campinas: Papirus, 2013.

MORAN, José (orgs.). *Metodologias ativas para uma educação inovadora: uma abordagem teórico-prática*. Porto Alegre: Penso, 2013.

MORAN, J. M. *Novas Tecnologias e Mediação Pedagógica*. 21. ed. Campinas: Papirus, 2013.

MOREIRA, M. A. *Aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel*. 2. ed. São Paulo: Centauro, 2017.

MOREIRA, Marco Antônio. *Aprendizagem significativa: um conceito subjacente*. São Paulo: Centauro, 2017.

MORIN, Edgar. *Os sete saberes necessários à educação do futuro*. 8. ed. São Paulo: Cortez; Brasília, DF: UNESCO, 2000.

- MOURA, R. C. *A Observação de Padrões: Modelagem Matemática através de Sequências e Objetos Geométricos*. Revista Educação Matemática em Foco, v. 10, n. 1, p. 23–42, 2019.
- NAPOLITANO, Marcos. *História & Música: história cultural da música popular*. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.
- PACHECO, Eliane; SILVA, Lúcia Helena. A importância das narrativas históricas no ensino de ciências e matemática. Revista Brasileira de Educação Científica e Tecnológica, v. 11, n. 3, p. 112–128, 2018.
- PLATÃO. *A República*. Tradução de Maria Helena da Rocha Pereira. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 2000.
- PONTES, A. A.; MADRUGA, E. P. *A Modelagem Matemática e a Música como Estratégias Interdisciplinares de Ensino*. Revista Educação Matemática Pesquisa, v. 21, n. 3, p. 145–166, 2019.
- PONTES, A. C.; MADRUGA, C. M. Matemática e música: uma análise a partir da modelagem matemática. Revista de Ensino de Ciências e Matemática, v. 10, n. 4, p. 23–34, 2019.
- ROQUE, T. *História da Matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas*. 2. ed. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.
- SANTOS, J. D. S.; SANTOS, D. B. M. *Modelagem Matemática: a articulação da Matemática e da Música no ensino de progressão geométrica*. Anais do Encontro Nacional de Educação Matemática, São Paulo, 2020.
- SCHAFER, R. Murray. *A afinação do mundo: uma exploração pioneira pela história passada e pelo atual estado do mais negligenciado aspecto do nosso ambiente: a paisagem sonora*. São Paulo: UNESP, 2001.
- SILVA, E. L. et al. *Construindo saberes experimentais no ensino de matemática através da música mediado por metodologias ativas*. Revista Educação, Cultura e Sociedade, v. 13, n. 4, p. 211–229, 2022.
- WISNIK, José Miguel. *O som e o sentido: uma outra história das músicas*. 3. ed. São Paulo: Companhia das Letras, 2017.